01;05;06

# Метод компактных групп в теории диэлектрической проницаемости гетерогенных систем

© М.Я. Сушко, С.К. Криськив

Одесский национальный университет им. И.И. Мечникова,
65026 Одесса, Украина
e-mail: mrs@onu.edu.ua

(Поступило в Редакцию 4 апреля 2008 г.)

Проведен анализ статической диэлектрической проницаемости макроскопически однородных и изотропных гетерогенных систем в рамках представления о компактных группах неоднородностей. Метод позволяет избежать излишней детализации процессов взаимной поляризации в системе, что обусловливает его эффективное применение к концентрированным системам при произвольных соотношениях между значениями диэлектрических проницаемостей их составных частей. В качестве примера восстановлены формулы Максвелла–Гарнетта и Бруггемана для эффективной проницаемости матричных гетерогенных систем и исследована их взаимосвязь. Показано, что формула Бруггемана носит более ограниченный характер в том плане, что основывается на дополнительных модельных предположениях о свойствах системы и характере усреднения полей по объему системы. Получены обобщения этих формул на случай многокомпонентных гетерогенных систем, состоящих из неоднородных несферических частиц или частей.

PACS: 42.25.Dd, 77.22.Ch, 82.70.-y, 83.80.Hj

## Введение

Изучение диэлектрических свойств гетерогенных систем является актуальной задачей для физики диэлектриков, геофизики, коллоидной физики, биофизики, технологии композитных материалов, гранулометрии и других областей науки и техники. Одной из основных задач этих исследований является восстановление функциональной зависимости эффективной диэлектрической проницаемости системы $\varepsilon$ от диэлектрических параметров, геометрических размеров и концентрации отдельных компонентов. Несмотря на многочисленные усилия строгое решение отсутствует даже для простейшей модели гетерогенной системы как совокупности неоднородностей с некоторой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1$ и общей объемной концентрацией $c_1$, вкрапленных в среду (матрицу) с другой диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0$.

К настоящему времени для такой модели предложено большое количество формул (см. например, обзоры [1–3]), из которых наиболее удачными считаются формула Максвелла–Гарнетта (известная также как формула Винера–Вагнера)

$$\frac{\varepsilon-\varepsilon_0}{\varepsilon+2\varepsilon_0}=c_1\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{\varepsilon_1+2\varepsilon_0} \tag{1}$$

и формула Бруггемана

$$(1-c_1)\frac{\varepsilon_0-\varepsilon}{\varepsilon_0+2\varepsilon}+c_1\frac{\varepsilon_1-\varepsilon}{\varepsilon_1+2\varepsilon}=0. \tag{2}$$

Являясь наиболее старыми и первоначально полученными для разбавленных систем со сферическими вкраплениями, формулы (1), (2) часто используются и для описания эффективной проницаемости концентрированных гетерогенных систем. Единого мнения о преимуществах той или иной из этих формул, а также о взаимосвязи между ними не существует, поскольку отсутствует последовательное обоснование их применимости для указанных систем. Определенный прогресс в этом направлении достигнут в недавних теоретических работах [4,5], выполненных для систем сферических включений. В обоих случаях строгое решение задачи дается формулой Максвелла–Гарнетта.

Основная трудность, возникающая при анализе концентрированных систем, связана с необходимостью корректного учета взаимной поляризации неоднородностей при уменьшении расстояния между ними. Попытки детализации этого процесса неизбежно сопряжены с введением неконтролируемых предположений о характере многократного переизлучения между частицами и требуют знания бесконечной цепочки корреляционных функций, описывающих корреляции в положениях и ориентации неоднородностей гетерогенной системы. Даже в простейшем случае однородных сферических вкраплений, для которых, в принципе, можно воспользоваться строгим решением уравнения Перкуса–Йевика для модели твердых шаров, рассчитать удается только первые поправки к борновскому приближению, соответствующие вкладам порядка $(\varepsilon_1-\varepsilon_0)^3c^2$ в эффективную проницаемость [6].

В настоящей работе для анализа диэлектрической проницаемости гетерогенных систем используется метод компактных групп неоднородностей [5]. Первоначально предложенный для вкрапления сферической формы, он в настоящей работе переносится на случай макроскопически однородных и изотропных концентрированных систем с неоднородными вкраплениями сложной формы. Показывается, что оба соотношения (1), (2) следуют из общих формул работы [5], при этом формула (2) предполагает выполнение определенных предположений о свойствах среды и способа усреднения полей по объему системы. Тем самым становится возможным выяснить условия, при которых использование того или иного из этих соотношений является более адекватным. Получены обобщения указанных соотношений на случай концентрированных многокомпонентных гетерогенных систем, состоящих из неоднородных несферических частиц или представляющих собой макроскопически однородные и изотропные совокупности неперекрывающихся областей.

