

Численный расчет магнитного поля и магнитного момента ферромагнитных тел сложной пространственной конфигурации

© М.М. Резинкина

Научно-технический центр магнетизма технических объектов НАН Украины,
61106 Харьков, Украина
e-mail: marinar2@mail.ru, Rezinkina@nas.gov.ua

(Поступило в Редакцию 27 августа 2008 г.)

Описана методика численного расчета магнитного поля и магнитного момента трехмерных ферромагнитных объектов с помощью метода конечных объемов и поглощающих граничных условий. Выполнен расчет магнитных моментов и магнитного поля в ряде ферромагнитных систем, имитирующих различные объекты. Показано, что конфигурация ферромагнитных конструкций, состоящих из различных комбинаций стержней, влияет на их магнитные моменты.

PACS: 41.20.-q, 41.20.Gz, 85.70.Ec, 02.60.-x

Введение

В ряде практически важных приложений требуется информация о распределении магнитного поля в окрестности ферромагнитных тел сложных пространственных конфигураций, находящихся во внешнем постоянном магнитном поле (например, геомагнитном поле — ГМП). К таким приложениям относится, в частности, определение магнитного поля морских судов [1] и искусственных спутников Земли [2]. При этом, как правило, в качестве интегрального параметра, характеризующего магнитные свойства объектов, используют магнитный момент (ММ) [3–5]. В инженерных приложениях по уровню ММ определяют индукцию магнитного поля (МП) в дальней зоне — на большом расстоянии от объектов [4]. Однако в случае ферромагнитных тел сложных пространственных конфигураций аналитические оценки как при определении самой величины магнитного момента, так и при использовании ММ для нахождения уровней индукции, могут иметь существенную погрешность. Для получения более достоверной информации о магнитных параметрах подобных тел эффективным представляется использование численных расчетов.

Целью настоящей работы являются описание методики численного расчета ММ и распределения МП, а также применение ее для ряда приложений.

1. Аналитический расчет магнитного момента

Магнитный момент тела определяется как интеграл по его объему от намагниченности в каждой точке [3,5]:

$$\mathbf{M} = \int_{V_{\Sigma}} \mathbf{I} dv,$$

где \mathbf{M} — магнитный момент; \mathbf{I} — намагниченность; $\mathbf{I} = \kappa \mathbf{H}$; κ — магнитная восприимчивость; $\kappa = \mu - 1$; μ — относительная магнитная проницаемость; \mathbf{H} — напряженность магнитного поля; V_{Σ} — объем тела.

Таким образом, зная распределение напряженности магнитного поля внутри тела (\mathbf{H}_i), можно вычислить его магнитный момент:

$$\mathbf{M} = \int_{V_{\Sigma}} (\mu - 1) \mathbf{H}_i dv.$$

Для равномерно намагниченного тела (шар, эллипсоид) запишем выражения, связывающие намагниченность \mathbf{I} и напряженность поля внутри исследуемого тела \mathbf{H}_i с напряженностью внешнего магнитного поля \mathbf{H}_0 в виде [5]:

$$\mathbf{I} = \kappa \mathbf{H}_i = \kappa (\mathbf{H}_0 - N \mathbf{I}),$$

где N — коэффициент размагничивания, зависящий только от геометрии исследуемого тела. Отсюда

$$\mathbf{I} = \frac{\kappa}{1 + \kappa N} \mathbf{H}_0; \quad \mathbf{M} = V \mathbf{I}; \quad \mathbf{H}_i = \frac{\mathbf{I}}{\kappa} = \frac{\mathbf{H}_0}{1 + \kappa N}.$$

Для таких равномерно намагниченных тел ММ и коэффициент размагничивания выражаются в виде квадратур [4]. Однако в ряде реальных приложений форма исследуемых тел имеет сложный характер, и использование аналитических оценок для нахождения магнитного момента невозможно. Для решения подобных задач целесообразно применять численные методы, например, метод конечных объемов [6,7].

2. Постановка задачи расчета постоянного магнитного поля с помощью метода конечных объемов и поглощающих граничных условий

Для нахождения распределения постоянного магнитного поля в окрестности ферромагнитного объекта разобьем рассматриваемую область на ячейки-параллелепипеды (рис. 1). Данное разбиение произведено так,

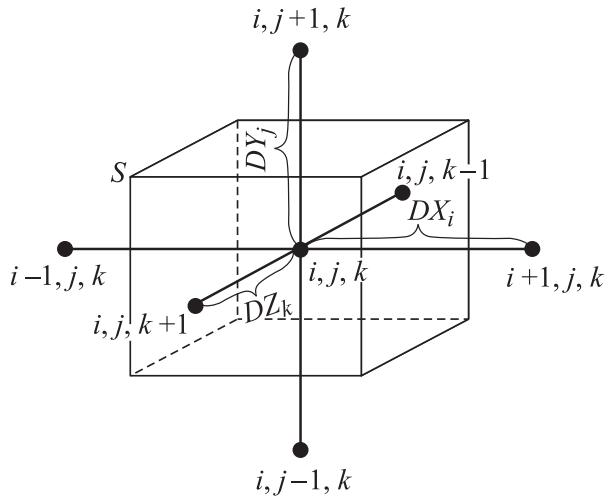


Рис. 1. Расчетная схема.

