

01:10

# Аксептанс квадрупольного фильтра масс в верхнем острове стабильности при бигармоническом питании

© Н.В. Коненков, М.Н. Махмудов, Ю.В. Страшнов

Рязанский государственный университет им. С.А. Есенина,  
390000 Рязань, Россия  
e-mail: n.konenkov@rsu.edu.ru

(Поступило в Редакцию 11 апреля 2008 г. В окончательной редакции 8 августа 2008 г.)

Численными методами исследованы динамические характеристики квадрупольного фильтра масс (КФМ) с параметрическим резонансным возбуждением колебаний ионов малым добавочным ВЧ-напряжением. Рассматривается верхний остров стабильности, формируемый полосами нестабильности следующих вдоль изолиний параметров стабильности невозмущенной первой зоны стабильности. Рассчитаны изолинии характеристических показателей на плоскости параметров острова. Представлены траектории ионов в характеристических точках вблизи  $x$  и  $y$  границ острова, которые имеют вид биений. Определены параметры эллипсов в зависимости от начальной фазы влета ионов в ВЧ-поле. Показано, что их величины периодичны с периодом  $\pi$  при изменении сдвига фаз между основным и дополнительным ВЧ-напряжениями. Вследствие этого аксептанс КФМ и, следовательно коэффициент пропускания, имеют максимумы при изменении сдвига фаз. Поэтому необходима синхронизация бигармонического сигнала с целью увеличения пропускания КФМ.

PACS: 41.85.Lc

## Введение

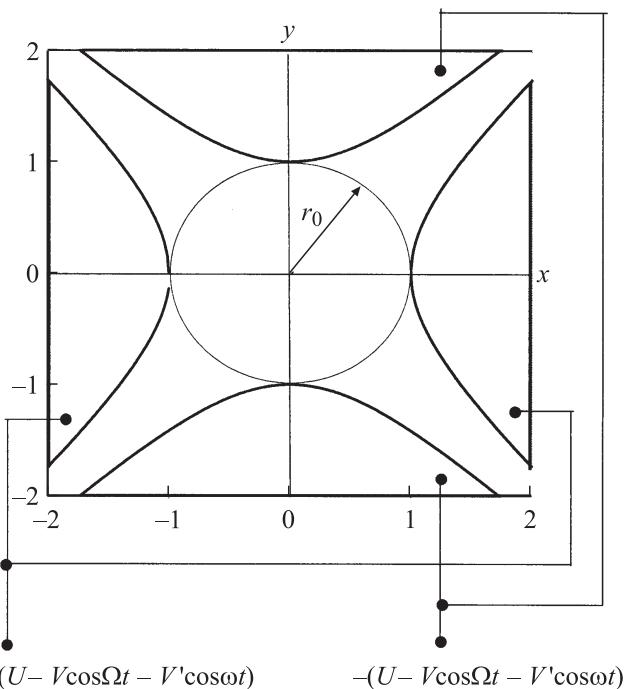
При бигармоническом питании квадрупольного фильтра масс (КФМ) на противоположные электроды (рис. 1) подают напряжения в противофазе вида

$$\Phi(t) = \pm [U - V \cos \Omega t - V' \cos \omega t], \quad (1)$$

где  $U$  и  $V \cos \Omega t$  — постоянное и переменное напряжения,  $V' \cos \omega t$  — добавочное ВЧ-напряжение с низкой  $\omega \ll \Omega$  или высокой частотой  $\omega \approx \Omega$ ,  $\Omega$  и  $\omega$  — угловые частоты основного и добавочного ВЧ-напряжений, причем амплитуда  $V' = 0.005\text{--}0.04$  V. Малое ВЧ-напряжение служит для параметрического резонансного возбуждения колебаний ионов при определенных кратных соотношениях частот  $v = \omega/\Omega$  [1–4]. Воздействие квадрупольного параметрического резонанса приводит к появлению полос нестабильности в первой зоне стабильности, которые разбивают зону на острова стабильности. Наиболее сильные полосы нестабильности следуют вдоль линий изо- $\beta$  характеристического показателя  $\beta = K/P$ ,  $K = 1, \dots, P - 1$ , когда величина  $\beta$  — простая несократимая дробь,  $K$  и  $P$  — целые числа. В этом случае решение уравнения Матье, описывающего движение ионов в КФМ, периодично с периодом  $\pi P$  [5].

Условия резонансов высокого порядка при бигармоническом питании были получены в работе [2] и впервые экспериментально наблюдались в [6]. Экспериментальное исследование островов стабильности масс-спектрометрическим и оптическими методами представлено в работах [7–9]. Разделение ионов по удельным зарядам возможно только в верхнем острове стабильности без интерференции (перекрытия) масс спектров от соседних островов [7,8].

В динамике аксептанс КФМ представляет собой эллипс, вращающийся с угловой скоростью  $\Omega$  на фазовой плоскости поперечных координат и скоростей [10–12]. При этом площадь эллипса (фазовый объем) сохраняется в соответствии с теоремой Лиувилля, изменяются его ориентация и эксцентриситет. Ионы, имеющие начальные условия внутри эллипса и влетающие в заданную



**Рис. 1.** Гиперболический профиль сечения электродов и схема питания КФМ:  $r_0$  — радиус поля (радиус вписанной окружности между вершинами электродов),  $x$  и  $y$  — поперечные координаты.