## Основные соотношения

Изложим основные положения, лежащие в основе предлагаемого подхода. Согласно [7], эффективная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon$, описывающая отклик мелкодисперсной гетерогенной системы на квазистационарное однородное поле $\mathbf{E}_0$, может быть рассчитана как коэффициент пропорциональности в соотношении

$$\overline{\mathbf{D}} = \varepsilon \overline{\mathbf{E}}, \tag{3}$$

где $\overline{\mathbf{E}}$ и $\overline{\mathbf{D}} = \overline{\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r})}$ — напряженность и индукция поля, усредненные по формуле

$$\overline{\mathbf{A}} = \frac{1}{V}\int\limits_V \overline{\mathbf{A}}(\mathbf{r})d\mathbf{r}$$

по объемам, большим по сравнению с масштабами неоднородностей, $\varepsilon(\mathbf{r})$ — местное значение диэлектрической проницаемости в системе. Для нахождения этих средних в качестве исходной рассмотрим задачу о распространении электромагнитной волны в гетерогенной системе. Последнюю, следуя [5], рассматриваем как набор компактных групп неоднородностей, вкрапленных в среду с проницаемостью $\varepsilon_0$. Под компактной группой понимаем любую макроскопическую часть системы, внутри которой все расстояния между неоднородностями намного меньше длины волны в среде:

$$\sqrt{\varepsilon_0}\,k_0|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j| \ll 1,$$

$k_0$ — волновой вектор волны в вакууме.

В статическом пределе $\sqrt{\varepsilon_0}\,k_0 \to 0$ такие группы включают макроскопически большое число неоднородностей $N$, поэтому флуктуациями числа $N$ внутри группы можно пренебречь. С другой стороны, по отношению к длинноволновому полю компактные группы фактически выступают как одноточечные неоднородности, приводящие к некоторому отклонению $\delta\varepsilon(\mathbf{r})$ местного значения диэлектрической проницаемости системы от значения $\varepsilon_0$: $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 + \delta\varepsilon(\mathbf{r})$. Уравнение, описывающее распространение электромагнитной волны в такой системе, принимает вид

$$\Delta\mathbf{E} + \varepsilon_0 k_0^2\mathbf{E} - \operatorname{grad}\operatorname{div}\mathbf{E} = -k_0^2\delta\varepsilon\mathbf{E}. \tag{4}$$

Перейдя к эквивалентному интегральному уравнению и решив его методом итераций, представим местные значения поля $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и индукции $\varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E}(\mathbf{r})$ в виде бесконечных итерационных рядов.

Ожидается, что эффекты многократных переизлучений и ближних корреляций внутри компактных групп неоднородностей и формируют значение эффективной диэлектрической проницаемости гетерогенной системы в пределе $\sqrt{\varepsilon_0}k_0 \to 0$. В рамках макроскопического подхода эти вклады формируются теми областями значений координат, в которых пропагаторы электромагнитного поля имеют сингулярное поведение. Последнее обстоятельство делает возможным выделение вкладов компактных групп из всех членов итерационных рядов для напряженности и индукции поля. Считая, что пространственные корреляции между компактными группами в макроскопически однородной и изотропной системе ничтожно малы, а также воспользовавшись представлением [8] для пропагатора электромагнитного поля на множестве скалярных, финитных и ограниченных функций $\delta\varepsilon(\mathbf{r})$, получим [5]:

$$\overline{\mathbf{E}} = \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{3\varepsilon_0}\right)^n \overline{(\delta\varepsilon(\mathbf{r}))^n}\right]\mathbf{E_0}, \tag{5}$$

$$\overline{\mathbf{D}} = \left[\varepsilon_0 + \varepsilon_0\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{3\varepsilon_0}\right)^n \overline{(\delta\varepsilon_0(\mathbf{r}))^n}\right.$$

$$\left. + \sum_{n=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{3\varepsilon_0}\right)^n \overline{(\delta\varepsilon(\mathbf{r}))^{n+1}}\right]\mathbf{E}_0. \tag{6}$$

Таким образом, задача сводится к определению средних $\overline{(\delta\varepsilon(\mathbf{r}))^n}$ по компактным группам. Дальнейшие расчеты требуют конкретизации структуры гетерогенной системы.