что узлы расчетной сетки (i, j, k) лежат на границах раздела сред. Под (i, j, k) -й ячейкой подразумевается параллелепипед, вершинами которого являются следующие узлы: (i, j, k) , $(i+1, j, k)$, $(i, j+1, k)$, $(i, j, k+1)$, $(i, j+1, k+1)$, $(i+1, j, k+1)$, $(i+1, j+1, k)$, $(i+1, j+1, k+1)$. В пределах каждой из ячеек свойства среды полагались однородными. Для получения решения использовался метод конечных объемов [6,7], заключающийся в интегрировании уравнений Максвелла по элементарным объемам V , охватывающим узлы сетки расчетной области.

Возьмем интеграл по каждому такому объему V от уравнения Максвелла $\text{div } \mathbf{B} = 0$ (где \mathbf{B} — индукция магнитного поля) и, используя теорему Гаусса, заменим интегрирование дивергенции искомой функции по объему интегрированием нормальной компоненты данной функции по поверхности S (см. рис. 1), охватывающей объем:

$$\int_V \text{div } \mathbf{B} dv = \oint_S B_n ds = 0,$$

где S — поверхность параллелепипеда, грани которого делят пополам расстояния между соседними узлами (см. рис. 1).

Выразив индукцию магнитного поля через его напряженность \mathbf{H} ($\mathbf{B} = \mu\mu_0 \mathbf{H}$, где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Hn/m), для каждого узла расчетной сетки получим решаемое уравнение в виде

$$\oint_S \widehat{\mu}_{i,j,k} H_n ds = 0, \quad (1)$$

где $\widehat{\mu}_{i,j,k}$ — относительная магнитная проницаемость среды, заключенной внутри (i, j, k) -й ячейки, вершинами которой являются узлы (i, j, k) , $(i+1, j, k)$, $(i, j+1, k)$, $(i, j, k+1)$, $(i+1, j+1, k)$, $(i+1, j, k+1)$, $(i, j+1, k+1)$, $(i+1, j+1, k+1)$.

Для того чтобы не рассчитывать три компоненты вектора напряженности магнитного поля, \mathbf{H} выражалась через скалярный магнитный потенциал φ :

$$\mathbf{H} = -\text{grad } d\varphi. \quad (2)$$

Такое представление возможно, поскольку рассматривается статическое магнитное поле, являющееся потенциальным ($\text{rot } \mathbf{H} = 0$). Подставив (2) в (1) и заменив производные их разностными аналогами, получим решаемое уравнение:

$$\Lambda_x \varphi_{i,j,k} + \Lambda_y \varphi_{i,j,k} + \Lambda_z \varphi_{i,j,k} = 0, \quad (3)$$

где

$$\Lambda_x \varphi_{i,j,k} = \varphi_{i-1,j,k} CX_{i,j,k}$$

$$- \varphi_{i,j,k} (CX_{i,j,k} + DX_{i,j,k}) + \varphi_{i+1,j,k} DX_{i,j,k};$$

$$\Lambda_y \varphi_{i,j,k} = \varphi_{i,j-1,k} CY_{i,j,k}$$

$$- \varphi_{i,j,k} (CY_{i,j,k} + DY_{i,j,k}) + \varphi_{i,j+1,k} DY_{i,j,k};$$

$$\Lambda_z \varphi_{i,j,k} = \varphi_{i,j,k-1} CZ_{i,j,k}$$

$$- \varphi_{i,j,k} (CZ_{i,j,k} + DZ_{i,j,k}) + \varphi_{i,j,k+1} DZ_{i,j,k};$$

$$CX_{i,j,k} = (\Delta Y_{j-1} \Delta Z_{k-1} \widehat{\mu}_{i-1,j-1,k-1} + \Delta Y_{j-1} \Delta Z_k \widehat{\mu}_{i-1,j-1,k}$$

$$+ \Delta Y_j \Delta Z_{k-1} \widehat{\mu}_{i-1,j,k-1} + \Delta Y_j \Delta Z_k \widehat{\mu}_{i-1,j,k}) / (4\Delta X_{i-1});$$

$$DX_{i,j,k} = (\Delta Y_{j-1} \Delta Z_{k-1} \widehat{\mu}_{i,j-1,k-1} + \Delta Y_{j-1} \Delta Z_k \widehat{\mu}_{i,j-1,k}$$

$$+ \Delta Y_j \Delta Z_{k-1} \widehat{\mu}_{i,j,k-1} + \Delta Y_j \Delta Z_k \widehat{\mu}_{i,j,k}) / (4\Delta X_i);$$

$$CY_{i,j,k} = (\Delta X_{i-1} \Delta Z_{k-1} \widehat{\mu}_{i-1,j-1,k-1} + \Delta X_{i-1} \Delta Z_k \widehat{\mu}_{i-1,j-1,k}$$

$$+ \Delta X_i \Delta Z_{k-1} \widehat{\mu}_{i,j-1,k-1} + \Delta X_i \Delta Z_k \widehat{\mu}_{i,j-1,k}) / (4\Delta Y_{j-1});$$