фазу ВЧ- поля, в условиях области стабильности попадут на детектор и будут зарегистрированы. Поэтому фазовые площади, ограничивающие эллипсами, называют эллипсами захвата.

Детально фазо-пространственная динамика движения ионов в ВЧ квадрупольном поле в режиме работы первой области стабильности рассмотрена в работах Доусона, Тодда и сотрудников [10,13,14], а также недавно Барановым представлен аналитический подход расчета эллипсов захвата КФМ в [15,16]. Применительно к высоким зонам стабильности акцептанс КФМ исследовался авторами [17–21].

Интегральная характеристика КФМ — коэффициент пропускания в режиме работы верхнего острова стабильности (четырехугольника) в зависимости от параметров возбуждения разрешающей способности, конфигурации круглых электродов изучалась на основе численного моделирования траекторий ионов [22]. Результаты моделирования подтверждаются экспериментом [7,8].

Знание акцептанса КФМ имеет как теоретический, так и практический интерес для целей согласования эмиттанса статического источника ионов и динамического акцептанса КФМ [14] в режиме работы четырехугольника стабильности, возбуждаемого дополнительным ВЧ-сигналом. Целью работы являлось исследование динамических характеристик, а именно зависимость параметров эллипсов захвата от фазы  $\xi_0$  влета ионов в ВЧ-поле и влияние сдвига фаз  $\alpha$  на акцептанс КФМ.

## Остров стабильности

Уравнения движения ионов при бигармоническом питании (1) в островах стабильности имеют вид [1–4].

$$\frac{d^2x}{d\xi^2} + [a - 2q \cos 2(\xi - \xi_0) - 2q' \cos (2\nu(\xi - \xi_0) - 2\alpha)]x = 0; \quad (2)$$

$$\frac{d^2y}{d\xi^2} - [a - 2q \cos 2(\xi - \xi_0) - 2q' \cos (2\nu(\xi - \xi_0) - 2\alpha)]y = 0, \quad (3)$$

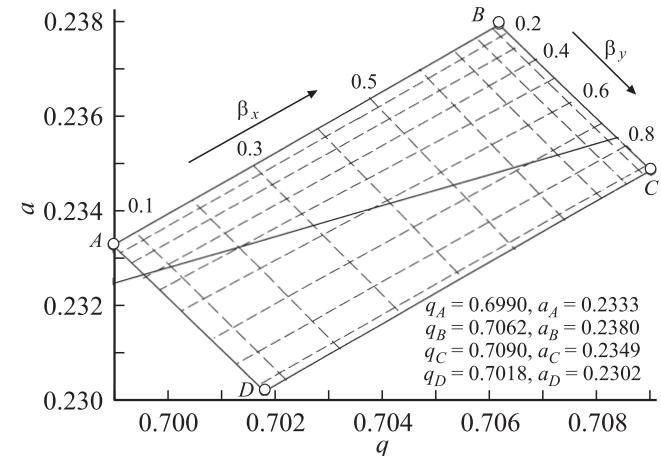
где  $x$  и  $y$  — поперечные координаты (рис. 1). Безразмерные параметры выражаются следующим образом:

$$a = \frac{8eU}{m\Omega^2 r_0^2}, \quad q = \frac{4eU}{m\Omega^2 r_0^2}, \quad \nu = \frac{\omega}{\Omega}, \quad \xi = \frac{\Omega t}{2},$$

$$q' = \frac{4eV'}{m\Omega^2 r_0^2} = q \frac{V'}{V},$$

где  $e$  и  $m$  — заряд и масса иона,  $r_0$  — радиус поля (см. рис. 1),  $\xi_0$  — начальная фаза влета иона в ВЧ поле,  $\alpha$  — сдвиг фаз между основным и малым добавочным ВЧ-напряжениями.

Метод расчета островов стабильности на плоскости  $a, q$  параметров при параметрическом резонансном возбуждении колебаний ионов представлен в [4,7].