## Формула Максвелла–Гарнетта

Рассмотрим так называемые матричные системы, в которых частицы дисперсной фазы распределены в непрерывной дисперсионной среде (матрице). Для простоты расчетов примем, что дисперсные частицы, имеющие, вообще говоря, несферическую форму, состоят из однородного изотропного материала, описываемого скалярной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1$. Отклонение местного значения диэлектрической проницаемости гетерогенной системы от значения диэлектрической проницаемости $\varepsilon_0$ матрицы, обусловленное компактной группой из $N$ частиц, представим в виде

$$\delta\varepsilon\,(\mathbf{r}) = \Delta\varepsilon_1\sum_{i=1}^{N}\Pi(\mathbf{r}, \Omega_i), \tag{7}$$

где $\Delta\varepsilon_1 = \varepsilon_1 - \varepsilon_0$, $\Pi(\mathbf{r}, \Omega_i)$ — характеристическая функция $i$-й частицы данной компактной группы: $\Pi(\mathbf{r}, \Omega_i) = 1$, если точка с координатой $\mathbf{r}$ принадлежит области $\Omega_i$, занятой $i$-й частицей, и $\Pi(\mathbf{r},\Omega_i)=0$ — в противном случае. Соответственно типичное среднее в формулах (5), (6) принимает вид

$$\overline{(\delta\varepsilon(\mathbf{r}))^n}=(\Delta\varepsilon_1)^n\sum_{i_1=1}^{N}\sum_{i_2=1}^{N}\dots\sum_{i_n=1}^{N}\frac{1}{V}\times\int_V d\mathbf{r}\Pi(\mathbf{r},\Omega_{i_1})\Pi(\mathbf{r},\Omega_{i_2})\dots\Pi(\mathbf{r},\Omega_{i_n}). \quad (8)$$

Для твердых (неперекрывающихся) частиц интеграл (8) отличен от нуля только при условии, что значения всех индексов суммирования совпадают. Если, например, $i_1=i_2=\ldots=i_n\equiv i$, интеграл (8) сводится к интегралу по области $\Omega_i$. Считая, что каждая область $\Omega_i$ измерима и имеет объем (меру) $v_i$, получим

$$\overline{(\delta\varepsilon(\mathbf{r}))^n}=(\Delta\varepsilon_1)^n\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N}v_i=c_1(\Delta\varepsilon_1)^n, \quad n\geq 1, \quad (9)$$

где $c_1$ — объемная концентрация дисперсных частиц. Очевидно, что аналогичное соотношение получим и для жидких частиц, сливающихся в более крупные частицы или распадающихся на более мелкие, при условии, что сжимаемостью жидкости можно пренебречь. Видим, что распределение дисперсных частиц рассматриваемых типов по размерам и форме не играет заметной роли в формировании $\varepsilon$ до тех пор, пока компактные группы (т. е. фактически вся система) остаются в целом однородными и изотропными.

С помощью формулы (9) вырыжения (5) и (6) легко суммируются, в результате чего для эффективной проницаемости системы находим формулу

$$\varepsilon=\varepsilon_0\left[1+2c_1\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{2\varepsilon_0+\varepsilon_1}\right]\Big/\left[1-c_1\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_0}{2\varepsilon_0+\varepsilon_1}\right], \quad (10)$$

которая эквивалентна формуле (1).

Если гетерогенная система представляет собой ту же матрицу, в которую вкраплены твердые частицы, состоящие из одного из $s$ различных материалов (с проницаемостями $\varepsilon_a=\varepsilon_0+\Delta\varepsilon_a$ и объемными концентрациями $c_a$), или жидкие частицы, состоящие из одной из $s$ различных несмешивающихся несжимаемых жидкостей, формулы (9) и (10) обобщаются следующим образом:

$$\overline{(\delta\varepsilon(\mathbf{r}))^n}=\sum_{a=1}^{s}c_a(\Delta\varepsilon_a)^n, \quad n\geq 1, \quad (11)$$

$$\varepsilon=\varepsilon_0\left[1+2\sum_{a=1}^{s}c_a\frac{\varepsilon_a-\varepsilon_0}{2\varepsilon_0+\varepsilon_a}\right]\Big/\left[1-\sum_{a=1}^{s}c_a\frac{\varepsilon_a-\varepsilon_0}{2\varepsilon_0+\varepsilon_a}\right]. \quad (12)$$

Из схемы приведенных расчетов следует, что формула (12) применима и для описания гетерогенных систем, в которых нет структурирования на частицы и которые можно рассматривать как макроскопически однородные и изотропные совокупности неперекрывающихся областей с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_a$ и объемными концентрациями $c_a$, вкрапленные в матрицу с проницаемостью $\varepsilon_0$.

