

01;07;12

Затухание мод микроструктурных оптических волокон с поглощающими покрытиями

© А.Б. Сотский,¹ Л.И. Сотская,² В.П. Минкович,³ D. Monzon-Hernandez³¹ Могилевский государственный университет им. А.А. Кулешова,
212022 Могилев, Белоруссия² Белорусско-Российский университет,
212005 Могилев, Белоруссия³ Centro de Investigaciones en Optica,
37150 Leon, Mexico
e-mail: ab_sotsky@mail.ru

(Поступило в Редакцию 16 июня 2008 г.)

Теоретически и экспериментально исследованы характеристики вытекающих мод фотонно-кристаллических волокон с поглощающими покрытиями конечной толщины. Показано, что при стабильной толщине покрытия для данных волокон характерен квазипериодический спектр пропускания. Его период и глубина модуляции определяются эффектом резонансной связи мод волокна и покрытия. Поскольку постоянные распространения мод покрытия чувствительны к параметрам окружающей среды, обнаруженный эффект перспективен для сенсорных приложений.

PACS: 42.81.Dp, 42.81.Qb, 42.82.Et

Введение

Ныне интенсивно исследуются микроструктурные оптические волокна (МОВ), волноведущие области которых образованы наборами микроскопических воздушных каналов в диэлектрической среде (оболочке волокна). Хорошо известно, что моды таких волокон вытекают из волноводного канала [1,2]. В результате они могут взаимодействовать с покрытием волокна, которое обычно изготавливается из поглощающего материала с увеличенным относительно оболочки показателем преломления (стандартные функции покрытия состоят в придании механической прочности волокну и фильтрации мод оболочки).

В настоящей работе анализируются эффекты, связанные с таким взаимодействием. В частности, показано, что МОВ с поглощающим покрытием конечной толщины может иметь квазипериодический спектр пропускания. Характеристики этого спектра определяются резонансной связью основной моды МОВ с вытекающими модами покрытия и зависят от параметров покрытия.

Следует отметить, что свойства вытекающих мод МОВ рассматривались в ряде работ [1–6]. Однако использованные при этом методы расчета не позволяли исследовать МОВ с покрытиями конечной толщины. В настоящей работе это ограничение устранено путем обобщения строгого метода интегральных уравнений, предложенного ранее в [4,5].

Стимулом к проведению исследования послужили экспериментальные данные. До сих пор эффект квазипериодичности в спектрах пропускания, перспективный для ряда приложений в сенсорных и телекоммуникационных системах [7], наблюдался в изогнутых МОВ и в МОВ, содержащих тейпер, получаемый в результате

локального разогрева и растяжения волокна [8,9]. Однако, как показали наши эксперименты, данный эффект может иметь место и в продольно-регулярных МОВ. Он иллюстрируется на рис. 1, где $\Delta(\lambda) = 10 \log_{10}[I(\lambda)I_0^{-1}]$, $I(\lambda)$ — интенсивность излучения с длиной волны λ на выходе волокна, $I_0 = I(0.7 \mu\text{m})$. Представленная кривая получена при исследовании МОВ, изготовленного по технологии, описанной в [10]. Волноведущая область данного волокна образована тремя гексагональными кольцами воздушных каналов в кварцевой оболочке (рис. 1). Средние радиус сечения каналов и расстояние между центрами соседних каналов равны $a = 1.43 \mu\text{m}$ и

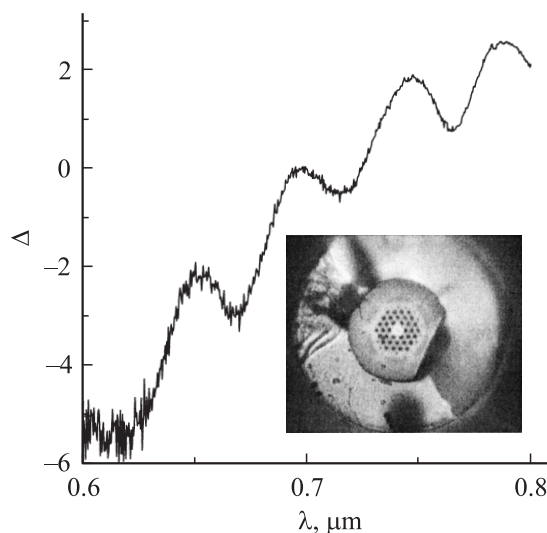


Рис. 1. Экспериментальный спектр пропускания МОВ с поглощающим полимерным покрытием. На вставке — фотография скола данного МОВ.

$\Lambda = 8.54 \mu\text{m}$ соответственно. На оболочку МОВ радиуса $A = 61.5 \mu\text{m}$ нанесено поглощающее полимерное покрытие со средней толщиной $67.5 \mu\text{m}$.

Зависимость на рис. 1 получена при возбуждении прямолинейного отрезка описанного волокна длиной $L = 1845 \text{ mm}$ пучком белого света, сфокусированным на торец волокна. Волокно находилось в воздушном окружении. Спектр излучения на его выходе анализировался при помощи монохроматора с разрешением 0.5 nm . Из рис. 1 видна квазипериодичность пропускания волокна в зависимости от длины волны излучения. Можно предположить, что такой характер пропускания связан с взаимодействием вытекающих мод МОВ с покрытием волокна, поскольку иная их интерпретация затруднительна.

Теоретическая модель

Сформулируем метод расчета модовых характеристик МОВ с покрытиями конечной толщины. Поперечное сечение рассматриваемых волокон представлено на рис. 2. Оно содержит n круговых включений в круговой оболочке радиуса A . Радиус и диэлектрическая проницаемость l -го включения равны a_l и ε_l соответственно. Проницаемость оболочки равна ε_s . В области $A < \rho < B$ находится покрытие волокна. Оно имеет проницаемость ε_c . Волокно окружено однородной средой с проницаемостью ε_a . Величины ε_l ($l = \overline{1, n}$), ε_c и ε_a предполагаются комплексными. В дальнейшем будем использовать глобальные декартовы координаты x, y с началом отсчета в геометрическом центре волокна, глобальные полярные координаты ρ, φ и локальные полярные координаты ρ_l, φ_l , в которых значение $\rho_l = 0$ соответствует центру l -го включения (рис. 2).

Пусть зависимость оптического поля от времени t и продольной координаты z описывается множителем $\exp[i(\omega t - \beta z)]$, где β — комплексная постоянная распространения моды. Тогда поперечные компоненты маг-

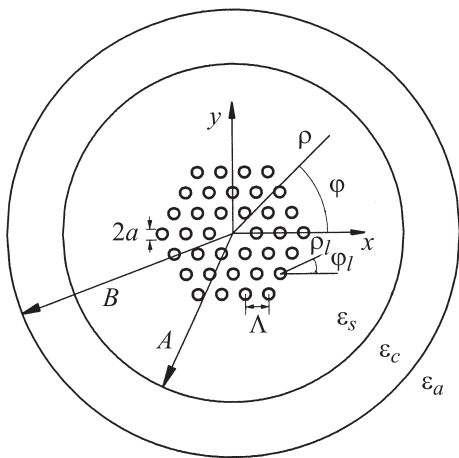


Рис. 2. Поперечное сечение микроструктурного оптического волокна с покрытием.

