

01;02;07

## Фотоионизация атомов с аттосекундной разверткой: сравнение квантово-механического расчета и простой модели

© А.К. Казанский,<sup>1</sup> Н.М. Кабачник,<sup>2</sup> И.П. Сажина<sup>2</sup><sup>1</sup> Физический институт им. В.А. Фока, Санкт-Петербургский государственный университет, 198504 Санкт-Петербург, Россия<sup>2</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д.В. Скобельцына, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия  
e-mail: sazhina@hep.sinp.msu.ru

(Поступило в Редакцию 3 марта 2008 г.)

Предложено простое полумпирическое описание параметров атомной фотоионизации с аттосекундной разверткой, основанное на приближении внезапных возмущений. Результаты модельных расчетов хорошо согласуются с полным квантово-механическим описанием процесса, основанным на численном решении нестационарного уравнения Шредингера, которое включает в себя как поле атома, так и поля ВУФ- и ИК-импульсов.

PACS: 32.80.Fb, 32.80.Nd

Одной из проблем в физике ультракоротких атомных процессов является измерение характеристик аттосекундных импульсов в области вакуумного ультрафиолета (ВУФ) и мягкого рентгена, используемых в экспериментах, в которых изучается временная эволюция атомных процессов. Такие измерения включают длительности импульса, его интенсивности, базисной частоты, спектрального распределения и возможной зависимости частоты от времени („чирпа“, chirp). В типичном эксперименте [1–4] ВУФ-импульсы длительностью в несколько сот аттосекунд получают отфильтровыванием высокоэнергетической части спектра высоких гармоник, который является результатом нелинейного взаимодействия короткого интенсивного инфракрасного (ИК) лазерного импульса с газовой мишенью.

Типичная длительность лазерного импульса — 5–7 fs, длина его несущей волны — порядка 800 nm (энергия фотона  $\tilde{E}_L \approx 1.6$  eV), таким образом, период лазерного ИК-импульса значительно больше, чем длительность ВУФ-импульса. Типичная интенсивность излучения лазера  $3 \cdot 10^{13} - 10^{14}$  W/cm<sup>2</sup>. При такой интенсивности электрическое поле лазера  $\tilde{E}_L \approx (0.1 - 0.3) \cdot 10^9$  V/cm много меньше, чем атомное поле (1 а.е. =  $5.14 \cdot 10^9$  V/cm), хотя достаточно сильно, чтобы произошла генерация высоких гармоник. Электрическое поле ВУФ-импульса много меньше — около  $7 \cdot 10^7$  V/cm [4], поэтому для описания взаимодействия ВУФ-импульсов с атомами может быть использовано приближение линейного отклика. Типичная несущая частота ВУФ-импульса соответствует энергии фотона  $E_X \approx 90$  eV.

Единственной методикой, позволяющей получить характеристики аттосекундного импульса, реализуемой до настоящего времени, является так называемая аттосекундная стрик-камера. Исследуемые аттосекундные импульсы ионизируют атомы газовой мишени в присутствии ИК лазерного импульса. Сгусток фотоэлектронов,

временная структура которого отражает форму ВУФ-импульса, взаимодействует с полем ИК-импульса. Стрик-эффект, т.е. развертка электронного импульса во времени, достигается измерением спектра фотоэлектронов при различных задержках между ВУФ и лазерным импульсами.

Полученное в результате взаимодействия электронов с ИК-полем энергетическое и угловое распределение фотоэлектронов, несущее информацию о первичном аттосекундном импульсе, измеряется методами электронной спектроскопии.

Для извлечения информации о первичном ВУФ-импульсе из фотоэлектронного спектра используется несколько теоретических методов. Они основаны на классических уравнениях движения [5,6], полуклассическом подходе [6,7] или квантово-механических расчетах в приближении сильного поля [7,8]. При сопоставлении расчетов экспериментальными спектрами было доказано, что получены единичные импульсы длительностью 250 as [3] и даже 150 as [9]. Также была измерена интенсивность ВУФ-импульса [4]. Кроме того, было показано, что „чирп“ ВУФ-импульса близок к нулю. Несмотря на очевидный успех метода стрик-камеры остается по-прежнему много проблем в понимании детальной динамики фотоионизации атомов ультракороткими импульсами в присутствии сильного лазерного поля, а также проблем точности и ограничений методов расчета. Последняя проблема недавно была детально обсуждена в работе [10].