## Приближение Бруггемана

Вернемся к системе, представляющей собой совокупность дисперсных частиц с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1$ и общей объемной концентрацией $c_1$, вкрапленных в однородную изотропную матрицу с проницаемостью $\varepsilon_0$. Предположим, что существует такое эффективное значение проницаемости $\varepsilon$, при котором исходная гетерогенная система эквивалента матричной системе, состоящей из двух компонент, а именно дисперсных частиц и „пор“, вкрапленных в матрицу с проницаемостью $\varepsilon$. Под „порами“ понимаем (измеримую) часть пространства вне частиц, заполненную материалом истинной матрицы. Присутствие указанных компонентов можно моделировать как отклонения $\Delta\varepsilon_1'=\varepsilon_1-\varepsilon$ и $\Delta\varepsilon_0'=\varepsilon_0-\varepsilon$ местного значения проницаемости от $\varepsilon$ в точках пространства, занимаемых соответственно частицами и „порами“. Диэлектрическая проницаемость компактной группы неоднородностей принимает вид

$$\delta\varepsilon(\mathbf{r})=\Delta\varepsilon_0'\Pi(\mathbf{r})+\Delta\varepsilon_1'\sum_{i=1}^{N}\Pi(\mathbf{r},\Omega_i), \quad (13)$$

где

$$\Pi(\mathbf{r})=1-\sum_{i=1}^{N}\Pi(\mathbf{r},\Omega_i),$$

— характеристическая функция „пор“: $\Pi(\mathbf{r})=1$ вне дисперсных частиц и $\Pi(\mathbf{r})=0$ на множестве точек, принадлежащих этим частицам. Дополнительно предположим, что усреднение поля по объему частиц и „пор“ производится одинаковым образом. Тогда формальное усреднение выражения (13) и его степеней по объему системы дает формулу вида (11), при этом сумма объемных концентрациях частиц $c_1$ и „пор“ $1-c_1$ равняется единице:

$$\overline{(\delta\varepsilon(\mathbf{r}))^n}=(1-c_1)(\Delta\varepsilon_0')^n+c_1(\Delta\varepsilon_1')^n, \quad n\geq 1. \quad (14)$$

Соответственно после суммирования рядов (5) и (6) с учетом соотношения (14) получим выражение вида (12):

$$\varepsilon=\varepsilon\left[1+2(1-c_1)\frac{\varepsilon_0-\varepsilon}{2\varepsilon+\varepsilon_0}+2c_1\frac{\varepsilon_1-\varepsilon}{2\varepsilon+\varepsilon_1}\right]\Big/\left[1-(1-c_1)\frac{\varepsilon_0-\varepsilon}{2\varepsilon+\varepsilon_0}-c_1\frac{\varepsilon_1-\varepsilon}{2\varepsilon+\varepsilon_1}\right]. \quad (15)$$

Здесь учтено, что искомая эффективная проницаемость гетерогенной системы и проницаемость эффективной матрицы предполагается равными одному и тому же значению $\varepsilon$. Нетрудно видеть, что из соотношения (15) следует формула Бруггемана (2). Обобщение формулы (15) и соответственно формулы Бруггемана на случай многокомпонентной системы имеет вид

$$(1-c)\frac{\varepsilon_0-\varepsilon}{\varepsilon_0+2\varepsilon}+\sum_{a=1}^{s}c_a\frac{\varepsilon_a-\varepsilon}{\varepsilon_a+2\varepsilon}=0, \quad (16)$$

где $c=\sum_{a=1}^{s}c_a$ — общая объемная концентрация вкрапленных частиц.

Очевидно, что в рамках сделанных предположений формулы (2) и (16) переносятся и на гетерогенные системы, которые можно рассматривать как однородную и изотропную в целом совокупность неперекрывающихся областей с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_a$ и объемными концентрациями $c_a$, разделенных „порами" с общей объемной концентрацией $1 - \sum\limits_{a=1}^{s} c_a$ и заполненных диэлектриком с проницаемостью $\varepsilon_0$.