$$DY_{i,j,k} = (\Delta X_{i-1} \Delta Z_{k-1} \widehat{\mu}_{i-1,j,k-1} + \Delta X_{i-1} \Delta Z_k \widehat{\mu}_{i-1,j,k}$$

$$+ \Delta X_i \Delta Z_{k-1} \widehat{\mu}_{i,j,k-1} + \Delta X_i \Delta Z_k \widehat{\mu}_{i,j,k}) / (4\Delta Y_j);$$

$$CZ_{i,j,k} = (\Delta X_{i-1} \Delta Y_{j-1} \widehat{\mu}_{i-1,j-1,k-1} + \Delta X_{i-1} \Delta Y_j \widehat{\mu}_{i-1,j-1,k-1}$$

$$+ \Delta X_i \Delta Y_{j-1} \widehat{\mu}_{i-1,j,k-1} + \Delta X_i \Delta Y_j \widehat{\mu}_{i-1,j,k-1}) / (4\Delta Z_{k-1});$$

$$DZ_{i,j,k} = (\Delta X_{i-1} \Delta Y_{j-1} \widehat{\mu}_{i-1,j-1,k} + \Delta X_{i-1} \Delta Y_j \widehat{\mu}_{i-1,j-1,k}$$

$$+ \Delta X_i \Delta Y_{j-1} \widehat{\mu}_{i-1,j,k} + \Delta X_i \Delta Y_j \widehat{\mu}_{i-1,j,k}) / (4\Delta Z_k);$$

ΔX_i , ΔY_j , ΔZ_k — величина шагов пространственной сетки в направлениях X , Y , Z соответственно.

Граничные условия зависят от вида расчетной системы. Рассмотрим случай нахождения ферромагнитных тел во внешнем однородном магнитном поле (например, ГМП напряженностью \mathbf{H}_0). Тогда магнитный потенциал на границах расчетной области может быть

задан из условия равенства напряженности магнитного поля величине \mathbf{H}_0 при достаточном удалении от ферромагнитных объектов: $\partial\varphi/\partial x = -H_{0x}$, $\partial\varphi/\partial y = -H_{0y}$, $\partial\varphi/\partial z = -H_{0z}$ (где H_{0x} , H_{0y} , H_{0z} — x , y , z компоненты вектора напряженности \mathbf{H}_0 соответственно).

Для решения системы уравнений вида (3), записанных для каждого узла расчетной сетки, был использован итерационный метод переменных направлений [8], модифицированный применительно к решению системы трехмерных эллиптических уравнений [9].

Как известно, использование конечно-разностных методов, таких как метод конечных объемов [6,7], конечных разностей [8], а также конечных элементов [10], наиболее целесообразно при расчете магнитных полей в так называемых закрытых областях. Это обусловлено необходимостью задания условий для потенциалов или напряженностей электромагнитного поля на границах расчетной области. Однако на практике часто приходится иметь дело с открытыми областями. При использовании конечно-разностных методов в данном случае необходимо существенно увеличивать расчетную область, отодвигая ее границы от исследуемого объекта на большое расстояние так, чтобы электромагнитное поле можно было полагать невозмущенным или затухшим. Количество неизвестных решаемой при этом системы уравнений, особенно в трехмерном случае, становится чрезвычайно большим, вследствие чего задача может оказаться нереализуемой даже на самых современных вычислительных средствах. В то же время полезной, как правило, является лишь информация об уровнях напряженности магнитного поля в непосредственной близости и внутри исследуемого объекта.

Известно, что ферромагнитные тела искажают распределение магнитного поля. Использование так называемых „поглощающих граничных условий“ позволяет во много раз уменьшить габариты расчетной области. Этим достигается снижение порядка решаемой системы уравнений и времени расчетов. Данный метод был разработан специально для того, чтобы обеспечить возможность использования конечно-разностных методов для расчета электромагнитных полей в открытых областях. Так, применение метода „одноосно хорошо согласованных слоев“ UPML (uniaxially perfectly matched layers) [11] позволяет приблизить границы расчетной области практически вплотную к исследуемым объектам.

Суть UPML-метода заключается в том, что при решении уравнений Максвелла на границе расчетной области вводятся дополнительные среды, распределение поля в которых не учитывается в результате расчета, поскольку оно носит лишь вспомогательный характер. Электрические и магнитные параметры данных сред задаются анизотропными, что обеспечивает быстрое и безотражательное затухание электромагнитного поля. Для случая магнитоэластики UPML-метод может быть сформулирован следующим образом. При расчете распределения трехмерного МП в декартовой системе координат на границах расчетной области вводятся слои

материала, магнитные параметры которого описываются трехдиагональным тензором для относительной магнитной проницаемости:

$$\mu = \begin{bmatrix} \widehat{\mu}_x & 0 & 0 \\ 0 & \widehat{\mu}_y & 0 \\ 0 & 0 & \widehat{\mu}_z \end{bmatrix}.$$

В слое, параллельном плоскости $x-y$, $\mu_x = \mu_y$; в слое, параллельном плоскости $y-z$ $\widehat{\mu}_y = \widehat{\mu}_z$ и т.д. Характерной особенностью этих слоев является то, что соответствующий элемент тензора $\widehat{\mu}$ имеет значение, меньшее единицы. Например, для слоя, параллельного плоскости $x-y$, тензор магнитной проницаемости имеет вид:

$$\widehat{\mu}_s = \begin{bmatrix} a_s & 0 & 0 \\ 0 & a_s & 0 \\ 0 & 0 & 1/a_s \end{bmatrix},$$

где $a_s > 1$.