В этой статье представлена простая модель, которая позволяет производить быстрый анализ экспериментальных данных и изучать чувствительность измерений по отношению к параметрам аттосекундных импульсов. Модельные расчеты сравниваются с полными квантово-механическими расчетами двойных дифференциальных сечений атомной фотоионизации ультракоротким ВУФ-импульсом в присутствии короткого ИК-импульса.

В полном расчете фотоэлектронный спектр и угловые распределения рассчитывались с помощью численного решения нестационарного уравнения Шредингера. Атом описывается в модели независимых электронов, причем предполагалось, что орбитали всех электронов, кроме активного, заморожены. Это приближение работает при не очень сильных лазерных полях ( $\tilde{E}_L$  много меньше 1 а.е.). Предположим, что оба (ИК и ВУФ) фотона линейно поляризованы и их векторы поляризации параллельны. В этом случае существует аксиальная симметрия по отношению к оси поляризации, которую выберем в качестве оси  $z$ . Разложим электронную функцию активного электрона в ряд по сферическим гармоникам

$$\Psi(r, t) = \sum_{l=0}^{L_{\max}} u_l(r, t) Y_{l0}(\theta, \varphi). \quad (1)$$

Подставив это разложение в зависящее от времени уравнение Шредингера, получим следующий набор уравнений для коэффициентных функций  $u_l(r, t)$ :

$$i \frac{\partial}{\partial t} u_l(r, t) = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial r^2} u_l(r, t) + \left[ U_l(r) + \frac{l(l+1)}{2r^2} \right] u_l(r, t) + r \tilde{E}_L(t) \sum_{l'=0}^{L_{\max}} C(l, l') u_{l'}(r, t) + \frac{1}{2} r C(l, l_0) \delta_{l, l_0 \pm 1} \varepsilon_X(t) \exp[-i(\omega_X + \varepsilon_0)t] u_{l_0}(r). \quad (2)$$

Здесь и далее используются атомные единицы, если нет других указаний. В уравнении (2)  $U_l(r)$  — одноэлектронный атомный потенциал,  $C(l, l')$  — угловая часть дипольного матричного элемента,  $\varepsilon_0$  — энергия связи активного электрона,  $\tilde{E}_L(t)$  — электрическое поле лазерного импульса и  $\varepsilon_X(t)$  — огибающая ВУФ-импульса. Так как ВУФ-поле мало, используются первый порядок теории возмущений и приближение однофотонного поглощения (rotating wave approximation). Тогда в дипольном приближении возможны только переходы  $l_0 \rightarrow l_0 \pm 1$ . Напротив, лазерное ИК-поле сильное и перемешивает состояния с разными орбитальными угловыми моментами. Для достижения приемлемой точности в расчет включены парциальные волны до  $L_{\max}$  порядка 40–60.

Система уравнений (2) решалась численно с использованием метода расщепленной эволюции. Детали численного расчета были опубликованы ранее (см. работы [11,12]). Рассчитав набор функций  $u_l(r)$  при  $t \rightarrow \infty$ , мы вычислили парциальные амплитуды фотоионизации, проектируя эти функции на соответствующие функции непрерывного спектра  $\chi_-^{(l)}(E, r)$ :

$$A_l(E) = \exp(i\eta_l(E)) \int_0^\infty dr u_l(r, t \rightarrow \infty) \chi_-^{(l)}(E, r), \quad (3)$$

где  $\eta_l(E)$  — фаза фотоионизации (детали см. в [13]). Зная амплитуды  $A_l(E)$ , можно рассчитать двойное дифферен-

циальное сечение (ДДС) фотоионизации:

$$\frac{d^2\sigma}{dE d\Omega} = 2\pi\omega_X \alpha K^{-1} \left| \sum_l A_l(E) Y_{l0}(\theta) \right|^2. \quad (4)$$

Здесь  $a$  — константа тонкой структуры,  $K = \int_{-\infty}^\infty dt |\varepsilon_X(t)|^2$ . Проинтегрировав уравнение (4) по углу эмиссии, можно получить спектр фотоэлектронов.