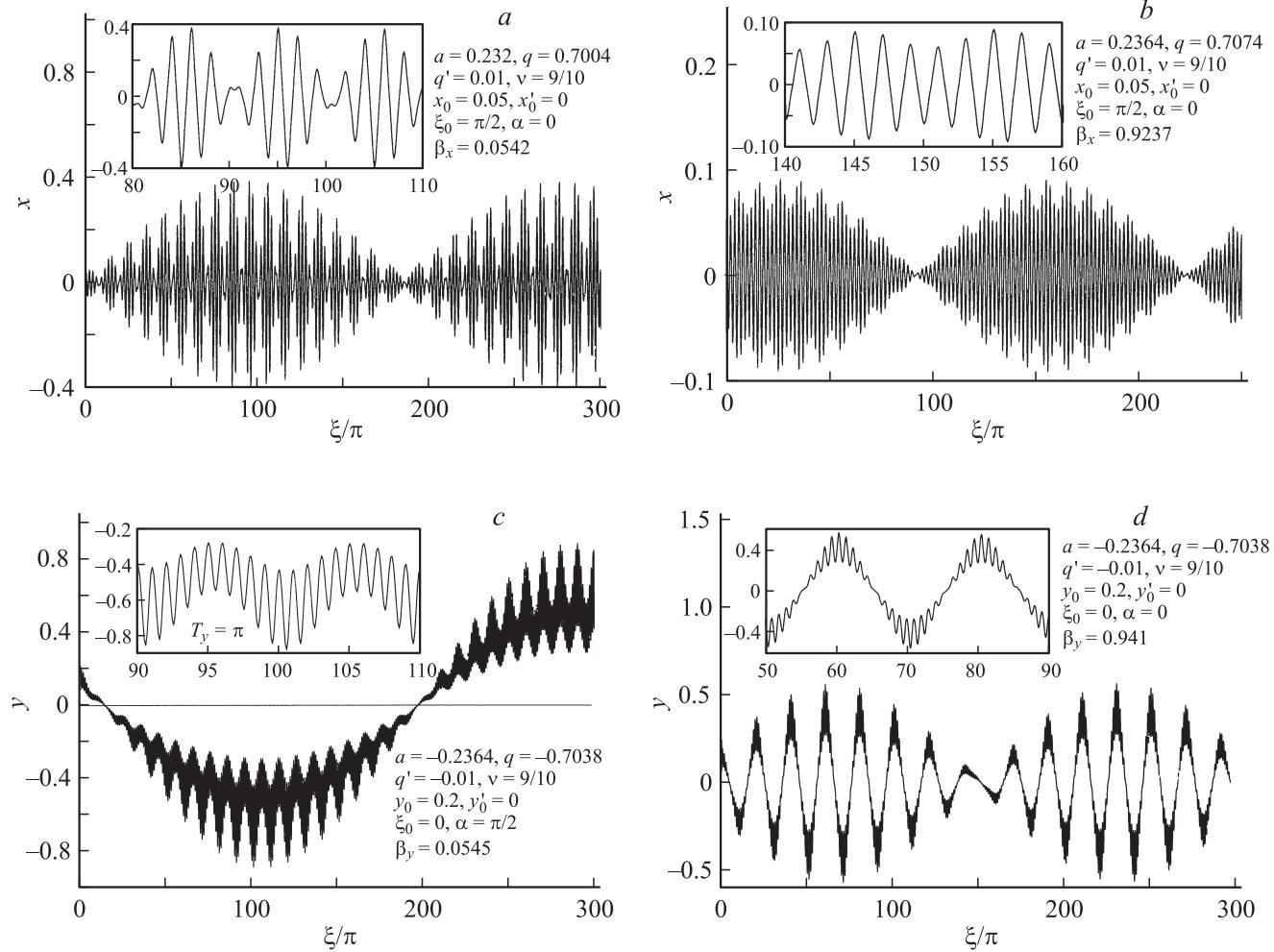


**Рис. 2.** Верхний остров стабильности с параметрами возбуждения:  $q' = 0.01$  и  $\nu = 9/10$ . Пунктиром — изолинии характеристических показателей  $\beta_x$  и  $\beta_y$ ;  $AB$  и  $DC$  — границы полосы стабильности по  $y$  координате,  $AD$  и  $BC$  — по  $x$  координате.  $\lambda = 0.166\,27$ .

Верхний четырехугольник стабильности отсекается полосами нестабильности, следующими вдоль изолиний  $\beta_x = (P - 1)/P$  и  $\beta_y = 1/P$ , где  $\beta_x$  и  $\beta_y$  — параметры стабильности [10] (или характеристические показатели [5]).

На рис. 2 представлен верхний остров стабильности с параметрами  $q' = 0.01$  и  $\nu = \omega/\Omega = 9/10$ . Пунктиром отмечены изолинии параметров стабильности  $\beta_x$  и  $\beta_y$ , определяющих спектральный состав колебаний ионов в  $xz$  и  $yz$  плоскостях анализатора. При анализе положительных ионов ось  $X$  анализатора (рис. 1) проходит через пару противоположных электродов, на которые подают постоянное напряжение  $+U$ . Границы  $AB$  и  $DC$  определяют область устойчивых колебаний ионов (колебаний с конечной амплитудой) по координате  $Y$ ; границы  $AD$  и  $BC$  — по координате  $X$ . Две перекрывающиеся полосы стабильности по  $x$  и  $y$  координатам формируют четырехугольник  $ADBC$  стабильности в плоскости  $a, q$  параметров. Возможна одномерная сепарация ионов по координате  $x$ , когда линия сканирования  $a = 2\lambda q$  пересекает границы  $AD$  и  $BC$ . Координаты вершин  $A, B, C$  и  $D$  представлены на рис. 2. Рабочими вершинами являются вершина  $D$  или вершина  $B$ , где настройка на заданную разрешающую способность осуществляется путем изменения параметра  $\lambda = U/V = a/2q$ . Амплитуда  $V$  ВЧ-напряжения на противоположных электродах (рис. 1) измеряется относительно „земли“.