В угловых зонах расчетной области тензоры пересекающихся слоев перемножаются:

$$\widehat{\mu} = \begin{bmatrix} \mu 1/k_x & 0 & 0 \\ 0 & \mu k_x & 0 \\ 0 & 0 & \mu k_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu k_y & 0 & 0 \\ 0 & \mu 1/k_y & 0 \\ 0 & 0 & \mu k_y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mu k_z & 0 & 0 \\ 0 & \mu k_z & 0 \\ 0 & 0 & \mu 1/k_z \end{bmatrix},$$

k_x, k_y, k_z — коэффициенты.

Выбором количества шагов в UPML-слоях, а также характера изменения величины a_s по глубине слоя обеспечивается быстрое и безотражательное затухание электромагнитного поля. Согласно [11], для того чтобы избежать эффектов отражения, следует задавать изменение магнитных свойств UPML толщиной d по глубине (например, x) в соответствии с полиномиальным законом:

$$k_x(x) = 1 + (k_{\max} - 1)(x/d)^m, \quad (5)$$

где k_{\max} — максимальная величина k_x на внешней границе UPML; m — показатель степени. Причем уровни m должны лежать в пределах: $3 \leq m \leq 4$ [11].

Значения $k_y(y)$ и $k_z(z)$ вычисляются аналогичным образом

$$k_y(y) = 1 + (k_{\max} - 1)(y/d)^m;$$

$$k_z(z) = 1 + (k_{\max} - 1)(z/d)^m.$$

Как упоминалось выше, рассматривается случай расчета МП при нахождении исследуемого объекта во внешнем однородном магнитном поле напряженностью \mathbf{H}_0 . В отличие от традиционного способа применения UPML, когда источник поля находится внутри расчетной области, в данном случае распределение

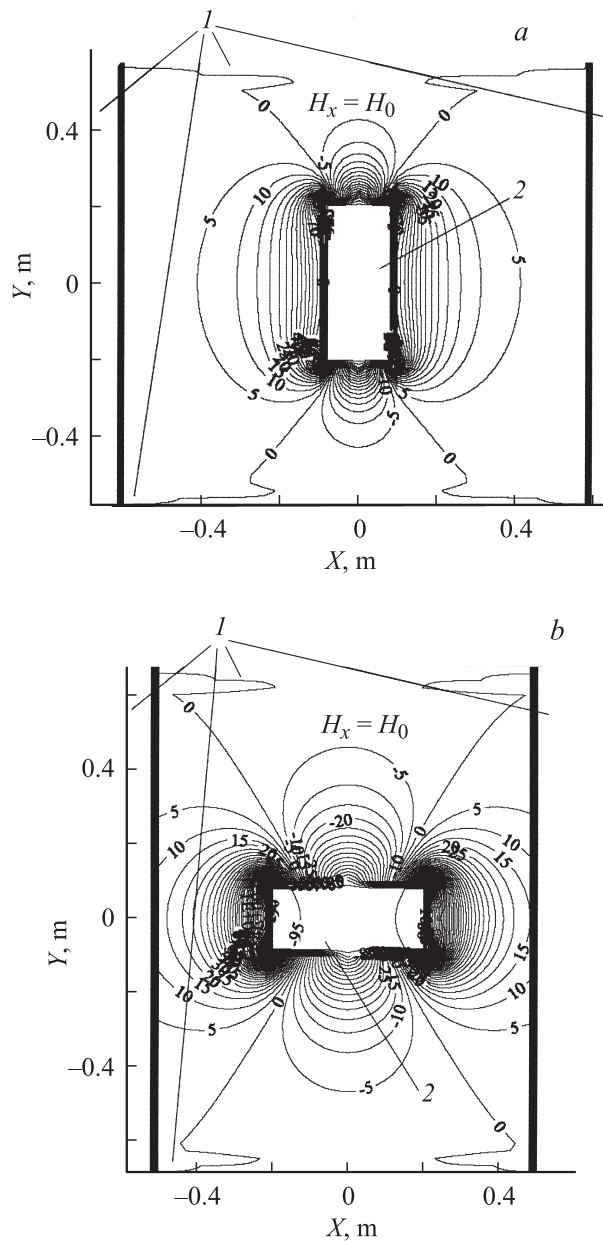


Рис. 2. Распределение линий равного модуля напряженности магнитного поля в сечении $Z = \text{const} = 0$, проходящем через середину ферромагнитного параллелепипеда.