нитного поля моды H_j ($j = x, y$) будут удовлетворять интегральным уравнениям [5]

$$H_j(x, y) = \frac{i}{4} \int_{-\infty}^{\infty} dx' \int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(\chi_s r) f_j(x', y') dy'. \quad (1)$$

Здесь $H_0^{(2)}(\chi_s r)$ — функция Ханкеля, $\chi_s = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_s - \beta^2}$ ($\text{Re } \chi_s > 0$, если $\text{Re}(k_0^2 \varepsilon_s - \beta^2) > 0$, $\text{Im } \chi_s < 0$, если $\text{Re}(k_0^2 \varepsilon_s - \beta^2) < 0$), $k_0 = \lambda^{-1} 2\pi$ — волновое число вакуума, $r = \sqrt{(x' - x)^2 + (y' - y)^2}$,

$$f_j(x, y) = E \frac{\partial \varepsilon}{\partial \xi_j} - k_0^2 \Delta \varepsilon H_j, \quad (2)$$

$$E = \varepsilon^{-1} (\nabla_x H_y - \nabla_y H_x), \quad (3)$$

$\xi_x = -y$, $\xi_y = x$, $\Delta \varepsilon = \varepsilon(x, y) - \varepsilon_s$, $\varepsilon(x, y)$ — диэлектрическая проницаемость пространства. Поскольку функции $f_j(x, y)$ отличны от нуля только внутри включений, в покрытии волокна и в окружающей волокно среде, в данных областях соотношения (1) представляют собой строгие интегральные уравнения, а вне этих областей они являются прямыми расчетными формулами.

С целью алгебраизации уравнений (1) определим базисы для представлений функций $H_j(x, y)$. Внутри включений и в окружающей волокно среде функции $H_j(x, y)$ могут быть записаны в виде рядов по цилиндрическим функциям [5]

$$H_j = \sum_{v=-\infty}^{\infty} A_{lv}^{(j)} J_v(\chi_l \rho_l) \exp(iv\varphi_l) \quad (\rho_l \leq a_l), \quad (4)$$

$$H_j = \sum_{v=-\infty}^{\infty} C_v^{(j)} H_v^{(2)}(\chi_a \rho) \exp(iv\varphi) \quad (\rho \geq B), \quad (5)$$

где $A_{lv}^{(j)}$, $C_v^{(j)}$ — неизвестные коэффициенты, $\chi_l = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_l - \beta^2}$, $\chi_a = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_a - \beta^2}$ ($\text{Im } \chi_a < 0$ для собственных мод, $\text{Re } \chi_a > 0$ для мод, вытекающих в окружающую среду). В покрытии волокна функции $H_j(x, y)$ должны удовлетворять уравнению Гельмгольца

$$(\nabla_x^2 + \nabla_y^2 + \chi_c^2) H_j = 0,$$

где $\chi_c = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_c - \beta^2}$. Общее решение этого уравнения зададим в форме

$$H_j = \sum_{v=-\infty}^{\infty} [B_{1v}^{(j)} J_v(\chi_c \rho) + B_{2v}^{(j)} H_v^{(2)}(\chi_c \rho)] \exp(iv\varphi), \quad (6)$$

где $B_{1v}^{(j)}$ и $B_{2v}^{(j)}$ — неизвестные коэффициенты.

Запишем уравнения (1) в виде

$$H_x + (-1)^p i H_y = I_p + I_{sc}^{(p)} + I_{ca}^{(p)} + \sum_{l=1}^n \Omega_p^{(l)}, \quad (7)$$

где p принимает значения 0 и 1. Слагаемые $\Omega_p^{(l)}$ в (7) представляют собой результат интегрирования правых

частей уравнений (1) по области l -го включения. Согласно [3],

$$\Omega_p^{(l)} = H_x + (-1)^p i H_y + \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} J_\nu(\chi_s \rho_l) \exp(i\nu \varphi_l) \times [R_{lv}^{1p} \bar{A}_{lv}^{(p)} + R_{lv}^{2p} \bar{A}_{lv+\sigma}^{(q)}] \quad \text{при } \rho_l < a_l, \quad (8)$$

$$\Omega_p^{(l)} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} H_\nu^{(2)}(\chi_s \rho_l) \exp(i\nu \varphi_l) [S_{lv}^{1p} \bar{A}_{lv}^{(p)} + S_{lv}^{2p} \bar{A}_{lv+\sigma}^{(q)}] \quad \text{при } \rho_l > a_l \quad (9)$$

где

$$R_{lv}^{10} = K_l \left\{ [\varepsilon_s \varepsilon_l^{-1} J_{\nu-1}(\chi_l a_l) - J_{\nu+1}(\chi_l a_l)] H_\nu^{(2)}(\chi_s a_l) - \chi_s \chi_l^{-1} [H_{\nu-1}(\chi_s a_l) - H_{\nu+1}(\chi_s a_l)] J_\nu(\chi_l a_l) \right\},$$

$$R_{lv}^{20} = K_l (\varepsilon_s \varepsilon_l^{-1} - 1) H_\nu^{(2)}(\chi_s a_l) J_{\nu-1}(\chi_l a_l),$$

$$R_{lv}^{k1} = R_{lv}^{k0} + 0.5i\pi\nu(1 - \varepsilon_s \varepsilon_l^{-1}) H_\nu^{(2)}(\chi_s a_l) J_\nu(\chi_l a_l),$$

$$S_{lv}^{kp} = [H_\nu^{(2)}(\chi_s a_l)]^{-1} [J_\nu(\chi_s a_l) R_{lv}^{kp} + (2 - k) J_\nu(\chi_l a_l)],$$

$$K_l = 0.25i\pi a_l \chi_l, \quad \bar{A}_{lv}^{(p)} = A_{lv}^{(x)} + (-1)^p i A_{lv}^{(y)},$$

$$q = 1 - p, \quad \sigma = 2(p - q).$$

Величины

$$I_{sc}^{(p)} = 0.25A(-1)^p (\varepsilon_s - \varepsilon_c) \times \int_0^{2\pi} \exp[i(-1)^p \varphi'] [H_0^{(2)}(\chi_s r) E]_{\rho'=A} d\varphi', \quad (10)$$

$$I_{ca}^{(p)} = 0.25B(-1)^p (\varepsilon_c - \varepsilon_a) \times \int_0^{2\pi} \exp[i(-1)^p \varphi'] [H_0^{(2)}(\chi_s r) E]_{\rho'=B} d\varphi', \quad (11)$$

появились в (7) после интегрирования дельта-функций Дирака, которыми в (2) представляются производные ступенчатой функции $\varepsilon(x', y')$. Здесь

$$x = \rho \cos \varphi, \quad y = \rho \sin \varphi, \quad x' = \rho \cos \varphi', \quad y' = \rho \sin \varphi'$$

и в силу (3), (5), (6)

$$E(A, \varphi') = -0.5i\chi_c \varepsilon_c^{-1} \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \left\{ \exp[i(\nu - 1)\varphi'] \times [\bar{B}_{1\nu}^{(0)} J_{\nu-1}(\chi_c A) + \bar{B}_{2\nu}^{(0)} H_{\nu-1}^{(2)}(\chi_c A)] + \exp[i(\nu + 1)\varphi'] \times [\bar{B}_{1\nu}^{(1)} J_{\nu+1}(\chi_c A) + \bar{B}_{2\nu}^{(1)} H_{\nu+1}^{(2)}(\chi_c A)] \right\}, \quad (12)$$

$$E(B, \varphi') = -0.5i\chi_a \varepsilon_a^{-1} \times \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \left\{ \exp[i(\nu - 1)\varphi'] H_{\nu-1}^{(2)}(\chi_a B) \bar{C}_\nu^{(0)} + \exp[i(\nu + 1)\varphi'] H_{\nu+1}^{(2)}(\chi_a B) \bar{C}_\nu^{(1)} \right\}, \quad (13)$$