Траектории ионов по  $x$  и  $y$  координатам показаны на рис. 3 для точек  $(a, q)$  вблизи четырех границ  $AB$ ,  $DC$ ,  $AD$  и  $BC$  с указанными начальными условиями. Для нашего случая траектория иона зависит от трех параметров  $a, q$  и сдвига фаз  $\alpha$ , а также от пяти начальных условий — положения  $x_0$  и  $y_0$ , начальных скоростей  $x'_0$  и  $y'_0$  и начальной фазы  $\xi_0$  влета иона в ВЧ-поле. В идеальном поле с гиперболическим распределением



**Рис. 3.** Колебания ионов в плоскости  $xz$  вблизи границ  $AD$  (*a*) и  $BC$  (*b*) и в плоскости  $yz$  вблизи границ  $AB$  (*c*) и  $CD$  (*d*), где  $z$  — ось анализатора.

потенциала колебания ионов по  $x$  и  $y$  осям независимы, что отражено в уравнениях движения (2) и (3).

Как следовало ожидать, вблизи границ стабильности колебания ионов имеют характер биений с частотой, стремящейся к нулю при приближении к соответствующим границам стабильности. Вблизи границы  $AD$  (рис. 3, *a*) колебания ионов по оси  $x$  имеют сложный спектральный состав, среди которых можно выделить колебания с наибольшим периодом  $T_1 \approx 180\pi$ , а также минорные колебания с  $T_2 \approx 10\pi$  и  $T_3 \approx 2\pi$ , где период  $\pi$  соответствует периоду  $2\pi/\Omega$  основного ВЧ-напряжения (1). Вблизи внешней границы  $BC$  (рис. 3, *b*) характерны колебания с периодами  $120\pi, 5\pi$  и  $\pi$ .

На рис. 3, *c* и *d* показана структура колебаний ионов по координате  $y$ . Вблизи внешней границы  $AB$  и внутренней —  $CD$  остррова траектории по  $y$  на оси имеют различный характер при одних и тех же начальных условиях. Период низкочастотных колебаний составляет  $\approx 200\pi$ , при этом четко выражены гармоника с периодами  $10\pi$  и  $\pi$  (рис. 3, *c*).

## Параметры эллипсов захвата

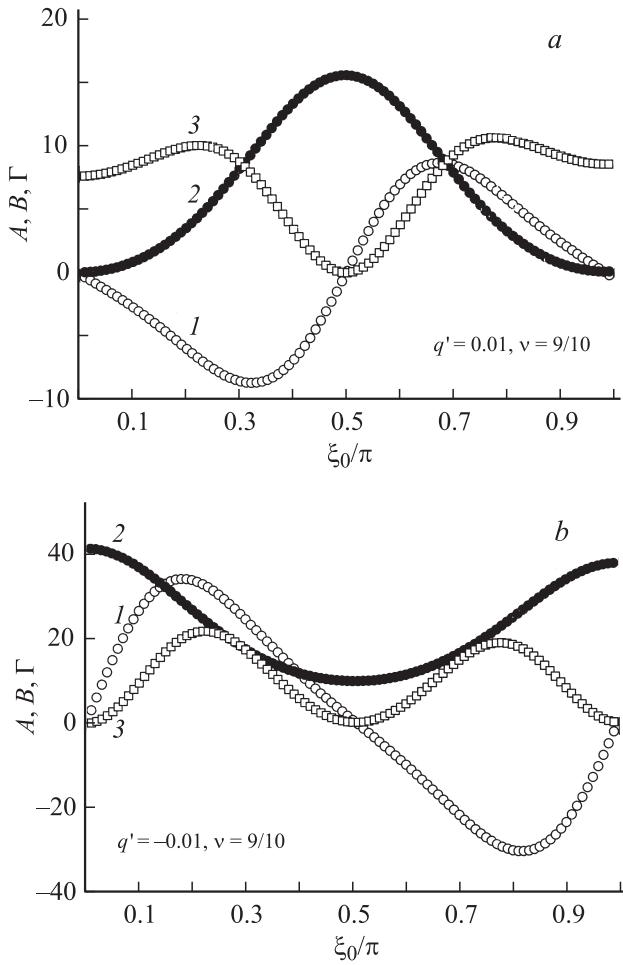
Уравнение эллипса захвата в безразмерной форме имеет вид [10]:

$$\Gamma u_0^2 + 2A u_0 u'_0 + B u'_0^2 = \varepsilon = \frac{1}{B_{\max}}, \quad (4)$$