приложенного поля задано, и источник из рассмотрения исключается. Ферромагнитное тело искажает распределение однородного внешнего МП, и граничные условия $\partial\varphi/\partial n = -H_{0n}$ могут быть заданы лишь на достаточном от него удалении. Для приближения границ расчетной области к объекту предлагается использовать UPML, а на границе — задавать условия [12]:

$$\partial\varphi/\partial x = -k_{\max} H_{0x}; \quad \partial\varphi/\partial y = -k_{\max} H_{0y};$$

$$\partial\varphi/\partial z = -k_{\max} H_{0z}.$$

Такой подход позволил добиться хорошего совпадения с аналитическим решением для находящегося в воздухе шара, расположенного во внешнем однородном МП напряженностью $H_0 = 1 \text{ A/m}$, направленном вдоль оси Y . Так, для шара с $\mu = 4$, $R_0 = 0.02 \text{ m}$ (габариты расчетной области — $1.9R_0 \times 1.9R_0 \times 1.9R_0$, шаг по пространству — $\Delta = 0.001 \text{ m}$) относительное отличие вычисленных значений потенциала φ от $\varphi_{\text{ан}}$ — аналитического решения: $\delta = |\varphi - \varphi_{\text{ан}}|/\varphi_{\text{ан}}$ не превышало 4% в зоне $r < 1.25R_0$, включающей границу раздела „шаг-воздух“, а во внешней среде при $1.1R_0 < r < 1.25R_0$ — $\delta < 2\%$ (где $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, x, y, z — координаты точки наблюдения).

Численные эксперименты показали лишь незначительную зависимость полученного решения от параметров UPML. Так, результаты расчетов, проведенных при следующем наборе параметров UPML: $N_{\text{UPML}} = 10$, $m = 3$, $k_{\max} = 300$, а также $N_{\text{UPML}} = 5$, $m = 3$, $k_{\max} = 100$, имеют совпадение в пределах 1%.

В качестве примера был выполнен расчет распределения трехмерного магнитного поля $H^* = 100\% \times (|H| - |H_0|)/|H_0|$ в окрестности параллелепипеда, имеющего относительную магнитную проницаемость $\mu = 200$, при приложении внешнего поля, параллельного оси X : $H_0 = H_x$ (рис. 2).

Расчет произведен с помощью метода конечных объемов при использовании одноосно хорошо согласованных граничных слоев. Объект (2), в окрестности которого рассчитывалось искажение МП — параллелепипед ($X \times Y \times Z$): $a = 0.16 \times 0.3 \times 0.08 \text{ m}$, $b = 0.4 \times 0.16 \times 0.08 \text{ m}$. Показана вся область, в которой производился расчет, включая одноосно хорошо поглощающие слои 1.

3. Расчет систем МП и ММ, содержащих стержни различных конфигураций

Рассчитаем магнитное поле и магнитный момент для ряда систем, состоящих из двух перекрещивающихся под прямым углом стержней. В Приложении (табл. 1–4) показаны рассчитанные значения распределения напряженности магнитного поля снаружи и внутри ферромагнитных стержней в сечении $Z = \text{const}$, проходящем через данные стержни. Проанализируем расчетным путем степень влияния расположения и длины стержня, перпендикулярного приложенному внешнему постоянному магнитному полю ($H_0 = 1 \text{ A/m}$), на величину магнитного момента системы двух стержней. За базу для сравнения ММ взят магнитный момент одного из таких стержней с сечением $0.04 \times 0.04 \text{ m}$ и длиной $L_y = 1 \text{ m}$, параллельного приложенному МП (распределение МП см. в № 1 табл. 1 Приложения) — M_0 .

На рис. 3 представлены зависимости рассчитанных значений относительного магнитного момента: $M^* = M/M_0$ для различного расположения стержней

друг относительно друга (см. табл. 1–3 Приложения). Кривая 1 на рис. 3 соответствует T -образному расположению стержней (см. табл. 1 Приложения), кривая 2 — их расположению в виде уголка (см. табл. 2 Приложения), кривая 3 — их крестообразному расположению при различном сдвиге поперечного стержня вдоль стержня, параллельного приложенному магнитному полю (см. табл. 3 Приложения). Для кривых 1, 2 (рис. 3) величина L^* определяется следующим образом: $L^* = L_x/L_y$ (где $L_x = var$ — длина поперечного стержня, перпендикулярного приложенному МП, $L_y = 1$ м — длина продольного стержня, параллельного приложенному МП); для кривой 3 (рис. 3) $L^* = L_1^y/L_2^y$ (где L_1^y, L_2^y — отрезки продольного стержня, разделяемые поперечным стержнем, причем $L_1^y + L_2^y = L_y = L_x = 1$ м). Как видно из рис. 3 (кривые 1, 2), увеличение длины горизонтального стержня приводит к некоторому росту магнитного момента. Так, для рассматриваемого случая при равной длине продольного и поперечного стержней магнитный момент увеличивается по отношению к ММ одиночного стержня на 26% для T -образной системы и на 20% — для уголковой системы. Степень асимметрии деления продольного стержня поперечным при их крестообразном расположении также оказывает влияние на величину магнитного момента (см кривую 3 на рис. 3). При этом для рассматриваемого случая сдвиг поперечного стержня от центра продольного стержня до его торца вызывал увеличение ММ на 21%.

