01;04

Цилиндрическое тело в потоке бесстолкновительной плазмы

© М.В. Котельников

Научный центр нелинейной волновой механики и технологии РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: mvk_home@mail.ru

(Поступило в Редакцию 23 апреля 2008 г.)

Методами математического моделирования исследована возмущенная область вблизи заряженного цилиндра, помещенного в поток бесстолкновительной плазмы. Полученные результаты качественно отражают особенности атмосферы спутника либо отдельных его частей цилиндрической формы, обтекаемых бесстолкновительной плазмой, а также могут быть использованы для зондовой диагностики потоков разреженной плазмы.

PACS: 52.70.DS

Рассматривается цилиндрическое тело радиуса r_p и длины $L_p \gg r_p$, заряженное до потенциала φ_p и обтекаемое поперечным потоком бесстолкновительной плазмы со скоростью V_∞. Внешнее магнитное поле с индукцией $\mathbf{B}$ может быть направлено вдоль оси цилиндра. Такое тело можно рассматривать как элемент конструкции спутника, а в зондовой теории — как цилиндрический зонд, расположенный поперек потока плазмы. В такой постановке функции распределения ионов (ФРИ) и электронов (ФРЭ) оказываются четырехмерными в фазовом пространстве (фазовыми переменными являются радиус r, азимутальный угол θ и компоненты скорости V_r и V_θ), а также зависят от времени t:

$$f_\alpha = f_\alpha(r, \theta, V_r, V_\theta, i), \quad \alpha = i, e.$$

Индекс i относится к ионам, e — к электронам.

Математическая модель задачи включает систему уравнений Власова–Пуассона, которая в указанных координатах записывается так [1,2]:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + V_r \frac{\partial f_\alpha}{\partial r} + \frac{V_\theta}{r}\frac{\partial f_\alpha}{\partial \theta} + \left(\frac{V_\theta^2}{r} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha}E_r + \frac{q_\alpha}{m_\alpha}BV_\theta\right)\frac{\partial f_\alpha}{\partial V_r} + \left(\frac{q_\alpha}{m_\alpha}E_\theta - \frac{V_r V_\theta}{r} - \frac{q_\alpha}{m_\alpha}BV_r\right)\frac{\partial f_\alpha}{\partial V_\theta} = 0, \tag{1}$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} = -\frac{1}{\varepsilon_0}\sum q_\alpha n_\alpha; \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi. \tag{2}$$

Здесь E и φ — напряженность и потенциал электрического поля; q_α, m_α, n_α — заряд, масса и концентрация заряженных частиц.

Концентрация, плотность тока частиц у поверхности цилиндра и интегральный ток на цилиндр единичной длины запишутся так:

$$n_\alpha(r, \theta, t) = \left(\frac{2kT_\alpha}{m_\alpha}\right)^{1/2} \int\limits_{-\infty}^{+\infty}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_\alpha(r, \theta, V_r, V_\theta, t)dV_r dV_\theta, \tag{3}$$

$$j_\alpha(t, \theta) = \left(\frac{2kT_\alpha}{m_\alpha}\right)^{1/2} \times q_\alpha \int\limits_{-\infty}^{0}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_\alpha(r_p, \theta, V_r, V_\theta, t)V_r dV_r dV_\theta, \tag{4}$$

$$I_\alpha(t) = r_p \int\limits_0^{2\pi} j_\alpha(t, \theta)d\theta. \tag{5}$$

В качестве начальной функции распределения будем рассматривать максвелловскую функцию распределения:

$$f_\alpha(0, r, \theta, V_r, V_\theta) = (n_\infty/\pi)\big(m_\alpha/(2kT_\alpha)\big)^{3/2} \times \exp[-m_\alpha\{(V_r + V_\infty\cos\theta)^2 + (V_\theta - V_\infty\sin\theta)^2\}/(2kT_\alpha)], \tag{6}$$

где n_∞ — концентрация частиц в невозмущенной плазме, T_α — температура компоненты α.

Для решения уравнения Пуассона задаются значение φ при $r = r_p$ и его значение на внешней границе расчетной области, которое, как правило, считается нулевым. Функции рапределения на внешней границе совпадают с (6), а на теле ставится условие идеальной каталитичности, т. е. ион, касаясь стенки, получает недостающий электрон и становится нейтральным атомом, а электрон, коснувшись стенки, поглощается. Более подробно система начальных и граничных условий описана в [1,2]. Система (1)–(6) составляет математическую модель задачи обтекания заряженного цилиндра поперечным потоком бесстолкновительной плазмы в магнитном поле.