где

$$\bar{B}_{j\nu}^{(p)} = B_{j\nu}^{(x)} + (-1)^p i B_{j\nu}^{(y)}, \quad \bar{C}_\nu^{(p)} = C_\nu^{(x)} + (-1)^p i C_\nu^{(y)}.$$

Фигурирующий в (7) интеграл

$$I_p = -0.25ik_0^2 \iint_{\rho' > A} \Delta \varepsilon H_0^{(2)}(\chi_s r) [H_x + (-1)^p i H_y] dx' dy'$$

с использованием теоремы Грина (подробно подобные выкладки описаны в [5]) может быть представлен в форме

$$I_p = \frac{1}{4i} \int_0^{2\pi} \left\{ A \left[H_0^{(2)}(\chi_s r) \frac{\partial}{\partial \rho'} h_p \right] \Big|_{\rho'=A-0}^{\rho'=A+0} + B \left[H_0^{(2)}(\chi_s r) \frac{\partial}{\partial \rho'} h_p \right] \Big|_{\rho'=B-0}^{\rho'=B+0} \right\} d\varphi', \quad (14)$$

где

$$h_p(\rho', \varphi') =$$

$$\begin{cases} H_x + (-1)^p i H_y & \text{при } \rho' \geq A, \\ \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \exp(i\nu \varphi') J_\nu(\chi_s \rho') [J_\nu(\chi_s A)]^{-1} \times \\ \times [\bar{B}_{1\nu}^{(p)} J_\nu(\chi_c A) + \bar{B}_{2\nu}^{(p)} H_\nu^{(2)}(\chi_c A)] & \text{при } \rho' \leq A. \end{cases} \quad (15)$$

Приняв во внимание представление функции Ханкеля [11]

$$H_0^{(2)}(\chi_s r) = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \exp[i\nu(\varphi - \varphi')] \times \begin{cases} H_\nu^{(2)}(\chi_s \rho') J_\nu(\chi_s \rho) & \text{при } \rho < \rho', \\ J_\nu(\chi_s \rho') H_\nu^{(2)}(\chi_s \rho) & \text{при } \rho > \rho' \end{cases} \quad (16)$$

и перейдя в (9) к глобальным полярным координатам на основании теоремы сложения цилиндрических функций Графа [11], заключаем, что в области $\rho > A$ уравнения (7) эквивалентны записи

$$\delta H_p(\rho, \varphi) = 0, \quad (17)$$

где

$$\delta H_p = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} [U_\nu^{(p)} H_\nu^{(2)}(\chi_s \rho) + V_\nu^{(p)} J_\nu(\chi_s \rho)] \exp(i\nu \varphi) \quad \text{при } A < \rho < B, \quad (18)$$

$$\delta H_p = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} \left\{ U_{\nu}^{(p)} + V_{\nu}^{(p)} J_{\nu}(\chi_s B) [H_{\nu}^{(2)}(\chi_s B)]^{-1} \right\} \times H_{\nu}^{(2)}(\chi_s \rho) \exp(i\nu\varphi) \quad \text{при } \rho > B, \quad (19)$$

$$U_{\nu}^{(p)} = D_{\nu}^{(p)} + \frac{A J_{\nu}(\chi_s A)}{4} \int_0^{2\pi} \left\{ (-1)^{p+1} (\varepsilon_c - \varepsilon_s) \times \exp[i(-1)^p \varphi'] E(A, \varphi') - i \frac{\partial}{\partial \rho'} h_p \Big|_{\rho'=A-0}^{\rho'=A+0} \right\} \times \exp(-i\nu\varphi') d\varphi', \quad (20)$$

$$V_{\nu}^{(p)} = \frac{B H_{\nu}^{(2)}(\chi_s B)}{4} \int_0^{2\pi} \left\{ (-1)^{p+1} (\varepsilon_a - \varepsilon_c) \times \exp[i(-1)^p \varphi'] E(B, \varphi') - i \frac{\partial}{\partial \rho'} h_p \Big|_{\rho'=B-0}^{\rho'=B+0} \right\} \times \exp(-i\nu\varphi') d\varphi', \quad (21)$$

$$D_{\nu}^{(p)} = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} (-1)^{\mu-\nu} \sum_{l=1}^n (F_{\mu-\nu}^{(l)} S_{l\mu}^{1p} \bar{A}_{l\mu}^{(p)} + F_{\mu-\nu-\sigma}^{(l)} S_{l\mu-\sigma}^{2p} \bar{A}_{l\mu}^{(q)}), \quad (22)$$

$$F_{\nu}^{(l)} = J_{\nu}(\chi_s \rho^{(l)}) \exp(i\nu\varphi^{(l)}),$$

$\rho^{(l)}$ и $\varphi^{(l)}$ — глобальные полярные координаты центра l -го включения. Как следует из (17)–(19),

$$V_{\nu}^{(p)} = 0, \quad (23)$$

$$U_{\nu}^{(p)} = 0. \quad (24)$$

После подстановки в (21) выражений (12), (13), (15) и интегрирования по угловой переменной φ' заключаем, что уравнения (23) обращаются в тождества при условии, что

$$\bar{B}_{kv}^{(p)} = Q_{pv}^{k11} \bar{C}_v^{(p)} + Q_{pv}^{k21} \bar{C}_{v+\sigma}^{(q)}, \quad (25)$$

где

$$Q_{0v}^{111} = K_B \left\{ \chi_c \chi_a^{-1} H_{\nu}^{(2)}(\chi_a B) [H_{\nu-1}^{(2)}(\chi_c B) - H_{\nu+1}^{(2)}(\chi_c B)] - H_{\nu}^{(2)}(\chi_c B) [\varepsilon_c \varepsilon_a^{-1} H_{\nu-1}^{(2)}(\chi_a B) - H_{\nu+1}^{(2)}(\chi_a B)] \right\},$$

$$Q_{0v}^{211} = K_B \left\{ J_{\nu}(\chi_c B) [\varepsilon_c \varepsilon_a^{-1} H_{\nu-1}^{(2)}(\chi_a B) - H_{\nu+1}^{(2)}(\chi_a B)] - \chi_c \chi_a^{-1} H_{\nu}^{(2)}(\chi_a B) [J_{\nu-1}(\chi_c B) - J_{\nu+1}(\chi_c B)] \right\},$$

$$Q_{0v}^{121} = K_B (1 - \varepsilon_c \varepsilon_a^{-1}) H_{\nu-1}^{(2)}(\chi_a B) H_{\nu}^{(2)}(\chi_c B),$$

$$Q_{0v}^{221} = K_B (1 - \varepsilon_c \varepsilon_a^{-1}) H_{\nu-1}^{(2)}(\chi_a B) J_{\nu}(\chi_c B),$$

$$Q_{1v}^{1k1} = Q_{0v}^{1k1} - 0.5i\pi\nu(1 - \varepsilon_c \varepsilon_a^{-1}) H_{\nu}^{(2)}(\chi_c B) H_{\nu}^{(2)}(\chi_a B),$$

$$Q_{1v}^{2k1} = Q_{0v}^{2k1} - 0.5i\pi\nu(1 - \varepsilon_c \varepsilon_a^{-1}) J_{\nu}(\chi_c B) H_{\nu}^{(2)}(\chi_a B),$$

$$K_B = 0.25i\pi\chi_a B.$$

Из (6), (12), (15), (20), (25) находим

$$U_{\nu}^{(p)} = D_{\nu}^{(p)} + L_{1\nu}^{(p)} \bar{C}_v^{(p)} + L_{2\nu}^{(p)} \bar{C}_{v+\sigma}^{(q)}, \quad (26)$$