На рис. 4 приведены результаты расчета относительного магнитного момента $M^* = M/M_{02}$ (где M_{02} — ММ двух сдвинутых вплотную стержней сечением 0.04×0.04 м и длиной $L_y = 1$ м — распределение МП см. № 1 табл. 4 Приложения) плоской прямоугольной рамки, состоящей из ферромагнитных стержней, для различного расстояния между стержнями, параллельны-

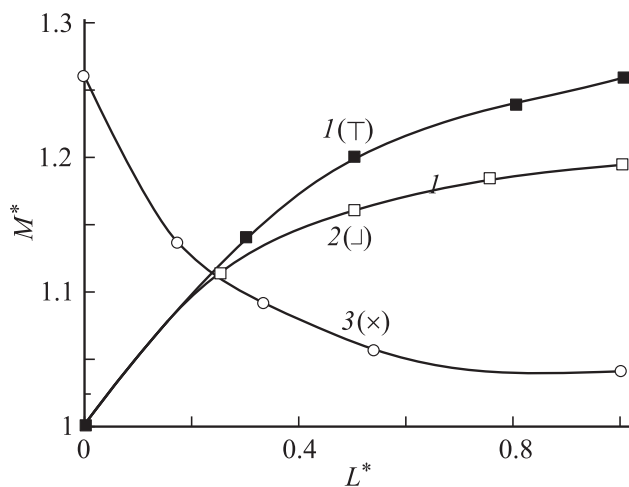


Рис. 3. Рассчитанные зависимости магнитного момента от взаимного расположения двух перпендикулярных ферромагнитных стержней.

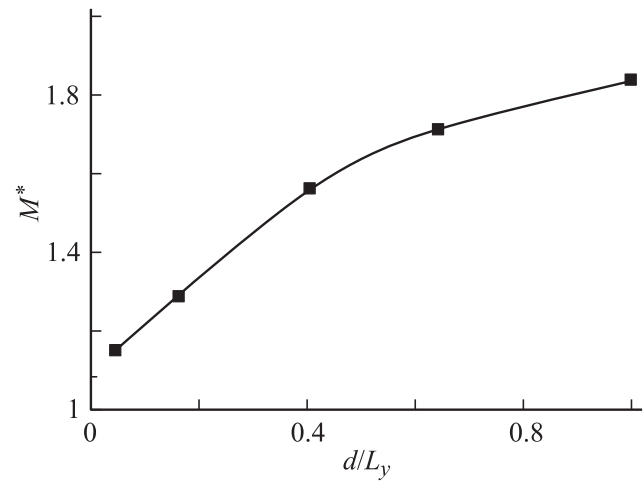


Рис. 4. Рассчитанная зависимость магнитного момента от расстояния между ферромагнитными стержнями рамки, параллельными приложенному МП.

ми приложенному магнитному полю (см. также табл. 4 Приложения). Величина L^* определяется как $L^* = d/L_y$ (где d — расстояние между продольными стержнями, L_y — длина продольных стержней). Как видно из рис. 4 увеличение расстояния между стержнями приводит к повышению ММ. Так, при раздвигании сдвинутых вплотную стержней (см. № 1 табл. 4 Приложения) до расстояния, равного их длине (см. № 6 табл. 4 Приложения), ММ увеличивается на 84%.

Выводы

1. Разработана методика численного расчета магнитного момента и распределения магнитного поля ферромагнитных тел сложной пространственной конфигурации, основанная на использовании метода конечных объемов и введении поглощающих граничных слоев. Проведенное сравнение с аналитическими решениями показало их совпадение в пределах 3%. Данная формулировка может быть использована также для описания нелинейной магнитной проницаемости ферромагнитных тел и изменения при этом распределения их МП.

2. Выполнены примеры расчета магнитных моментов и магнитного поля в ряде ферромагнитных объектов. Рассчитаны зависимости магнитного момента от геометрии ферромагнитных конструкций. Приведены количественные показатели влияния взаимного расположения ферромагнитных стержней на их результирующий ММ. Полученные количественные соотношения могут служить основанием при выборе параметров ферромагнитных конструкций как со сниженным, так и с повышенным магнитным моментом.

Приложение

Таблица 1. Рассчитанные распределения напряженности МП снаружи и внутри двух T-образных ферромагнитных стержней при приложении постоянного МП $H_y = 1$ A/m

№	Распределение МП вокруг объекта	Распределение МП внутри объекта	$ M , A \cdot m^2$	$ M /M_0$
1			0.15	1
2			0.17	1.14
3			0.18	1.2
4			0.186	1.24
5			0.189	1.26

Таблица 2. Рассчитанные распределения напряженности МП снаружи и внутри двух Г-образных ферромагнитных стержней при применении постоянного МП $H_y = 1$ А/м