## Системы неоднородных частиц

Пусть теперь в матрицу с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0$ вкраплены твердые дисперсные частицы, распределение диэлектрической проницаемости которых по занимаемым ими областям $\Omega_i$ задается кусочно-непрерывными скалярными функциями $\varepsilon_i(\mathbf{r})$. В этом случае вместо формул (7), (9) и (10) имеем

$$\delta\varepsilon(\mathbf{r}) = \sum_{i=1}^{N} \Delta\varepsilon_i(\mathbf{r})\Pi(\mathbf{r}, \Omega_i), \tag{17}$$

$$\overline{(\delta\varepsilon(\mathbf{r}))^n} = \frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N}\int\limits_{\Omega_i} d\mathbf{r}\,(\Delta\varepsilon_i(\mathbf{r}))^n, \quad n \geq 1, \tag{18}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0\left[1 + \frac{8\pi}{3}\,\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\right]\Bigg/\left[1 - \frac{4\pi}{3}\,\frac{1}{V}\sum_{i=1}^{N}\alpha_i\right], \tag{19}$$

где

$$\alpha_i = \frac{3}{4\pi}\int\limits_{\Omega_i} d\mathbf{r}\,\frac{\varepsilon_i(\mathbf{r}) - \varepsilon_0}{2\varepsilon_0 + \varepsilon_i(\mathbf{r})}, \quad i = 1, 2, \ldots, N. \tag{20}$$

Если имеется только $s$ сортов дисперсных частиц (с концентрациями $n_a$ и диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_a(\mathbf{r})$, распределенными по областям $\Omega_a$, $a = 1, 2, \ldots, s$), формула (19) сводится к формуле типа Лорентц–Лоренца

$$\varepsilon = \varepsilon_0\left[1 + \frac{8\pi}{3}\sum_{a=1}^{s} n_a\alpha_a\right]\Bigg/\left[1 - \frac{4\pi}{3}\sum_{a=1}^{s} n_a\alpha_a\right], \tag{21}$$

полученной ранее в работе [5] для смеси изотропных шаров с кусочно-непрерывным радиальным распределением диэлектрической проницаемости. Соответственно величину

$$\alpha_a = \frac{3}{4\pi}\int\limits_{\Omega_a} d\mathbf{r}\,\frac{\varepsilon_a(\mathbf{r}) - \varepsilon_0}{2\varepsilon_0 + \varepsilon_a(\mathbf{r})}, \quad a = 1, 2, \ldots, s \tag{22}$$

следует интерпретировать как эффективную поляризуемость частиц сорта $a$ в системе.

Существенно отметить, что для частиц несферической формы поляризуемости (22), вообще говоря, отличаются от одночастичных поляризуемостей, характеризующих отклик уединенных частиц на однородное внешнее поле. В качестве примера рассмотрим случай, когда дисперсные частицы сорта $a$ являются однородными эллипсоидами с проницаемостью $\varepsilon_a$ и объемом $v_a$. Тогда, согласно формуле (22).

$$\alpha_a = \frac{3}{4\pi}\,v_a\,\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_0}{2\varepsilon_0 + \varepsilon_a}. \tag{23}$$

С другой стороны, главные компоненты тензора поляризуемости, характеризующие отклик уединенного эллипсоида в однородной среде с проницаемостью $\varepsilon_0$ на однородное внешнее поле, неправленное вдоль соответствующих осей эллипсоида, имеют вид [7]

$$\beta_a^{ii} = \frac{1}{4\pi}\,v_a\,\frac{\varepsilon_a - \varepsilon_0}{\varepsilon_0 + L_i^a(\varepsilon_a - \varepsilon_0)}, \quad i = 1, 2, 3, \tag{24}$$

где $L_i^a$ — известные геометрические факторы, подчиняющиеся соотношению

$$L_1^a + L_2^a + L_3^a = 1. \tag{25}$$

Исключив факторы $L_i^a$, с помощью формул (23)–(25) найдем

$$\alpha_a = 3\left(\frac{1}{\beta_a^{11}} + \frac{1}{\beta_a^{22}} + \frac{1}{\beta_a^{33}}\right)^{-1}. \tag{26}$$

Только для изотропных шаров $\left(\beta_a^{11} = \beta_a^{22} = \beta_a^{33}\right)$ их эффективная поляризуемость в гетерогенной системе совпадает с поляризуемостью уединенного шара. Отклонение формы дисперсных частиц от сферической ведет в общем случае к нелинейной связи между значениями их эффективных и одночастичных поляризуемостей. Это обстоятельство обычно игнорируется при практических расчетах $\varepsilon$ (см., например [9,10]).