где  $A, B, \Gamma$  — параметры эллипсов захвата, зависящие от рабочей точки  $(a, q)$  в острове стабильности от начальной фазы  $\xi_0$  и сдвига фаз  $\alpha$ , которые входят в уравнения движения ионов (2) и (3);  $u$  — поперечные координаты  $x$  или  $y$ ,  $u'_0$  — поперечные скорости  $dx/d\xi$  ( $\xi = 0$ ) или  $dy/d\xi$  ( $\xi = 0$ ),  $\varepsilon$  — аксептанс, численно равный площади эллипса, деленного на  $\pi$ ,  $B_{\max}$  — максимальное значение  $B(\xi_0)$  на интервале  $(0 - \pi)$ . Временная функция

$$g(\xi) = a - 2q \cos 2(\xi - \xi_0) - 2q' \cos (2v(\xi - \xi_0) - 2\alpha), \quad (5)$$

определяющая форму питающего напряжения, имеет наименьший совместный период  $\pi P = 10\pi$ . Поэтому



**Рис. 4.** Зависимость параметров  $A$  (1),  $B$  (2),  $\Gamma$  (3) от начальной фазы влета  $\xi_0$  для  $x$  траекторий (a) и для  $y$  траекторий (b) в точке области стабильности. Сдвиг фаз  $\alpha = 0$ .

рассчитываем параметры  $A, B, \Gamma$  на основе матрицы  $M$ -преобразования на интервале  $(0 - \pi P)$ . Матрица преобразования  $M$  [4] устанавливает связь между начальными  $u_0$  и  $u'_0$  и конечными координатами  $u$  и скоростями  $u'$ .

$$\begin{bmatrix} u \\ u' \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{21} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix}_{P\pi} \begin{bmatrix} u_0 \\ u'_0 \end{bmatrix} \quad (6)$$

при начальных условиях  $u_0 = 0$ ,  $u'_0 = 1$  и  $u_0 = 1$ ,  $u'_0 = 0$ . Таким образом, элементы матрицы  $M$  суть конечные значения координат и скоростей за время пролета ионов  $\xi = \pi P$ :  $u = m_{12}$  и  $m_{22}$  при  $u_0 = 0$ ,  $u'_0 = 1$  и  $u = m_{11}$  и  $m_{21}$  при  $u_0 = 1$ ,  $u'_0 = 0$ . Зная элементы матрицы  $M$ , можно рассчитать параметр стабильности  $\beta$  и параметры  $A, B, \Gamma$  эллипсов захвата по следующим формулам [4,10]:

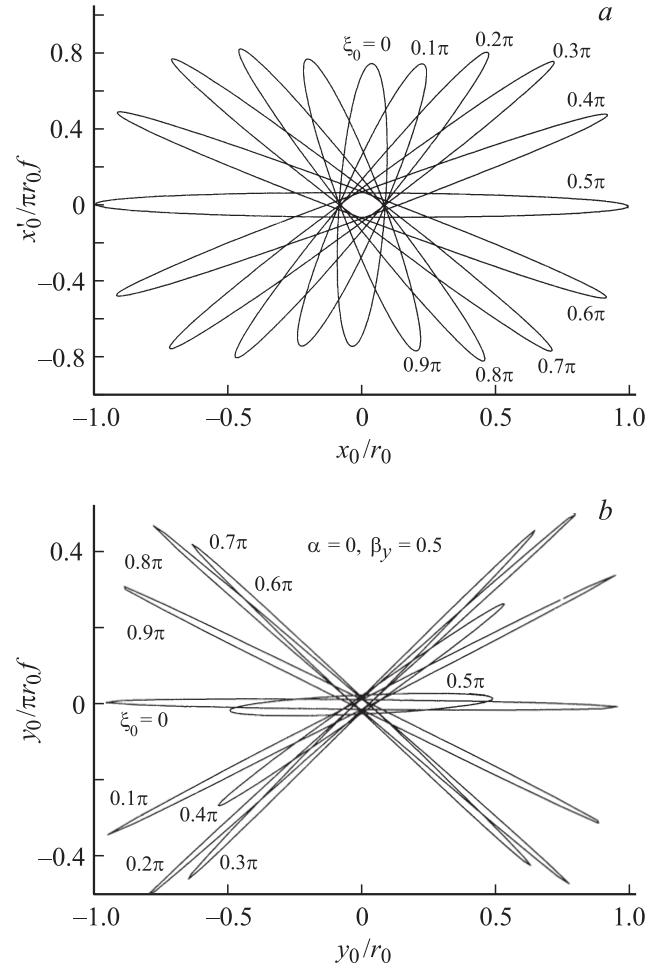
$$A = \frac{m_{11} + m_{22}}{2 \cos \pi \beta}, \quad B = \frac{m_{12}}{\sin \pi \beta}, \quad \Gamma = \frac{-m_{21}}{\sin \pi \beta},$$

$$\beta = \arccos \left( \frac{m_{11} + m_{22}}{2} \right) \frac{1}{\pi}. \quad (7)$$

Элементы  $A, B, \Gamma$  матрицы преобразования  $M$  (6) можно рассчитать любым подходящим численным методом путем интегрирования уравнений движения (2) и (3). Для этих целей нами использовался численный метод Рунге-Кутта–Ньюстрема–Дорманда–Принса (RK–N–DP) 6(7) порядка [23].