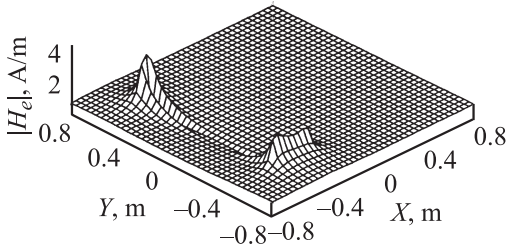
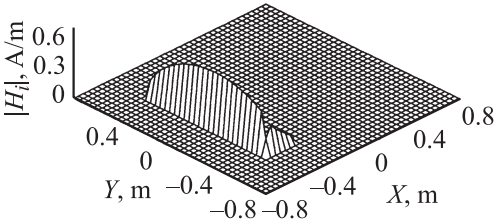
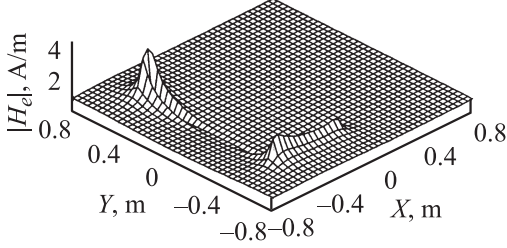
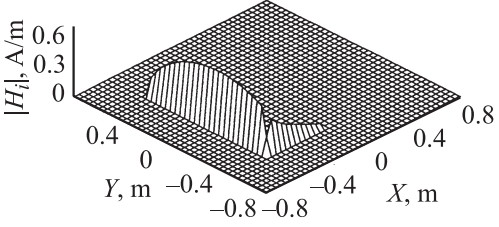
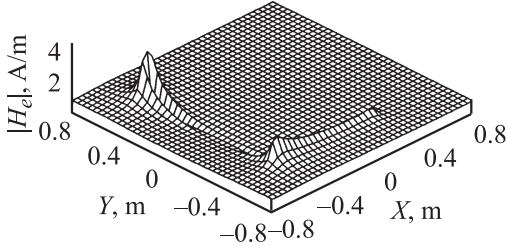
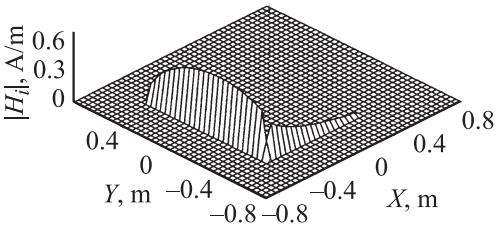
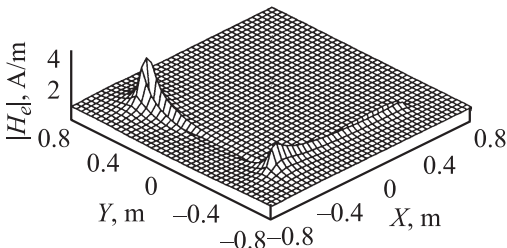
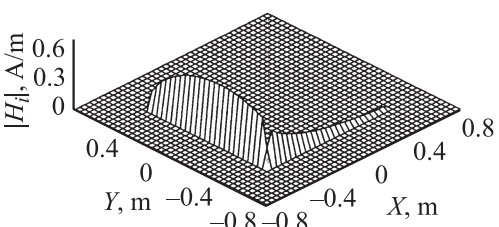
№	Распределение МП вокруг объекта	Распределение МП внутри объекта	$ M , \text{А}^* \text{м}^2$	$ M /M_0$
1			0.167	1.1
2			0.17	1.16
3			0.177	1.18
4			0.179	1.2

Таблица 3. Рассчитанные распределения напряженности МП снаружи и внутри двух крестообразных ферромагнитных стержней при приложении постоянного МП $H_y = 1$ А/м