где

$$L_{kv}^{(p)} = Q_{pv}^{1k1} Q_{pv}^{112} + Q_{pv}^{2k1} Q_{pv}^{212} + Q_{pv+\sigma}^{1/11} Q_{pv}^{122} + Q_{qv+\sigma}^{2/11} Q_{pv}^{222} \quad (l = k + (-1)^{k-1}),$$

$$Q_{0v}^{112} = K_A \left\{ \chi_s \chi_c^{-1} J_{\nu}(\chi_c A) [J_{\nu-1}(\chi_s A) - J_{\nu+1}(\chi_s A)] - J_{\nu}(\chi_s A) [\varepsilon_s \varepsilon_c^{-1} J_{\nu-1}(\chi_c A) - J_{\nu+1}(\chi_c A)] \right\},$$

$$Q_{0v}^{212} = K_A \left\{ \chi_s \chi_c^{-1} H_{\nu}^{(2)}(\chi_c A) [J_{\nu-1}(\chi_s A) - J_{\nu+1}(\chi_s A)] - J_{\nu}(\chi_s A) [\varepsilon_s \varepsilon_c^{-1} H_{\nu-1}^{(2)}(\chi_c A) - H_{\nu+1}^{(2)}(\chi_c A)] \right\},$$

$$Q_{0v}^{122} = K_A (1 - \varepsilon_s \varepsilon_c^{-1}) J_{\nu-1}(\chi_c A) J_{\nu}(\chi_s A),$$

$$Q_{0v}^{222} = K_A (1 - \varepsilon_s \varepsilon_c^{-1}) H_{\nu-1}^{(2)}(\chi_c A) J_{\nu}(\chi_s A),$$

$$Q_{1v}^{1k2} = Q_{0v}^{1k2} - 0.5i\pi\nu(1 - \varepsilon_s \varepsilon_c^{-1}) J_{\nu}(\chi_c A) J_{\nu}(\chi_s A),$$

$$Q_{1v}^{2k2} = Q_{0v}^{2k2} - 0.5i\pi\nu(1 - \varepsilon_s \varepsilon_c^{-1}) H_{\nu}^{(2)}(\chi_c A) J_{\nu}(\chi_s A),$$

$$K_A = 0.25i\pi\chi_c A.$$

Как следует из (10), (14), (23), (26), в области $\rho < A$ уравнения (7) имеют вид

$$H_x + (-1)^p i H_y - \sum_{l=1}^n \Omega_p^{(l)} = \sum_{\nu=-\infty}^{\infty} [T_{1\nu}^{(p)} \bar{C}_v^{(p)} + T_{2\nu}^{(p)} \bar{C}_{v+\sigma}^{(q)}] J_{\nu}(\chi_s \rho) \exp(i\nu\varphi), \quad (27)$$

где

$$T_{kv}^{(p)} = [J_{\nu}(\chi_s A)]^{-1} [Q_{pv}^{1k1} J_{\nu}(\chi_c A) + Q_{pv}^{2k1} H_{\nu}^{(2)}(\chi_c A) + L_{kv}^{(p)} H_{\nu}^{(2)}(\chi_s A)].$$

После поочередного приведения ряда в правой части (27) к локальным координатам включений на основании теоремы Графа уравнения (27) в области $\rho_l < a_l$ сводятся к соотношениям

$$\sum_{\nu=-\infty}^{\infty} W_{l\nu}^{(p)} J_{\nu}(\chi_s \rho_l) \exp(i\nu\varphi_l) = 0,$$

эквивалентным

$$W_{l\nu}^{(p)} = 0, \quad (28)$$

где $l = \overline{1, n}$;

$$\begin{aligned}
 W_{lv}^{(p)} = & R_{lv}^{1p} \bar{A}_{lv}^{(p)} + R_{lv}^{2p} \bar{A}_{lv+\sigma}^{(q)} + \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \left[F_{\mu-v}^{(l)} T_{1\mu}^{(p)} \bar{C}_{\mu}^{(p)} \right. \\
 & + F_{\mu-v-\sigma}^{(l)} T_{2\mu-\sigma}^{(p)} \bar{C}_{\mu}^{(q)} + \sum_{k \neq l} (G_{\mu-v}^{lk} S_{k\mu}^{1p} \bar{A}_{k\mu}^{(p)} \\
 & \left. + G_{\mu-v-\sigma}^{lk} S_{k\mu-\sigma}^{2p} \bar{A}_{k\mu}^{(q)}) \right], \quad (29) \\
 G_v^{lk} = & H_{-v}^{(2)}(\chi_s \rho_{lk}) \exp(iv\phi_{lk}),
 \end{aligned}$$

ρ_{lk} и ϕ_{lk} — полярные координаты центра k -го включения в локальной системе координат l -го включения.

Согласно (22), (26), (29), уравнения (24) и (28) образуют бесконечную однородную алгебраическую систему, которая в матричной форме может быть записана как

$$MX = 0, \quad (30)$$

где X является вектором, составленным из неизвестных коэффициентов $\bar{A}_{lv}^{(p)}$ и $\bar{C}_v^{(p)}$. Можно показать, что в частных случаях МОВ с бесконечной однородной оболочкой и МОВ с покрытием бесконечной толщины система уравнений (30) переходит в известные системы, полученные ранее в [3,5].

Для практического решения системы (30) в рядах (4)–(6) следует удерживать только члены с номерами $|v| < m$, что эквивалентно интегрированию уравнений (7) методом квадратур [12]. В этом случае размерность матрицы M равна $N \times N$, где $N = 2(n+1)(2m+1)$. Значение комплексной постоянной распространения моды β может быть найдено из уравнения $\det M = 0$. Последующий расчет поля моды на основании (4)–(6), (25), (27) и уравнений Максвелла

$$H_z = (i\beta)^{-1}(\nabla_x H_x + \nabla_y H_y), \quad \mathbf{E} = (i\omega\epsilon)^{-1} \nabla \times \mathbf{H}$$

не вызывает затруднений.

Примеры реализации описанного метода представлены в нижеследующих разделах.

Расчет МОВ с поглощающими покрытиями

Предположим, что выполнено условие $\text{Re}(k_0^2 \epsilon_a - \beta^2) < 0$. Данное неравенство означает, что поле моды МОВ экспоненциально убывает при удалении от боковой поверхности волокна. В результате затухание моды будет определяться поглощением излучения в средах [4]. В дальнейшем будем считать, что существенное поглощение имеет место только в оболочке волокна.