В качестве примера рассмотрим фотоионизацию  $3s$ -подоболочки Ar. При этом атом будем описывать в приближении Хартри–Слэтера с одним и тем же потенциалом для всех моментов  $l$ . Лазерный импульс предполагаем имеющим форму

$$\tilde{E}_L(t) = \varepsilon_L(t) \cos[\omega_L(t - \tau_L) + \phi_L] \quad (5)$$

с огибающей, описываемой выражением:

$$\varepsilon_L(t) = \frac{1}{2} \varepsilon_{L0}(t) \left\{ \cos \left[ \pi \left( \frac{t}{T_L} - 1 \right) \right] + 1 \right\}, \quad (6)$$

где  $\tau_L$  дает полное значение ширины на середине высоты максимума (FWHM), а  $\phi_L$  — фазовый сдвиг. Далее полагаем  $\phi_L = 0$ . ВУФ-импульс задержки по отношению к лазерному импульсу на время  $t_d$

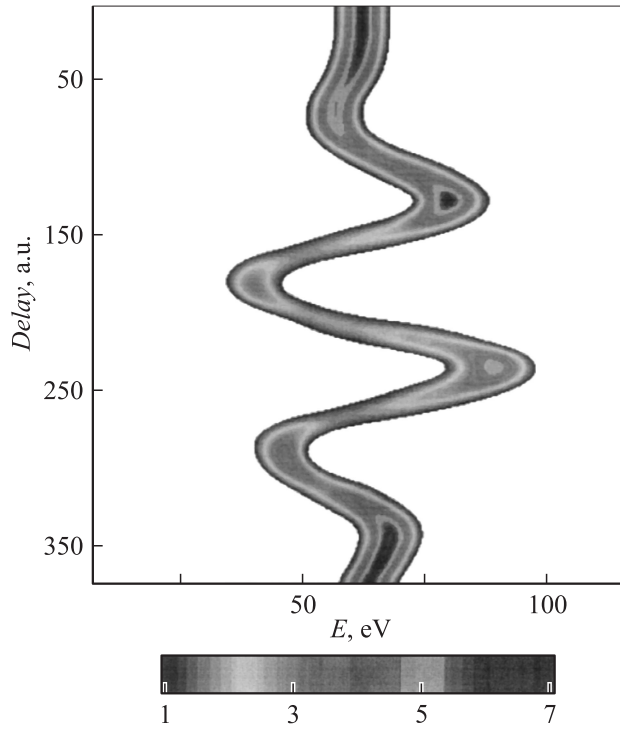
$$\varepsilon_X(t) = \frac{1}{2} \varepsilon_X(t - t_d) \cos[\omega_X(t - t_d)]. \quad (7)$$

Для огибающей  $\varepsilon_X(t)$  была выбрана форма обратного гиперболического косинуса. Параметры ИК- и ВУФ-импульсов указаны в подписи к рис. 1. Этот рисунок показывает двумерное распределение — рассчитанный спектр электронов как функции задержки между ВУФ- и ИК-импульсами. Результат, показанный на рис. 1, типичен для экспериментов с временной разверткой [2–4].

Если длительность ВУФ-импульса гораздо меньше, чем период лазерного поля, т.е.  $\tau_X$  много меньше  $T_L$ , то можно рассматривать процесс в целом как двухступенчатый [6]: первая ступень — фотоионизация атома ВУФ-импульсом, которая не зависит от лазерного поля, вторая ступень — перенос испущенного электрона лазерным полем в конечное состояние. В приближении линейного отклика сечение фотоионизации коротким импульсом (без ИК-поля) может быть представлено как [13]

$$\frac{d\sigma_0}{dp_0} = \frac{a}{\sqrt{2E_0}} |D(E_0)|^2 |f(E_0 + |\varepsilon_0| - \omega_X)|^2 Y_{10}^2(\theta_0). \quad (8)$$

Здесь  $p_0$  — импульс фотоэлектрона сразу же после фотоионизации ( $\theta_0$  — соответствующий полярный угол эмиссии,  $E_0$  — энергия электрона),  $D(E_0)$  — дипольный матричный элемент для перехода в состоянии непрерывного спектра с энергией  $E_0$ ,  $f(\varepsilon)$  — фурье-образ ВУФ-импульса при энергии  $E_0 + |\varepsilon_0| - \omega_X$  и  $a = 2\pi\omega_X \alpha K^{-1}$ . Фактор  $Y_{10}^2(\theta_0)$  описывает угловое распределение фотоэлектронов для рассматриваемого случая  $s \rightarrow p$ -перехода.