Параметры  $A, B, \Gamma$  в зависимости от начальной фазы  $\xi_0$  для  $x$  и  $y$  траекторий представлены на рис. 4 для примечательной точки с координатами  $a = 0.2352934$  и  $q = 0.7047803$ , в которой параметры стабильности  $\beta_x = \beta_y = 0.5$ . Наблюдается асимметрия в поведении параметров  $A, B, \Gamma$  эллипса захвата относительно смены знака при изменении  $\xi_0$ . Максимумы  $B_{x\max} = B_x(\xi_0 = \pi/2) = 15.3$  и  $B_{y\max} = B_y(\xi_0 = 0) = 83.1$  зависимостей  $B_x(\xi_0)$  и  $B_y(\xi_0)$  равны площадям эллипсов захвата, выраженных в единицах  $r_0^2 f$  [ $\text{m}^2/\text{s}$ ], где  $f = 2\pi/\Omega$  — циклическая частота основного ВЧ-напряжения.

Эллипсы захвата для  $x$  и  $y$  координат на фазовой плоскости поперечных координат и скоростей показаны на рис. 5 для внутренней точки острова  $a = 0.2352934$ ,  $q = 0.7047803$ , когда сдвиг фаз  $\alpha = 0$ . Эллипсы врашаются с изменением начальной фазы влета  $\xi_0$  иона



**Рис. 5.** Эллипсы захвата для  $x$  (a) и для  $y$  (b) траекторий.  $\xi_0$  — начальная фаза влета иона в ВЧ-поля. Сдвиг фаз  $\alpha = 0$ .

в ВЧ-поле с частотой  $\Omega$ . Ионы, имеющие начальные координаты и скорость внутри эллипса, будут иметь амплитуды поперечных колебаний по соответствующей координате менее радиуса поля  $r_0$ . В „центре“ стабильности острова ( $\beta_x = \beta_y = 0.5$ ) акцептанс  $\varepsilon_x$  в пять раз больше, чем  $\varepsilon_y$ . На рис. 5 эллипсы отмечены соответствующей фазой взлета  $\xi_0 = 0, 0.1\pi, \dots, \pi$ . В соответствии со сдвигом фаз на  $\pi$  ВЧ-напряжения на  $X$  и  $Y$  электродах (рис. 1) большие полуоси  $x$  и  $y$  эллипсов развернуты под углом  $\pi/2$ . Эллипсы по  $x$  координате (рис. 5, a) более равномерно распределены по фазовой плоскости, чем по  $y$  координате (рис. 5, b).

## Акцептанс КФМ

Акцептанс КФМ в статике определяется как область на фазовой плоскости, ограниченная контурами, которые определены по заданному уровню пропускания [10,13]. Уровень пропускания соответствует вероятности  $P(u + du, u' + du')$  прохождения ионов через анализатор с начальными условиями  $u_0, u'_0$  на площадке  $[du \times du']$  за время, равное периоду  $\pi$  (периоду ВЧ- поля  $T = 2\pi/\Omega$ ), где  $u = x_0$  или  $u = y_0$ .

Определение положения контуров на фазовой плоскости начальных координат и скоростей  $(u_0, u'_0)$  по заданному уровню пропускания  $P$  производилось следующим образом. Рассчитывались параметры 100 эллипсов захвата  $A(\xi_{0i}), B(\xi_{0i}), \Gamma(\xi_{0i})$ , и  $B_{\max}$  при начальных фазах взлета  $\xi_{0i} = 0, \pi/100, 2(\pi/100), \dots, 100(\pi/100)$ ,  $i = 0, 1, \dots, 100$ . Если точка  $(u, u'_0)$  попадает в  $L$  эллипсов захвата, то полагаем, что искомая вероятность пропускания  $P = L/100$ . Нахождение граничной точки контура  $(u, u'_0)$  удобно в полярной системе координат:

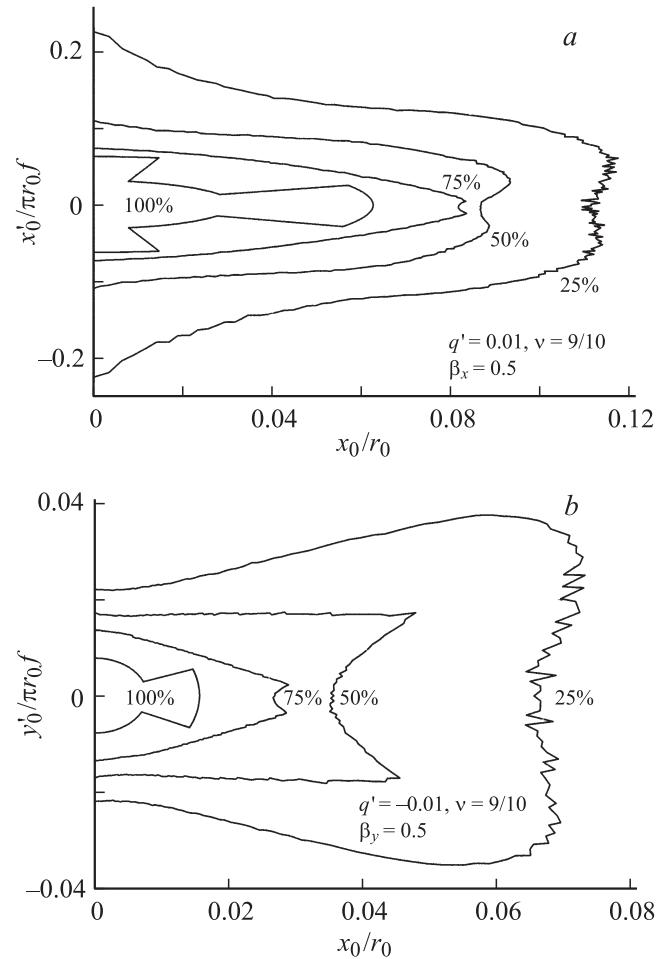
$$u_0 = \rho \cos \vartheta, \quad u'_0 = \rho \sin \vartheta. \quad (8)$$