Ниже представлены результаты исследования МОВ, волноведущие области которых образованы гексагональными кольцами одинаковых воздушных включений радиусом a в оболочке. Число колец равно N_C (на рис. 2

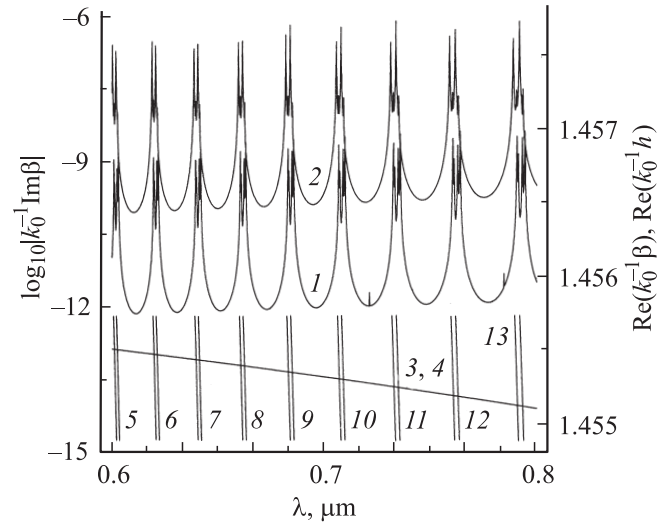


Рис. 3. Дисперсионные зависимости для основной моды МОВ (1–4) и для вытекающих мод полимерного покрытия (5–13). Кривая 1 — $\text{Im}\beta(\lambda)$ при $N_C = 3$, 2 — $\text{Im}\beta(\lambda)$ при $N_C = 2$, 3 и 4 — $\text{Re}\beta(\lambda)$ при $N_C = 3$ и 2 (в масштабах рисунка кривые 3 и 4 совпадают), 5–13 — $\text{Re}h(\lambda)$ (в парах кривых 5–13 левая кривая соответствует TM -, правая — TE -моды).

$N_C = 3$). Расчеты выполнены для МОВ с параметрами $a_l = 1.43 \mu\text{m}$ ($l = \overline{1, n}$), $\Lambda = 8.54 \mu\text{m}$, $A = 61.5 \mu\text{m}$ (см. Введение) при значениях диэлектрических проницаемостей $\epsilon_a = \epsilon_l = 1 - i0$ ($l = \overline{1, n}$), $\epsilon_s = 2.12 - i0$, $\epsilon_c = 2.3716 - i6.16 \cdot 10^{-5}$ (два последних значения являются средними по диапазону $0.6 < \lambda < 0.8 \mu\text{m}$ для кварцевого стекла и полимерного покрытия, использованных при создании МОВ, упомянутого во Введении).

Из соображений наглядности рассмотрим вначале модовые характеристики МОВ с покрытием сравнительно небольшой толщины $D = B - A = 20 \mu\text{m}$. Они представлены в таблице и на рис. 3, 4. Строки 1–4 таблицы соответствуют основной моде МОВ с $N_C = 3$ и дают представление о сходимости развитой расчетной схемы. Как видно из таблицы, для получения прецизионных данных достаточно выбрать порядок редукции рядов (4)–(6) $m \geq 9$. Строки 5, 6 таблицы соответствуют двум наиболее слабо затухающим высшим модам волокна. Согласно таблице, коэффициенты затухания высших

Постоянные распространения основной ($N = \overline{1, 4}$) и высших ($N = 5, 6$) мод МОВ с полимерным покрытием толщины $D = 20 \mu\text{m}$ при $\lambda = 0.8 \mu\text{m}$

N	m	$\text{Re}(k_0^{-1}\beta)$	$\text{Im}(k_0^{-1}\beta)$
1	5	1.455 566 511	$-1.897 \cdot 10^{-12}$
2	7	1.455 556 511	$-3.338 \cdot 10^{-12}$
3	9	1.455 556 511	$-3.541 \cdot 10^{-12}$
4	11	1.455 556 511	$-3.541 \cdot 10^{-12}$
5	11	1.455 980 524	$-8.162 \cdot 10^{-9}$
6	11	1.455 983 780	$-7.902 \cdot 10^{-9}$

мод превосходят коэффициент затухания основной моды примерно на три порядка. Это объясняется более сильным взаимодействием высших мод с поглощающим покрытием, поскольку поля основных мод сосредоточены главным образом в пределах внутреннего кольца включений, а поля высших мод — между включениями и покрытием [9]. Данная особенность позволяет считать исследуемые МОВ квазиодномодовыми и судить об их пропускании по коэффициенту затухания основной моды $\text{Im}\beta$.

Кривыми 1 и 3 на рис. 3 представлены дисперсионные зависимости для основной моды МОВ с $N_C = 3$. В отличие от случая стандартных регулярных волокон приведенная зависимость $\text{Im}\beta(\lambda)$ является квазипериодической. Максимумы функции $|\text{Im}\beta(\lambda)|$ соответствуют максимумам относительной мощности моды в поглощающем покрытии МОВ. Это видно из рис. 4, где сопоставлены распределения $S_z(\rho)$, относящиеся к соседним максимуму ($\lambda = 0.7146 \mu\text{m}$) и минимуму ($\lambda = 0.7024 \mu\text{m}$) функция $|\text{Im}\beta(\lambda)|$. Здесь S_z — z -составляющая вектора Пойнтинга для основной моды МОВ с главной компонентой магнитного поля H_x (о поляризации мод МОВ см. в [5]).

Кривые 2 и 4 на рис. 3 относятся к МОВ с $N_C = 2$. Их вид позволяет заключить, что изменение внутренней структуры МОВ практически не влияет на период колебаний функции $\text{Im}\beta(\lambda)$. При этом существенный рост затухания моды, сопровождающий переход от $N_C = 3$ к $N_C = 2$ можно объяснить усилением вытекания излучения из волноводного канала [10].

Как показали расчеты, существенная модификация зависимости $\text{Im}\beta(\lambda)$ наблюдается при изменении толщины поглощающего покрытия D . Данная функция остается квазипериодической при различных значениях D , однако по мере увеличения D частота колебаний функции

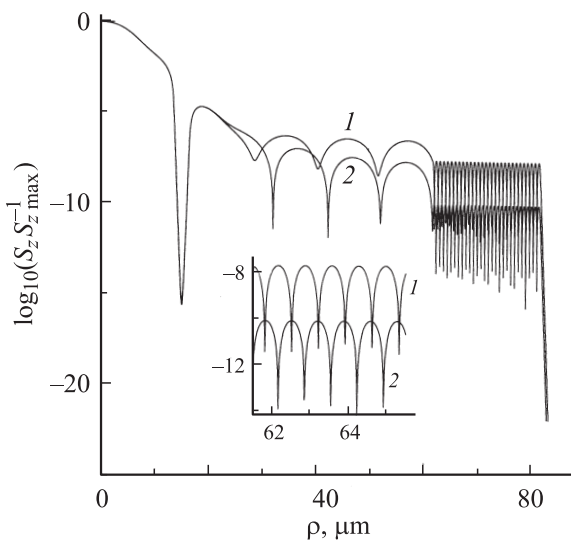


Рис. 4. Радиальные распределения плотности мощности основной моды МОВ с $N_C = 3$ при $\varphi = 0.5\pi$. Кривая 1 соответствует $\lambda = 0.7146$, 2 — $\lambda = 0.7024 \mu\text{m}$.