**Рис. 1.** Двумерная картина фотоэлектронного спектра  $\text{Ar}(3s)$  (энергия электрона — ось  $x$ ) при  $0 < \theta < 15^\circ$  как функция времени в атомных единицах, а.е. ( $1 \text{ а.е.} = 24.2 \text{ ас}$ ) между лазерным и ВУФ-импульсами (ось  $y$ ). Расчеты выполнены для ИК-импульса косинусоидальной формы, длительностью  $\tau_L = 5.0 \text{ fs}$ , при интенсивности лазера  $10^{13} \text{ W/cm}^2$ . Длительность ВУФ-импульса  $\tau_X = 250 \text{ ас}$ , несущая частота  $90 \text{ eV}$ . Рассчитанная энергия связи  $\text{Ar}(3s)$  равна  $28.6 \text{ eV}$ .

При наличии ИК-поля сечение модифицируется следующим образом:

$$\frac{d^3\sigma}{\sqrt{2E} dE d\Omega} = \frac{d^3\sigma}{d\mathbf{p}} = \frac{d^3\sigma_0}{d\mathbf{p}_0} \left| \frac{\partial(p_0)}{\partial(p)} \right|, \quad (9)$$

где  $p$  — конечный импульс электрона  $|\partial(p_0)/\partial(p)|$  — детерминант преобразования. Установим связь переменных  $(\theta_0, E_0)$  с экспериментально наблюдаемыми значениями  $(\theta, E)$ . Основные соотношения для компонентов импульса  $\mathbf{p} = \{\mathbf{p}_\parallel, \mathbf{p}_\perp\}$ , параллельного и перпендикулярного полю, имеют вид

$$p_\parallel = p_{0\parallel} - \int_\tau^\infty \tilde{E}_L(t) dt \equiv p_{0\parallel} - A_L(\tau), \quad (10)$$

$$\mathbf{p}_\perp = \mathbf{p}_{0\perp}, \quad (11)$$

из которых следует  $|\partial(p_0)/\partial(p)| = 1$  и

$$\sin(\theta_0) = \sqrt{E/E_0} \sin(\theta). \quad (12)$$

Здесь  $\tau$  — момент времени, в который произошла эмиссия фотоэлектрона и  $A_L(\tau)$  — параллельная компонента векторного потенциала лазерного поля в кулоновской

калибровке. Из уравнений (10) и (12) следует, что

$$E_0 = E + \sqrt{2E} A_L(\tau) \cos \theta + A_L^2(\tau)/2. \quad (13)$$

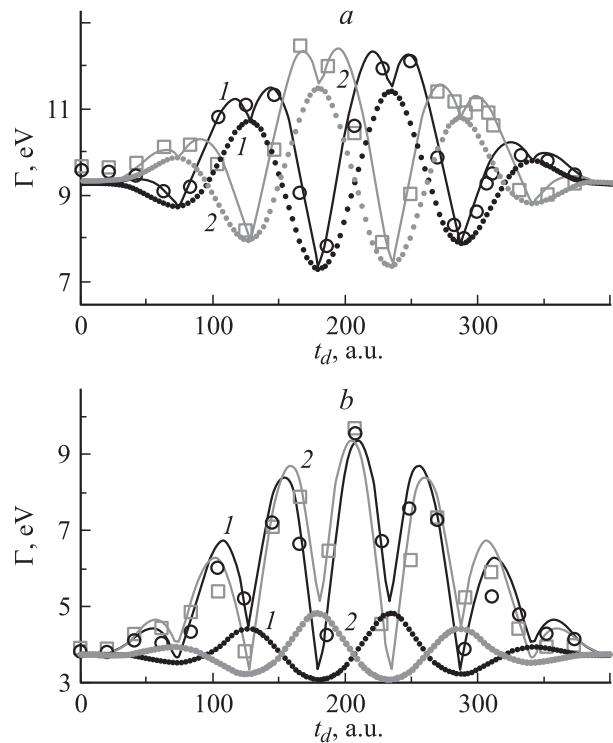
Конечное приближенное выражение для ДДС выглядит как

$$\frac{d^3\sigma}{dE d\Omega} = a \sqrt{\frac{E}{E_0}} |D(E_0)|^2 |f(E_0 + |\varepsilon_0| - \omega_X)|^2 Y_{10}^2(\theta_0), \quad (14)$$

где параметры  $E_0$ ,  $\theta_0$  и  $E$ ,  $\theta$  связаны уравнениями (13), (12).