В этом случае уравнение эллипса захвата (4) будет иметь вид:

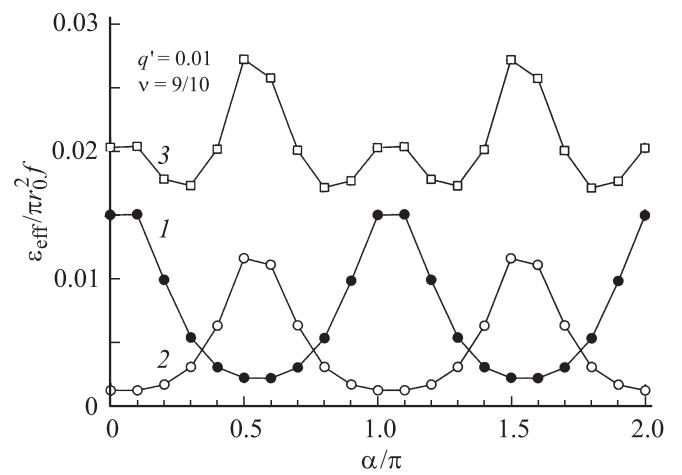
$$\rho^2(A \cos^2 \vartheta + B \sin 2\vartheta + \Gamma \sin^2 \vartheta) = \frac{1}{B_{\max}}, \quad (9)$$

где  $\rho$  и  $\vartheta$  — полярные радиус и угол на фазовой плоскости. Фиксируя величину  $\vartheta$ , методом половинного деления отрезка  $(\rho_k - \rho_{k-1})/2$  считаем число эллипсов в интервале  $(\rho_k - \rho_{k-1})$  до тех пор, пока текущий интервал не будет содержать точку  $\rho = (\rho_k - \rho_{k-1})/2$ , которая попадает в  $L$  эллипсов. Далее, подставив найденное значение  $\rho$  и заданную величину  $\vartheta$  в (8), находим координаты  $u_0$  и  $u'_0$  точки контура пропускания в декартовой системе координат. Пропусканию 100% соответствует область перекрытия всех эллипсов захвата (рис. 5).

На рис. 6 показаны контуры для  $x$  и  $y$  координат, определенные по уровням пропускания 25, 50, 75 и 100% в острове стабильности в точке  $a$ ,  $q$  ( $\beta_x = \beta_y = 0.5$ ) при сдвиге фаз  $\alpha = 0$ . В соответствии с предыдущими результатами можно видеть, что фазовая область захвата ионов по координате  $x$  на порядок больше, чем по



**Рис. 6.** Области допустимых начальных поперечных координат  $x_0$  и скоростей  $x'_0$  (a), границы которых определены по уровням пропускания: 25, 50, 75 и 100%; b — тоже для  $y$  координат.  $a = 0.235\,293$  и  $q = 0.704\,780\,31$ ,  $\alpha = 0$ .



**Рис. 7.** Зависимости величин эффективных акцептансов  $\varepsilon_{x\text{eff}}$  (1),  $\varepsilon_{y\text{eff}}$  (2) и комбинированного акцептанса  $\varepsilon_{x\text{eff}} \varepsilon_{y\text{eff}} \cdot 10^3$  (3) от сдвига фаз  $\alpha$ .  $a = 0.235\,293$ ,  $q = 0.704\,780$ . Уровень пропускания 50%.

координате  $y$ . При согласовании данного акцептанса КФМ с эмиттансом источника ионов входной пучок ионов должен быть плоским в плоскости  $yz$  анализатора и слабо расфокусированным.

