

О жесткости электростатического подвеса в жидкости

© В.А. Семенов

Пермский государственный университет
614600 Пермь, Россия
e-mail: semenov@psu.ru

(Поступило в Редакцию 23 июня 2008 г. В окончательной редакции 2 декабря 2008 г.)

Представлены результаты расчета жесткости сферического электростатического подвеса шара в жидкости для конкретной формы электродов. Определены их размеры, при которых сила изображения не влияет на устойчивость подвеса.

PACS: 41.20.Cv, 45.40.Cc

В [1,2] показано, что из-за действия силы изображения сферический электростатический подвес в жидкости может быть неустойчив, если радиус подвешиваемого шара больше некоторого критического значения. Однако исследования жесткости и устойчивости такого подвеса для конкретной формы и размеров электродов до сих пор не проводились.

Допустим, что на поверхности сферической полости радиуса b , заполненной диэлектрической жидкостью с проницаемостью ϵ_1 , задано следующее распределение потенциала $f(\theta)$ (рис. 1):

$$f(\theta) = \begin{cases} 0, & 0 < \theta < \frac{\pi}{2} - \gamma, \\ U_0, & \frac{\pi}{2} - \gamma < \theta < \frac{\pi}{2} + \gamma, \\ 0, & \frac{\pi}{2} + \gamma < \theta < \pi. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь U_0 , 2γ — потенциал и угловой размер центрального высоковольтного электрода, θ — полярный угол сферической системы координат, отсчитываемый от оси z .

Поместим в центр полости шар радиусом R с диэлектрической проницаемостью ϵ_2 . Ввиду зеркально-осевой симметрии электростатического поля шар в центре

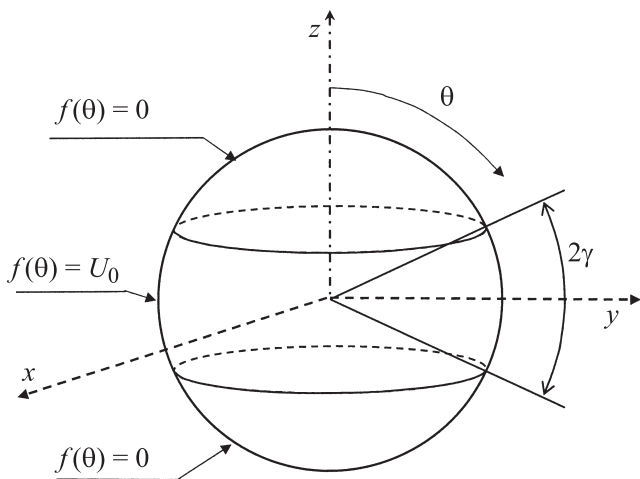


Рис. 1. Форма электродов и распределение потенциала $f(\theta)$.

полости будет находиться в равновесии. Как показано в [2,3], в полях, обладающих такой симметрией, при $\epsilon_2 < \epsilon_1$ и определенных значениях радиуса шара его равновесие может быть устойчиво, и соответственно электрическая сила \mathbf{F} , действующая на шар при его малом смещении из центра полости \mathbf{r} ($r \ll R$), имеет упругий характер

$$\mathbf{F} = -k\mathbf{r} \quad (2)$$

где k — жесткость подвеса [3].

Для исследования рассматриваемого подвеса из [2] получены общие выражения для жесткости вдоль оси симметрии поля k_z и перпендикулярно оси симметрии поля k_x . В частности, для k_z в безразмерном виде имеем следующее:

$$k_z = 4\pi \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) (\alpha_{n+1}^{(0)} \beta_n^{(1)} + \alpha_n^{(1)} \beta_n^{(0)}) c^{n+1},$$

$$\alpha_n^{(0)} = \frac{2n+1}{2(1 + \frac{(1-\epsilon)n}{n+1+n\epsilon} c^{2n+1})} \int_0^\pi f(\theta) P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta,$$

$$\beta_n^{(0)} = \frac{n(1-\epsilon)}{n+1+n\epsilon} c^n \alpha_n^{(0)}, \quad (3)$$

$$\beta_n^{(1)} = n\beta_{n-1}^{(0)} + \frac{n(n+2 + (n+1)\epsilon)\beta_{n+1}^{(0)} + n(1-\epsilon)c^n \alpha_n^{(1)}}{n+1+n\epsilon},$$

$$\alpha_n^{(1)} + c^{n+1} \beta_n^{(1)} = 0, \quad k \rightarrow \frac{\epsilon_1 U_0^2}{4\pi R}.$$

Здесь $P_n(\cos \theta)$ — полиномы Лежандра, $c = R/b$, $\epsilon = \epsilon_2/\epsilon_1$.

Далее для конкретных величин c , γ , ϵ по [3] выполнялся численный расчет коэффициентов α_n , β_n для разных n . Значения жесткости k_z определялись после предварительного анализа сходимости ряда в (3) (рис. 2). Аналогично при вычислении k_x .

На рис. 3, 4 приведены зависимости k_z и k_x от радиуса шара c , из которых следует, что при некоторых γ с увеличением радиуса, при определенном его критическом значении c_* , жесткость становится равной нулю, т.е. равновесие оказывается неустойчивым к смещениям

вдоль соответствующей координаты. Однако для ряда значений γ при дальнейшем увеличении c жесткость снова становится равной нулю, т.е. равновесие опять устойчиво.