Система (1)–(6) приводилась к безразмерному виду с помощью следующей системы масштабов: $M_L = r_D = (\varepsilon_0 kT_{i\infty}/n_\infty e^2)^{1/2}$ — масштаб длины, $M_\varphi = kT_{i\infty}/e$ — масштаб потенциала, $M_{V_\alpha} = (2kT_\alpha/m_\alpha)^{1/2}$, $\alpha = i, e$ — масштаб скорости, $M_E = M_\varphi/M_L$ — масштаб напряженности электрического поля, $M_B = 2M_E/M_{V_i}$ — масштаб индукции магнитного поля. Остальные масштабы получаются по формулам размерностей. В качестве безразмерных параметров задачи имеем $r_0 = r_p/M_L$, $\varphi_0 = \varphi_p/M_\varphi$, $V_0 = V_\infty/M_{V_i}$, $B_0 = B/M_B$.

Вычислительная модель задачи основана на методе установления, когда на тело подается импульс потенциала с достаточно круглым фронтом нарастания и моделируется переходный процесс от начального к конечному стационарному состоянию (см. [1,2]). Для решения уравнения Власова используется алгоритм метода крупных частиц или метод характеристик, а уравнение Пуассона решается с использованием спектральных методов.

С целью сокращения необходимых ресурсов ЭВМ проводилась оптимизация вычислительного алгоритма. По результатам методических расчетов размер расчетной области не превышал размера возмущенной зоны. Размер шага по времени не превышал $\Delta t = 0.2$. Число узлов расчетной сетки в задаче с цилиндром в большинстве расчетов составляло $N_r N_\theta N_{V_r} N_{V_\theta} = 20 \cdot 50 \cdot 30 \cdot 30$.

В результате расчетов были получены функции распределения ионов и электронов, по которым с помощью формул (4) и (5) рассчитывалась плотность тока и интегральный ток на единицу длины цилиндра. В отсутствие магнитного поля при $V_0 = 0$ результаты расчетов совпали с результатами Лафрамбуаза [3]. При достаточно больших скоростях ($V_0 \geq 5$) результаты математического моделирования близки к результатам теоретического исследования Ленгмюра [4].

На рис. 1 представлено полученное в результате вычислительных экспериментов распределение плотности тока ионов по обводу цилиндра. Из рисунка следует, что при наличии скорости потока максимальная плотность тока имет место в лобовой области, а минимальная — в теневой. При $V_0 \geq 3$ плотность тока в теневой области настолько уменьшается, что в масштабах рис. 1 совпадает с нулевой линией. Интегральный ток на единицу длины цилиндра с ростом V_0 растет, что связано с увеличением плотности тока на лобовую часть.

На рис. 2 представлены зависимости средней плотности тока ионов на цилиндр от его потенциала при различных значениях параметров r_0 и V_0. Представленные зависимости можно рассматривать как ионные ветви

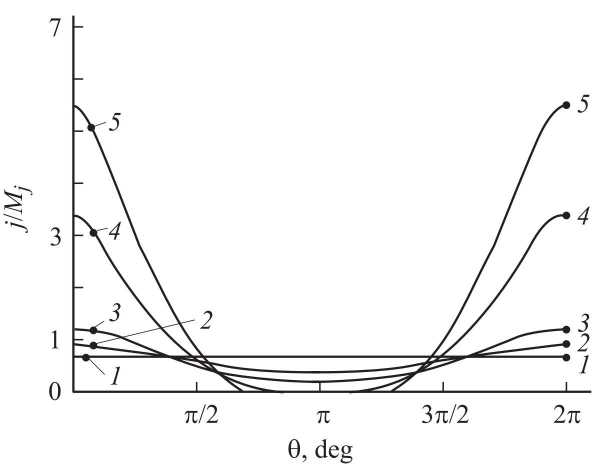

Рис. 1. Распределение плотности тока по обводу цилиндра при $r_0 = 3$; $\varphi_0 = -6$; $\varepsilon = 1$, $B_0 = 0$. *1* — $V_0 = 0$, *2* — 0.5, *3* — 1, *4* — 3, *5* — 5.