Из угловых и энергетических распределений, рассчитанных для каждого значения времени задержки, получим энергетический спектр фотоэлектронов при заданном угле путем интегрирования по некоторому малому углу ( $15^\circ$ ), представляющему апертуру детектора. Для определения ширины спектра он аппроксимировался функцией Гаусса. Именно изменение спектральной ширины со временем задержки обычно используется для определения параметров ВУФ-импульсов [1,3].

На рис. 2 показаны значения ширины  $\Gamma$  рассчитанных спектров в функции времени задержки для двух углов  $\theta = 0$  и  $180^\circ$ . Сравним результаты точных расчетов



**Рис. 2.** Ширина фотоэлектронного спектра как функция временной задержки для двух значений длительности ВУФ импульса:  $a$  —  $\tau_X = 100$ ,  $b$  —  $250 \text{ ас}$ . Точные расчеты: кружки ( $\theta = 0$ ) и квадраты ( $\theta = 180^\circ$ ). Сплошные кривые показывают результаты, полученные с помощью уравнения (15). Кривые 1 соответствуют эмиссии вперед ( $\theta = 0$ ), кривые 2 — эмиссии назад ( $\theta = 180^\circ$ ), соответствующие пунктирные кривые показывают величину  $\Gamma_m$ , полученную с помощью модельных расчетов (14). Все параметры в расчетах те же, что и на рис. 1.

(символы) легко увидеть, что разница всегда пропорциональна величине ИК лазерного поля в момент фотоэлектронной эмиссии.

Как известно [6], уширение электронного спектра (для электронов, испущенных в одном направлении) определяется двумя факторами. Во-первых, спектр становится шире, если испускаемые электроны имеют различные энергии благодаря большой спектральной ширине ВУФ-импульса. Этот тип уширения учитывается уравнениями (13) и (14). Во-вторых, электроны испускаются в различные моменты времени во временном интервале, пока длится ВУФ-импульс и следовательно, в несколько разных фазах ИК-поля, что ведет к дополнительному разбросу электронных энергий в конечном состоянии.

Так как  $\tau_x$  много меньше  $\tau_L$ , это уширение линейно зависит от поля в момент электронной эмиссии и в первом приближении пропорционально длительности ВУФ-импульса. Таким образом, представим полуэмпирическое выражение для ширины:

$$\Gamma = \Gamma_m + \sqrt{2E_0} \tilde{E}_L(t_d) \tau_{1/2} / 2, \quad (15)$$

где  $\Gamma_m$  — модельная ширина, рассчитанная из спектра, полученного с помощью уравнения (14) и  $\tau_{1/2}$  — FWHM огибающей ВУФ-поля. Используя это выражение, получим значения, показанные сплошной линией на рис. 2, которые находятся в согласии с результатами точных расчетов, показанных кружками (эмиссия вперед) и квадратами (эмиссия назад).

Кроме хорошего согласия между расчетами на рис. 2 можно увидеть, что есть структура двойных максимумов в результирующей модельной кривой для импульса длительностью в 100 ас. Это не артефакт, так как точные расчеты с малым шагом при времени задержки около  $t_d = 300$  а.е. прекрасно согласуются с модельными расчетами.

Указанная структура возникает потому, что в точках, где поле меняет знак, т.е.  $\tilde{E}_L(t_d) = 0$ , ширина спектра должна быть равной получаемой из уравнения (14) и, следовательно, формируется минимум. Глубина минимума определяется вкладом спектральной ширины импульса (пунктир). Для более длинных импульсов (250 ас) этот вклад меньше и минимум глубже. Анализ результатов, полученных с помощью модельного выражения (14), показывает, что для очень коротких ВУФ-импульсов ( $\leq 100$  ас) модель описывает ширину достаточно хорошо, а также дает хорошее описание полной структуры ДДС. Таким образом, для таких коротких импульсов имеет значение только спектр ВУФ-импульса, а не его длительность и „чирп“.