В рамках приближения Бруггемана для систем неоднородных частиц $s$ сортов с общей объемной концентрацией $c$ получаем следующее обобщение формулы (16):

$$(1 - c)\frac{\varepsilon_0 - \varepsilon}{\varepsilon_0 + 2\varepsilon} + \frac{4\pi}{3}\sum_{a=1}^{s} n_a\alpha_a^{Br} = 0, \tag{27}$$

где

$$\alpha_a^{Br} = \frac{3}{4\pi}\int\limits_{\Omega_a} d\mathbf{r}\,\frac{\varepsilon_a(\mathbf{r}) - \varepsilon}{2\varepsilon + \varepsilon_a(\mathbf{r})}, \quad a = 1, 2, \ldots, s. \tag{28}$$

Рассмотрим отдельно случай, когда неоднородные дисперсные частицы состоят из $s_i^\alpha$ неперекрывающихся однородных областей (например, слоев) $\Omega_i^\alpha$, каждая из которых характеризуется скалярной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_\alpha$. Здесь индекс $i$ нумерует частицы внутри компактной группы, а индекс $\alpha$ — однородные области внутри отдельной частицы. Тогда из формулы (18) получаем

$$\overline{(\delta\varepsilon(\mathbf{r}))^n} = \sum_{\alpha=1}^{s} c_\alpha(\Delta\varepsilon_\alpha)^n, \quad n \geq 1, \tag{29}$$

где $c_\alpha$ — объемная концентрация вещества с проницаемостью $\varepsilon_\alpha$, $s$ — общее количество различных веществ, входящих в состав дисперсных частиц. Формула (29) совпадает с формулой (11), поэтому эффективная проницаемость системы таких гетерогенных частиц задается формулой (12). В рамках приближения Бруггемана снова приходим к формуле (16). Сохраняют свою силу и утверждения, сделанные сразу после формул (11), (16).

## Заключение

Продемонстрирована эффективность метода компактных групп для расчета статической диэлектрической проницаемости макроскопически однородных и изотропных гетерогенных систем, состоящих из измеримых частиц или областей несферической формы. Основные соотношения получены без использования приближений, предполагающих излишнюю детализацию процессов взаимной поляризации отдельных частей гетерогенной системы, и в этом отношении являются безмодельными. Применение общих формул к анализу конкретных гетерогеных систем отличается простотой и гибкостью, поскольку позволяет в явном виде получать функциональную зависимость эффективной диэлектрической проницаемости этих систем от структурных и диэлектрических параметров их компонентов. Тем самым значительно расширяются возможности для экспериментальной проверки правильности закладываемых в теорию представлений о структуре и механизмах формирования диэлектрических свойств реальных физических систем.

Предложенный метод допускает обобщение и на случай, когда дисперсные частицы или части системы состоят из вещества с анизотропными диэлектрическими характеристиками. Соответствующие результаты будут изложены отдельно.

## Список литературы


[1] *Челидзе Т.Л., Деревянко А.И., Куриленко О.Д.* Электрическая спектроскопия гетерогенных систем. Киев: Наукова думка, 1977. 232 с.

[2] *Борен К., Хафмен Д.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 662 с.

[3] *Sihvola A.* Electromagnetic Mixing Formulas and Applications. IEE Electromagnetic Wave Series, 47. London: IEE, 1999. 284 p.

[4] *Mallet P., Guérin C.A., Sentenac A.* // Phys. Rev. B. 2005. Vol. 72. N 1. P. 014205–014205-9.

[5] *Сушко М.Я.* // ЖЭТФ. 2007. Т. 132. № 2 (8). С. 478–484.

[6] *Кузьмин В.Л.* // ЖЭТФ. 2005. Т. 127. № 5. С. 1173–1180.

[7] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.

[8] *Сушко М.Я.* // ЖЭТФ. 2004. Т. 126. № 6(12). С. 1355–1361.

[9] *Степин Л.Д.* // ЖТФ. 1965. Т. 35. Вып. 6. С. 996–1001.

[10] *Вендик О.Г, Медведева Н.Ю., Зубко С.П.* // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. Вып. 8. С. 13–20.