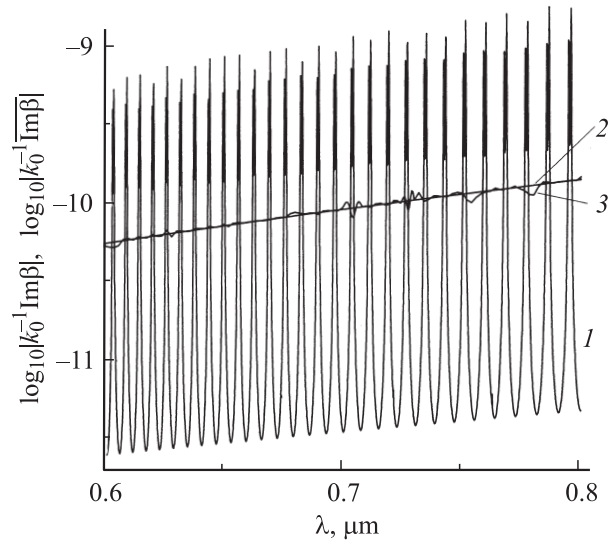


Рис. 5. Спектральные зависимости коэффициента затухания $\text{Im}\beta$ основной моды МОВ с $N_C = 3$ при толщинах поглощающего покрытия $D = 67.5 \mu\text{m}$ (1), $D = \infty$ (2) и усредненного коэффициента затухания этой моды $\overline{\text{Im}\beta}$ при $0.7 \mu\text{m} \leq \sigma \leq 1.5 \mu\text{m}$ (3).

$\text{Im}\beta(\lambda)$ возрастает, а их амплитуда убывает. Эти особенности видны из сопоставления кривой 1 на рис. 3 и кривых 1, 2 на рис. 5 (подробно рис. 5 обсуждается ниже).

Интерпретация результатов

Можно предположить, что отмеченная выше квазипериодичность функций $\text{Im}\beta(\lambda)$ вызвана резонансной связью основной моды МОВ с модами поглощающего покрытия. Хорошо известно, что для реализации такой связи необходимо выполнение условия фазового синхронизма [13]

$$\text{Re } h = \text{Re } \beta, \quad (31)$$

где h — постоянная распространения моды покрытия, β — постоянная распространения основной моды МОВ.

С целью вычисления значений h заметим, что с точки зрения геометрической оптики поле основной моды оптического волокна формируется меридиональными лучами [13]. При рассмотрении отражения таких лучей от покрытия последнее может быть приближенно заменено плоскопараллельным слоем толщины D . В этом приближении под модами покрытия следует понимать моды плоского диэлектрического волновода. Постоянные распространения h этих мод подчиняются дисперсионному уравнению [14]

$$\left[\frac{\gamma_a}{\sigma} \begin{pmatrix} \varepsilon_c \\ \varepsilon_a \end{pmatrix}^T - \frac{\sigma}{i\gamma_s} \begin{pmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_c \end{pmatrix}^T \right] \sin(\sigma D) + \left[1 + \frac{\gamma_a}{i\gamma_s} \begin{pmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_c \end{pmatrix}^T \right] \cos(\sigma D) = 0, \quad (32)$$

где $T = 0$ для TE -мод, $T = 1$ — для TM -мод,

$$\gamma_a = \sqrt{h^2 - \varepsilon_a k_0^2}, \quad \gamma_s = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_s - h^2}, \quad \sigma = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_c - h^2}.$$

Для упрощения уравнения (32) учтем, что постоянные распространения основных мод МОВ, как правило, удовлетворяют неравенствам [15]

$$\text{Re } \varepsilon_s > k_0^{-2} \text{Re } \beta^2, \quad (33)$$

$$(\text{Re } \varepsilon_c - k_0^{-2} \text{Re } \beta^2)(\text{Re } \varepsilon_s - k_0^{-2} \text{Re } \beta^2)^{-1} \gg 1, \quad (34)$$

$$(k_0^{-2} \text{Re } \beta^2 - \text{Re } \varepsilon_a)(\text{Re } \varepsilon_s - k_0^{-2} \text{Re } \beta^2)^{-1} \gg 1. \quad (35)$$

В частности, неравенство (33) означает, что уравнение (31) может быть выполнено только для мод покрытия, вытекающих в оболочку волокна.

Если пренебречь малыми мнимыми частями величин h , ε_c , ε_s , ε_a и, учитывая условия (31), (34), (35), заменить в (32) h^2 на $k_0^2 \varepsilon_s$, то уравнение (32) можно приближенно записать в виде

$$\frac{D}{\lambda} = \left(2\pi \sqrt{\text{Re } \varepsilon_c - \text{Re } \varepsilon_s} \right)^{-1} \left[\text{tg}^{-1} \left(\frac{\gamma_a}{\sigma} \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_a} \right)^T \right) + n\pi \right] \quad (n = 0, 1, \dots). \quad (36)$$

Выражение (36) определяет длины волн, при которых основная мода МОВ может эффективно возбудить моду поглощающего покрытия. Очевидно, что такое возбуждение приведет к резкому возрастанию доли мощности моды МОВ, распространяющейся по поглощающему покрытию. Таким образом, можно ожидать, что максимумы функции $|\text{Im } \beta(\lambda)|$ будут наблюдаться в окрестности значений λ , определяемых из (36). Более точно резонансные длины волн могут быть найдены из системы уравнений (31), (32), где зависимость $\text{Re } \beta(\lambda)$ рассчитывается изложенным выше методом.

О корректности представленных соображений позволяло судить кривые 1–13 на рис. 3. Здесь максимумы функции $|\text{Im } \beta(\lambda)|$ наблюдаются при значениях длин волн, которые с высокой точностью соответствуют точкам пересечения зависимостей $\text{Re } \beta(\lambda)$ и $\text{Re } h(\lambda)$ (последние зависимости рассчитаны путем решения уравнения (32) методом контурного интегрирования [14]). Аналогичная ситуация имеет место и в случае волокна с толщиной покрытия $D = 67.5 \mu\text{m}$. Детально она иллюстрируется на рис. 6, который относится к МОВ с $N_C = 3$.

Заметим, что длины волн, рассчитанные из приближенной формулы (36), несколько отличаются от наблюдаемых резонансных значений. Например, соседние максимумы кривой 1 на рис. 6 имеют место при $\lambda = 0.7946 \mu\text{m}$ и $0.7957 \mu\text{m}$, а формула (36) приводит (при $n = 85$) к значениям $\lambda = 0.7926 \mu\text{m}$ для TM -моды и $\lambda = 0.7933 \mu\text{m}$ для TE -моды. Тем не менее приближение (36) дает корректный порядок расстояния $\Delta\lambda$ между соседними максимумами функции $|\text{Im } \beta(\lambda)|$, связанными с возбуждением мод покрытия одной и той