С увеличением длительности ВУФ-импульса первый член в уравнении (15) уменьшается, в то время как второй член возрастает и становится доминирующим. Второй член дает информацию об FWHM огибающей ВУФ-импульса. Последняя величина может также зависеть от „чирпа“, хотя эта зависимость не очень сильная. Таким образом, „чирп“ может быть определен только в том случае, когда второй член в уравнении (15) достаточно

велик. Значение этого члена пропорционально силе ИК-поля и длительности ВУФ-импульса, т.е. более сильные ИК-поля и длинные ВУФ-импульсы предпочтительны для регистрации „чирпа“.

В заключение отметим, что нами разработана полная квантово-механическая теория измерений с временной разверткой в аттосекундной области, основанная на численном решении зависящего от времени уравнения Шредингера, которое включает взаимодействие электрона с атомным ядром, так же как и с ВУФ и лазерными полями. Предложено также простое модельное выражение для ширины фотоэлектронного спектра, которое очень хорошо согласуется с точными расчетами. Это выражение позволяет легко производить экспресс-анализ экспериментальных спектров для определения длительности ВУФ-импульса, а также анализировать чувствительность ширины спектра к параметрам ВУФ-импульса.

Благодарим за финансовую поддержку Российский фонд фундаментальных исследований (грант № 06-02-16289).

## Список литературы

- [1] Hentschel M., Kienberger R., Spielmann Gh., Reider G.A., Milosevic N., Brabec T., Corkum P., Heinzmann U., Drescher M., Krausz F. // Nature. 2001. Vol. 414. P. 509.
- [2] Drescher M., Hentschel M., Kienberger R., Uiberacker M., Yakovlev V., Scrinzi A., Westerwalbesloh Th., Kleineberg U., Heinzmann U., Krausz F. // Nature. 2002. Vol. 419. P. 803.
- [3] Kienberger R., Goulielmakis E., Uiberacker M., Baltuska A., Yakovlev V., Bammer F., Scrinzi A., Westerwalbesloh Th., Kleineberg U., Heinzmann U., Drescher M., Krausz F. // Nature. 2004. Vol. 427. P. 817.
- [4] Goulielmakis E., Uiberacker M., Kienberger R., Baltuska A., Yakovlev V., Scrinzi A., Westerwalbesloh Th., Kleineberg U., Heinzmann U., Drescher M., Krausz F. // Science. 2004. Vol. 305. P. 1267.
- [5] Constant E., Taranukhin V.D., Stolow A., Corkum P.B. // Phys. Rev. A. 1997. Vol. 56. P. 3870.
- [6] Itatani J., Quéré F., Yudin G.L., Ivanov M.Yu., Krausz F., Corkum P.B. // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. P. 173 903.
- [7] Kitzler M., Milosevic N., Scrinzi A., Krausz F., Brabec T. // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 88. P. 173 904.
- [8] Scrinzi A., Brabec T., Walser M. // Proc. Workshop on Super-Intense Laser-Atom Physics. 2001. P. 313.
- [9] Wonisch A., Neuhäusler U., Kabachnik N.M., Uphues T., Uiberacker M., Jakovlev V., Krausz F., Drescher M., Kleineberg U., Heinzmann U. // Appl. Optics. 2006. Vol. 45. P. 4147.
- [10] Yakovlev V.S., Bammer F., Scrinzi A. // J. Mod. Opt. 2005. Vol. 52. P. 395.
- [11] Kazansky A.K., Kabachnik N.M. // Phys. Rev. A. 2005. Vol. 72. P. 052 714.
- [12] Kazansky A.K., Kabachnik N.M. // J. Phys. B. 2006. Vol. 39. P. L53.
- [13] Kazansky A.K., Kabachnik N.M. // Phys. Rev. A. 2006. Vol. 73. P. 062 712.
- [14] Herman F. and Skillman S. Atomic Structure Calculations. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1963.