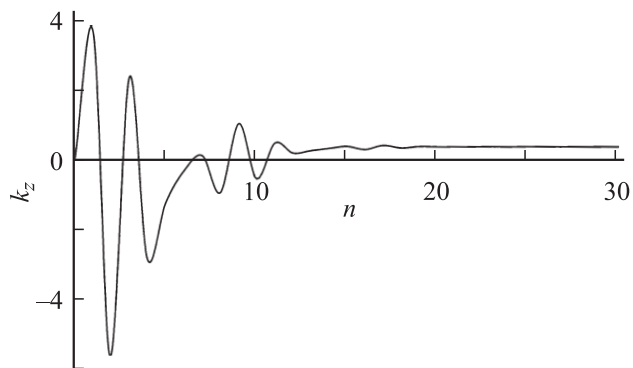


Рис. 2. Зависимость значений жесткости k_z от числа первых членов ряда n ($c = 0.8$; $\epsilon = 0.1$; $\gamma = 23.5^\circ$).

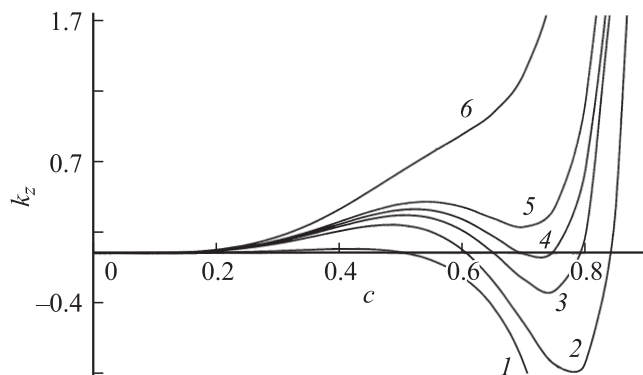


Рис. 3. Зависимость жесткости k_z от радиуса шара c при $\epsilon = 0.1$ для некоторых размеров электрода γ : 1 — 10, 2 — 21, 3 — 23, 4 — 24, 5 — 25, 6 — 30° .

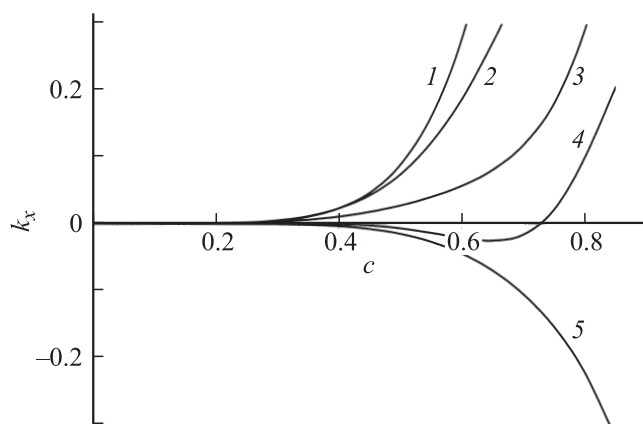


Рис. 4. Зависимость жесткости k_x от радиуса шара c при $\epsilon = 0.1$ для некоторых размеров электрода γ : 1 — 20, 2 — 30, 3 — 40, 4 — 50, 5 — 60° .

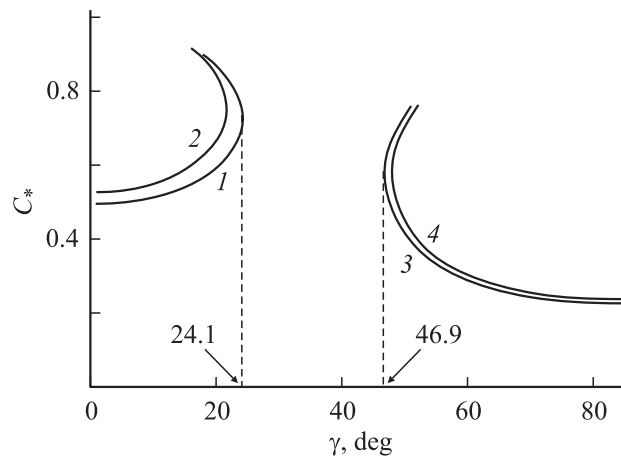


Рис. 5. Сводная карта устойчивости шара к смещениям вдоль (нейтральные кривые 1, 2) и перпендикулярно оси симметрии поля (кривые 3, 4): 1, 3 — $\epsilon = 0.1$; 2, 4 — 0.8

Сводная карта устойчивости шара к смещениям вдоль и перпендикулярно оси симметрии поля в координатах: критический радиус шара c_* — ширина электрода γ представлена на рис. 5.

Области неустойчивого равновесия находятся соответственно слева от нейтральных кривых 1, 2 и справа от кривых 3, 4. Из графика видно, что в определенном интервале размеров центрального электрода подвес устойчив при всех значениях радиуса шара. В частности, при $\epsilon = 0.1$ данная область задается условием $24.1 < \gamma < 46.9^\circ$, а при $\epsilon = 0.8$ — $21.5 < \gamma < 48.1^\circ$. Это означает, что при таких размерах электрода дестабилизирующее действие силы изображения не приводит к неустойчивости подвеса.

Список литературы

- [1] Семенов В.А. // ЖТФ. 1987. Т. 57. Вып. 10. С. 2056–2058.
- [2] Лимонов А.В., Семенов В.А. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 12. С. 85–86.
- [3] Мартыненко Ю.Г. Движение твердого тела в электрических и магнитных полях. М.: Наука, 1988. 368 с.