Будем называть эффективным акцептансом  $\varepsilon_{\text{eff}}$  КФМ площадь на фазовой плоскости, ограниченной контуром пропускания по заданному уровню (рис. 6). Влияние на акцептанс сдвига фаз  $\alpha$  между основным  $V \cos \Omega t$  и малым дополнительным  $V' \cos(\omega t + \alpha)$  ВЧ-напряжениями КФМ иллюстрируется на рис. 7. Здесь показаны эффективные значения акцептансов  $\varepsilon_{x,\text{eff}}$  и  $\varepsilon_{y,\text{eff}}$ , определенные по 50% уровню, в зависимости от сдвига фаз  $\alpha$ . Изменения  $\varepsilon_{x,\text{eff}}$  и  $\varepsilon_{y,\text{eff}}$  периодичны с периодом  $\pi$  основного напряжения и максимумы сдвинуты на  $\pi/2$ . Относительное изменение эффективного акцептанса составляет  $(\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min})/\varepsilon_{\max} \approx 10$ ; комбинированного, равного произведению  $\varepsilon_{x,\text{eff}} \varepsilon_{y,\text{eff}}$  — приблизительно 15%. Максимум пропускания, определяемый комбинированным акцептансом, соответствует сдвигу фаз  $\alpha = 0.5 - 0.6\pi$ .

## Заключение

Обнаружено значительное почти на порядок различие в акцептансах по координатам  $x$  и  $y$  в режиме работы верхнего острова стабильности КФМ. Относительное изменение эффективного акцептанса составляет всего лишь 15%. Оптимальный сдвиг фаз между двумя ВЧ-сигналами составляет 0.5–0.6 $\pi$ . Акцептанс КФМ периодичен с периодом  $\pi$ , насмотря на то что период дополнительного ВЧ-напряжения равен  $10\pi$ .

В настоящем анализе не учтено влияние входного краевого поля на акцептанс КФМ. В обычном режиме работы в первой области и высших зонах стабильности влияние краевых полей сводится в деформации контуров пропускания, когда контуры смещаются в область отрицательных значений  $x'_0$  и  $y'_0$  КМФ [10,14,17–21]. Исследование эффекта сдвига фаз на пропускание КФМ при наличии краевых полей будет продолжено.

## Список литературы

- [1] Alfred R.L., Londry F.A., March R.E. // Int. J. Mass Spectrom. Ion Proc. 1993. Vol. 124. P. 171–185.
- [2] Sudakov M.Yu., Konenkov N.V., Douglas D.J., Glebova T. // J. Am. Soc. Mass Spectrom. 2000. Vol. 11. P. 10–18.
- [3] Sudakov M.Yu. // Tech. Phys. Lett. 2000. Vol. 26. N 10. P. 870–872.
- [4] Konenkov N.V., Sudakov M.Yu., Douglas D.J. // J. Am. Soc. Mass Spectrom. 2002. Vol. 13. P. 597–613.
- [5] Abramovitz M., Stegun I. Handbook of Mathematical Functions. Appl. Math. Ser. Vol. 55. Washington, DS: National Bureau of Standards, 1964. P. 557.
- [6] Collings B.A., Douglas D.J. // J. Am. Soc. Mass Spectrom. 2000. Vol. 11. P. 1016–1022.
- [7] Konenkov N.V., Cousins L.M., Baranov V.I., Sudakov M.Yu. // Int. J. Mass Spectrom. 2001. Vol. 208. P. 17–27.
- [8] Baranov V.I., Konenkov N.V., Tunner S.D. // Plasma Source Mass Spectrometry. The New Millennium / Ed. by J. Holland, S.D. Tanner. Royal Society of Chemistry: Cambridge, 2001. P. 63–72.
- [9] Zhao X., Ryjkov V.L., Schuessler H.A. // Phys. Rev. A. 2002. Vol. 66. P. 1–7.
- [10] Dawson P.H. Quadrupole Mass Spectrometry and its Applications. N.Y.: American Institute of Physics. 1995. 377 p.
- [11] Слободенюк Г.М. Квадрупольные масс-спектрометры. М.: Атомиздат, 1974. 272 с.
- [12] March R.E., Hughes R.J. Quadrupole Storage Mass Spectrometry, N.Y: John Wiley, 1989. 471 p.
- [13] Todd F.J., Waldren F.M., Freer D.A., Turner J.F. // Ion Phys. 1980. Vol. 35. P. 107–150.
- [14] Dawson P.H. // Int. J. Mass Spectrom. Ion Process. 1990. Vol. 100. P. 41–50.
- [15] Baranov V.I. // J. Am. Mass Spectrom. 2003. Vol. 14. P. 818–824.
- [16] Baranov V.I. // J. Am. Mass Spectrom. 2004. Vol. 15. P. 48–54.
- [17] Коненков Н.В., Могильченко Г.А., Силаков С.С. // ЖТФ. 1993. Т. 62. Вып. 9. С. 165–170.
- [18] Konenkov N.V. Int. J. Mass Spectrom. Ion Process. 1993. Vol. 123. P. 101–105.
- [19] Коненков Н.В. // ЖТФ. 1997. Т. 67. Вып. 10. С. 121–124.
- [20] Douglas D.J., Konenkov N.V. // J. Am. Soc. Mass Spectrom. 1998. Vol. 9. P. 1074–1080.
- [21] Du Z., Douglas D.J., Konenkov N.V. // J. Anal. Atom. Spectrom. 1999. Vol. 14. P. 1111–1119.
- [22] Glebova T., Konenkov N.V. // European J. Mass Spectrom. 2002. Vol. 8. P. 201–205.
- [23] Хайрер Э., Нерсем С., Ваннер Г. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990. 512 с.