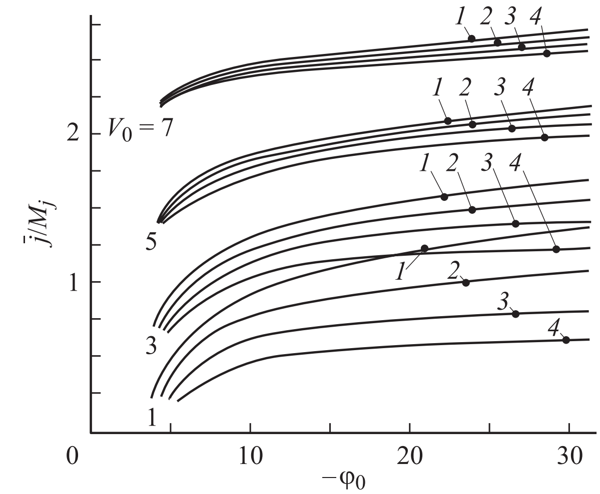

Рис. 2. ВАХ цилиндрического зонда в поперечном потоке бесстолкновительной плазмы ($\varepsilon = 1$, $B_0 = 0$). *1* — $r_0 = 3$, *2* — 10, *3* — 30, *4* — 100.

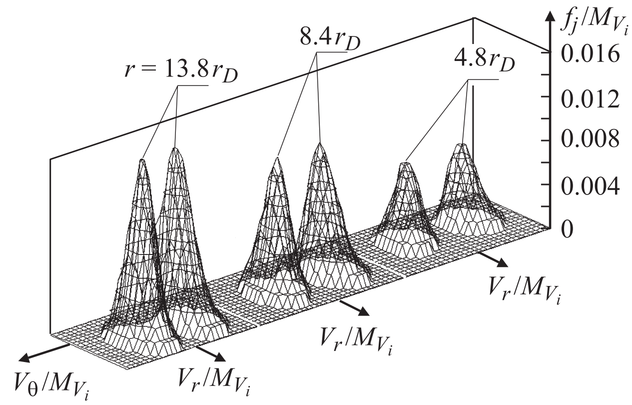

Рис. 3. Зависимость ФРИ от r при $r_0 = 3$, $\varphi_0 = -6$, $V_0 = 5$, $\varepsilon = 1$, $B_0 = 0$.

вольт-амперных характеристик (ВАХ) цилиндрического зонда в потоке бесстолкновительной плазмы. Электронные ветви ВАХ близки к их положению в покоящейся плазме, поскольку хаотическая скорость электронов намного больше направленной скорости плазмы. Если при $V_0 = 0$ зависимость от r_0 существенна, то с увеличением V_0 она уменьшается и при $V_0 > 7$ практически исчезает. Это связано с тем, что при относительно больших скоростях влияние электрического поля зонда мало в сравнении с влиянием направленной скорости. Ток зонда определяется только частицами, поступающими с потоком на лобовую часть цилиндра.

На рис. 3 даны профили ФРИ в теневой области в зависимости от расстояния до оси. Левая часть ФРИ формируется частицами, огибающими цилиндр слева, а правая — частицами, огибающими цилиндр справа. По мере приближения к поверхности цилиндра расстояние между центрами тяжести обеих частей ФРИ растет. Вычислительный эксперимент показал, что при $\theta = \pi$ обе части ФРИ симметричны, а по мере смещения по угловой координате θ высота одной из частей растет, а другой — уменьшается. В итоге, выйдя за пределы области с пониженной концентрацией за телом („следа“), получим единую функцию распределения. Это объясняется тем, что пропадает эффект, связанный с появлением двух потоков, обтекающих цилиндр слева и справа.

ФРИ в боковой и лобовой части, а также ФРЭ каких-либо существенных особенностей не показали.

Полученные результаты качественно отражают особенности собственной атмосферы спутника либо отдельных частей цилиндрической формы, обтекаемых бесстолкновительной плазмой. При этом учет магнитного поля Земли $B \approx 10^{-5}$ T ввиду его относительной малости не вносил каких-либо ощутимых изменений в представленные результаты.

При проведении зондовых измерений в следе спутника ВАХ не могут быть обработаны с помощью классических методик, поскольку ФРИ в области следа существенно отличается от максвелловской функции распределения. Результаты проведенных исследований позволяют корректно поставить начальные и граничные условия для ФРИ при решении задач обтекания электрического зонда потоком бесстолкновительной плазмы в области следа.

Представленный набор теоретических ВАХ может быть использован для диагностики бесстолкновительной плазмы цилиндрическими зондами, расположенными поперек потока.

Список литературы

[1] *Алексеев Б.В., Котельников В.А.* Зондовый метод диагностики плазмы. М.: Энергоатомиздат, 1988. 239 с.

[2] *Котельников В.А., Ульданов С.В., Котельников М.В.* Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. М.: Наука, 2004. 422 с.

[3] *Laframboise J.G.* // Rarefied Gas Dinamics. 1966. Vol. 11. N 4. P. 22.

[4] *Langmuir I.* // Phys. Rev. 1926. Vol. 26. P. 727.