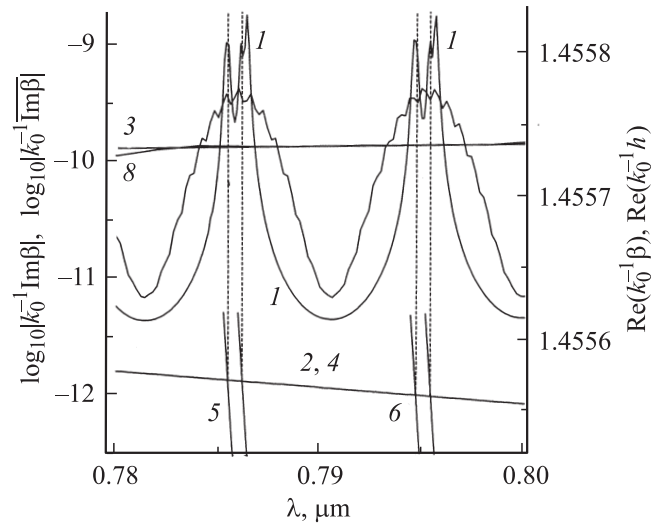


Рис. 6. Дисперсионные зависимости для основной моды МОВ (1–4) и для вытекающих мод полимерного покрытия (5, 6), а также спектральные зависимости усредненного коэффициента затухания основной моды МОВ (7, 8). Кривая 1 — $\text{Im } \beta(\lambda)$, 2 — $\text{Re } \beta(\lambda)$ при $D = 67.5 \mu\text{m}$; 3 — $\text{Im } \beta(\lambda)$, 4 — $\text{Re } \beta(\lambda)$ при $D = \infty$ (в масштабах рисунка кривые 2 и 4 совпадают); 5, 6 — $\text{Re } h(\lambda)$ (в парах кривых 5, 6 левая кривая соответствует TM -, правая — TE -моды); 7 — $\text{Im } \beta(\lambda)$ при $\sigma = 0.14 \mu\text{m}$, 8 — $\text{Im } \beta(\lambda)$ при $0.7 \mu\text{m} \leq \sigma \leq 1.5 \mu\text{m}$.

же поляризации. В частности, для зависимости 1 на рис. 6 имеем $\Delta\lambda = 0.0093 \mu\text{m}$, тогда как, согласно (36), $\Delta\lambda = 0.0092 \mu\text{m}$.

В соответствии с (36) значение $\Delta\lambda$ может быть оценено по формуле

$$\Delta\lambda \approx \lambda^2 \left(2D \sqrt{\text{Re } \varepsilon_c - \text{Re } \varepsilon_s} \right)^{-1}. \quad (37)$$

Выражение (37) очевидным образом объясняет отмеченное выше возрастание частоты колебаний функции $\text{Im } \beta(\lambda)$ при увеличении толщины поглощающего покрытия. Параллельное уменьшение амплитуды колебаний этой функции можно связать с тем, что при $D \rightarrow \infty$ покрытие утрачивает волноводные свойства. В частности, из (31), (32), (34) можно заключить, что при выполнении неравенства

$$D \text{Im } \sigma \approx k_0 D \text{Im } \varepsilon_c (\text{Re } \varepsilon_c - \text{Re } \varepsilon_s)^{-0.5} > 2 \quad (38)$$

покрытие волокна становится эквивалентным бесконечной поглощающей среде, поскольку излучение основной моды МОВ практически не достигает его внешней границы $\rho = B$. Как показали расчеты, графики зависимостей $|\text{Im } \beta(\lambda)|$, соответствующие значениям D , удовлетворяющим неравенству (38), не отличаются (в принятых масштабах) от кривой 2 на рис. 5.

Таким образом, все отмеченные выше особенности расчетных зависимостей $\text{Im } \beta(\lambda)$ и распределений поля основной моды МОВ могут быть объяснены резонанс-

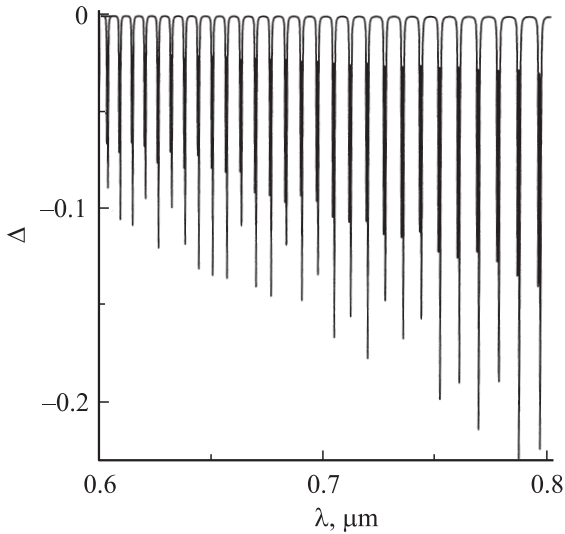


Рис. 7. Расчетный спектр пропускания МОВ с поглощающим полимерным покрытием.

ной связью этой моды с вытекающими модами поглощающего покрытия волокна.

Сопоставим теперь расчетный и экспериментальный (упомянутый во Введении) спектры пропускания МОВ. Нами рассчитана функция пропускания МОВ $\Delta(\lambda)$ по формуле

$$\Delta(\lambda) = 10 \log_{10} \{ I(\lambda) [I(0.7 \mu\text{m})]^{-1} \} \\ = 20L [\text{Im} \beta(\lambda) - \text{Im} \beta(0.7 \mu\text{m})] (\ln 10)^{-1}, \quad (39)$$

где в качестве $\text{Im} \beta(\lambda)$ использована зависимость, представленная кривой I на рис. 5.

Расчетный график зависимости (39) приведен на рис. 7. Он плохо согласуется с экспериментальной кривой на рис. 1. В частности, средние периоды колебаний теоретической и экспериментальной функций $\Delta(\lambda)$ различаются примерно в семь раз. Ввиду высокой точности расчетов данное расхождение можно объяснить только несоответствием теоретической модели экспериментальной ситуации.

Основная причина этого несоответствия и того, что до сих пор в публикациях по исследованию регулярных МОВ эффект квазипериодичности в спектрах их пропускания не отмечался, видимо, в непостоянстве толщины поглощающих покрытий экспериментальных образцов волокон по их длине. Действительно, как следует из (36), если толщина покрытия испытывает приращение порядка

$$\Delta D = \lambda \left(4 \sqrt{\text{Re} \varepsilon_c - \text{Re} \varepsilon_s} \right)^{-1},$$

то коэффициент затухания основной моды МОВ изменится от максимального до минимального значения. Следовательно, можно ожидать, что выраженный эффект квазипериодичности в спектрах пропускания МОВ с поглощающими покрытиями будет наблюдаться при

выполнении неравенства

$$|D(z) - \bar{D}| \ll \Delta D, \quad (40)$$

где $D(z)$ — толщина покрытия вдоль волокна, \bar{D} — ее среднее значение. При $\lambda = 0.7 \mu\text{m}$ и указанных выше значениях ε_c и ε_s имеем $\Delta D = 0.35 \mu\text{m}$. В то же время разброс значений толщины полимерного покрытия по длине волокна, использованного в нашем эксперименте, составлял около $1 \mu\text{m}$, т. е. данное волокно не удовлетворяло критерию (40).

Для количественного исследования влияния колебаний толщины покрытия на пропускание МОВ при фиксированном значении λ предположим, что пропускание определяется затуханием основной моды волокна. Тогда интенсивность излучения I на выходе отрезка волокна длины L может быть приближенно оценена по формуле

$$I = KI_0 \exp(2\overline{\text{Im} \beta} L),$$

где K — коэффициент, учитывающий френелевское отражение света на торцах волокна, I_0 — интенсивность излучения, подаваемого на вход волокна,

$$\overline{\text{Im} \beta} = L^{-1} \int_0^L \text{Im} \beta(z) dz \quad (41)$$

— средний коэффициент затухания моды. Допустим, что зависимость $\text{Im} \beta$ от координаты z обусловлена колебаниями толщины поглощающего покрытия вдоль волокна ($\text{Im} \beta(z) = \text{Im} \beta[D(z)]$) и что процесс колебаний $D(z)$ является случайным, стационарным и эргодическим. Тогда при достаточно большом значении L операция усреднения (41) может быть заменена усреднением коэффициента затухания моды по ансамблю идентичных МОВ с различными фиксированными значениями толщины покрытия [16]. В результате получим оценку

$$\overline{\text{Im} \beta} = \int_{-\infty}^{\infty} \text{Im} \beta(D) W(D) dD, \quad (42)$$

где $W(D)$ — плотность вероятности значения D (функция $W(D)$ предполагается быстро спадающей при удалении D от \bar{D} , поэтому пределы интегрирования в (42) распространены до бесконечности).

Была исследована зависимость $\overline{\text{Im} \beta}(\lambda)$ на основании (42), где функция $\text{Im} \beta(D, \lambda)$ рассчитывалась изложенным выше методом, а распределение $W(D)$ предполагалось нормальным ($W(D) = (\sigma \sqrt{2\pi})^{-1} \exp[-(D - \bar{D})^2 (2\sigma^2)^{-1}]$, где σ — среднеквадратичное отклонение D). Полученные результаты, относящиеся к МОВ с $N_C = 3$, $\bar{D} = 67.5 \mu\text{m}$ и соответствующие различным значениям σ из диапазона $0.7 \mu\text{m} \leq \sigma \leq 1.5 \mu\text{m}$, представлены на рис. 6. Здесь выраженные колебания функции $|\overline{\text{Im} \beta}(\lambda)|$ наблюдаются при $\sigma \leq 0.14 \mu\text{m}$. В то же время при $0.7 \leq \sigma \leq 1.5 \mu\text{m}$

интегрирование в (42) приводит к существенному сглаживанию распределений $\text{Im}\beta(\lambda)$.

В масштабах рис. 6 графики функций $|\overline{\text{Im}\beta(\lambda)}|$, соответствующие различным значениям σ из указанного диапазона, неотличимы друг от друга. При этом они близки к графику функции $|\text{Im}\beta(\lambda)|$, рассчитанному для МОВ с покрытием бесконечной толщины. Данные особенности наблюдаются и в более широком диапазоне длин волн (рис. 5). Но здесь можно отметить периодические отклонения зависимости $|\overline{\text{Im}\beta(\lambda)}|$ от монотонной функции $|\text{Im}\beta(\lambda)|$, соответствующей $D \rightarrow \infty$. Средний период этих отклонений составляет приблизительно 0.03μ . Это значение сопоставимо со средним периодом колебаний экспериментальной кривой на рис. 1, который может быть оценен как $0.5 \mu\text{m}$. Однако теоретическая (рассчитанная по формуле (39) после замены в ней $\text{Im}\beta(\lambda) \rightarrow \overline{\text{Im}\beta(\lambda)}$) и экспериментальная зависимости $\Delta(\lambda)$ находятся в разных диапазонах изменения Δ (теоретическая функция $\Delta(\lambda)$, соответствующая кривой 3 на рис. 5, заключена в пределах $-0.01 < \Delta(\lambda) < 0.01$, тогда как, согласно рис. 1, $-6 < \Delta(\lambda) < 2.6$). По нашему мнению, это расхождение вызвано рассеянием света на дефектах внутренней структуры экспериментального волокна, приводящим к существенно более сильному, нежели расчетное, затуханию его основной моды.

Заключение

Таким образом, МОВ с поглощающими покрытиями конечной толщины могут обладать квазипериодическими спектрами пропускания. Природа этих спектров объясняется вытеканием основной моды МОВ из волноводного канала, приводящим к резонансной связи этой моды с модами покрытия. Значения постоянных распространения мод покрытия, определяющие спектральную зависимость коэффициента затухания основной моды МОВ $\text{Im}\beta(\lambda)$, весьма чувствительны к параметрам покрытия, контактирующего с окружающей средой. Данное свойство вкупе с квазипериодическим характером функции $\text{Im}\beta(\lambda)$, облегчающим регистрацию ее вариаций, может быть использовано в эффективных волоконно-оптических датчиках показателя преломления, давления, и т.д. Параметры соответствующих устройств могут изменяться в широких пределах за счет модификации внутренней структуры МОВ и толщины покрытия. Например, из рис. 3 следует, что, изменяя число гексагональных колец воздушных каналов, ограничивающих волноведущую область МОВ, можно на несколько порядков изменять среднее затухание основной моды МОВ, а значит, длину рабочего участка датчика и чувствительность измерений. Проектирование таких устройств может быть выполнено на основе развитого в данной работе метода интегральных уравнений.

Следует также отметить, что, согласно представленным оценкам, для получения выраженного эффекта

квазипериодичности в спектрах пропускания МОВ необходима стабильная толщина поглощающего покрытия вдоль волокна. В настоящее время технология нанесения таких покрытий обрабатывается.

Список литературы

- [1] White T.P., Kuhlmeiy B.T., McPhedran R.C., Mystre D., Renversez G., De Sterke C.M., Botten L.G. // J. Opt. Soc. Am. B. 2002. Vol. 19. N 10. P. 2322–2330.
- [2] Kuhlmeiy B.T., White T.P., Renversez G., Maystre D., Botten L.G., De Sterke C.M., McPhedran R.C. // J. Opt. Soc. Am. B. 2002. Vol. 19. N 10. P. 2331–2340.
- [3] Сотский А.Б., Сотская Л.И. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29. Вып. 18. С. 37–45.
- [4] Sotsky A.B., Sotshaya L.I. // Opt. Commun. 2004. Vol. 230. P. 67–79.
- [5] Сотский А.Б., Сотская Л.И. // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 2. С. 32–40.
- [6] Szpula M., Urbanczyk W., Serebryannikov E. et al. // Opt. Express. 2006. Vol. 14. N 12. P. 9699–9714.
- [7] Del Villar I., Arregui F.J., Matias I.R. et al. // Opt. Express. 2007. Vol. 15. N 15. P. 9326–9340.
- [8] Martynkien T., Olszewski J., Szpula M. et al. // Opt. Express. 2007. Vol. 15. N 21. P. 13 547–13 556.
- [9] Minkovich V.P., Monzon-Hernandez D., Villatoro J. et al. // J. Lightwave Technol. 2006. Vol. 24. N 11. P. 4319–4328.
- [10] Minkovich V.P., Kir'yanov A.V., Sotsky A.B., Sotskaya L.I. // J. Opt. Soc. Am. B. 2004. Vol. 21. N 6. P. 1161–1169.
- [11] Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979. 830 с. (Abramowitz M., Stegun I.A. Handbook of mathematical functions. National bureau of standards, 1964.)
- [12] Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы. Т. II. М.: Наука, 1977. 399 с.
- [13] Снайдер А., Лав Дж. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с. (Snyder A.W., Love J.D. Optical waveguide theory. London–NY: Chapman and Hall, 1983.)
- [14] Романенко А.А., Сотский А.Б. // ЖТФ. 1998. Т. 68. Вып. 4. С. 88–95.
- [15] Bjarklev A., Broeng J., Bjarklev A.S. Photonic crystal fibres. Boston–Dordrecht–London: Kluwer Academic Publishers, 2003. 298 p.
- [16] Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: М.: Мир, 1989. 540 с.