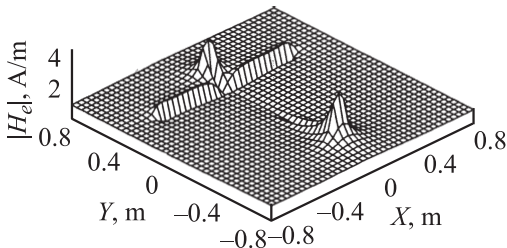
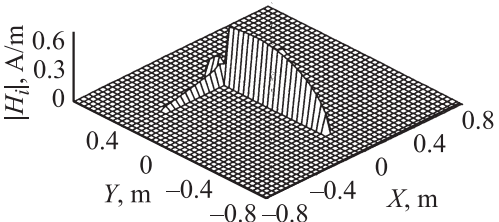
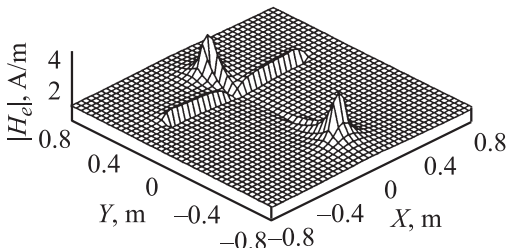
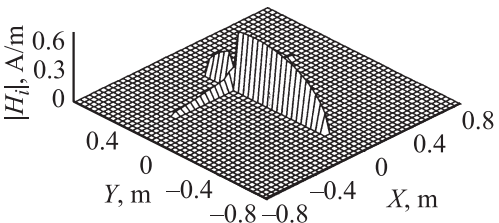
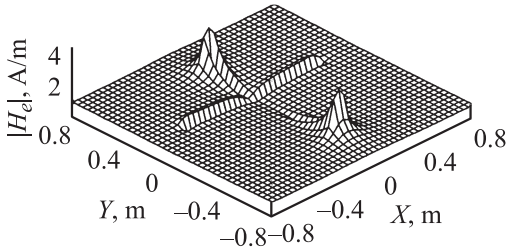
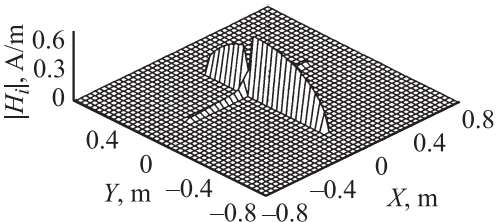
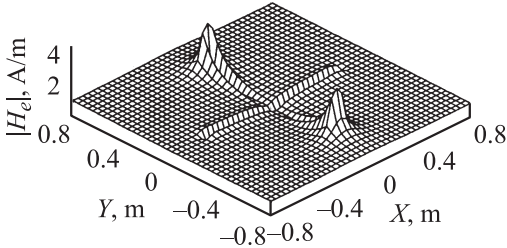
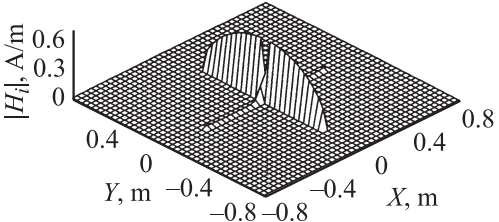
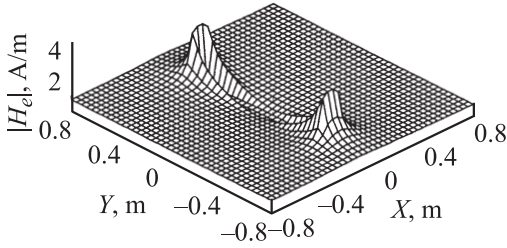
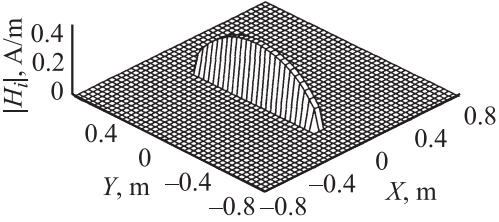
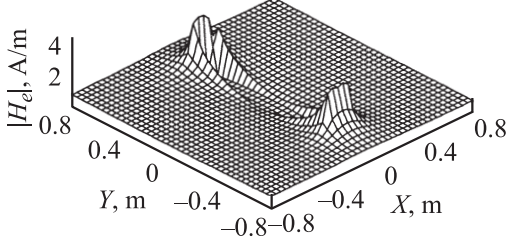
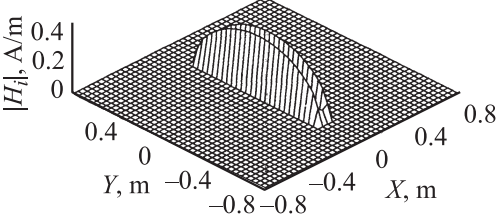
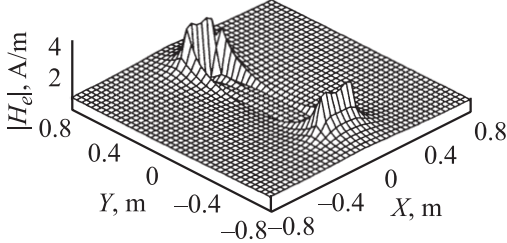
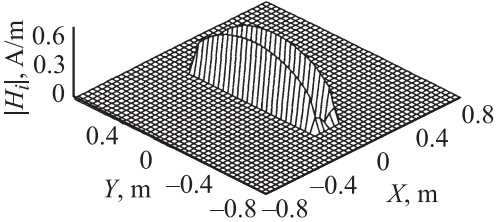
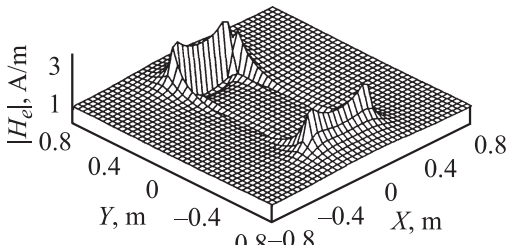
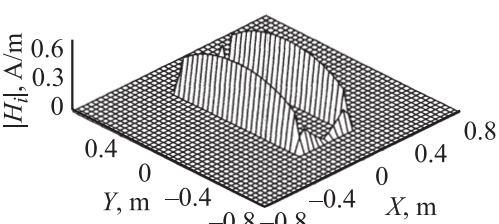
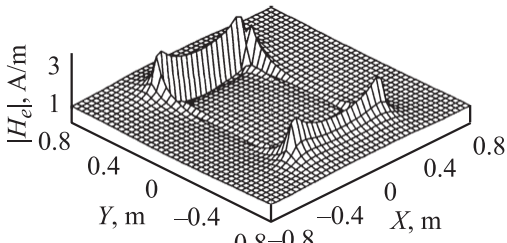
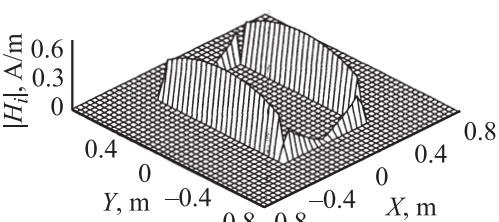
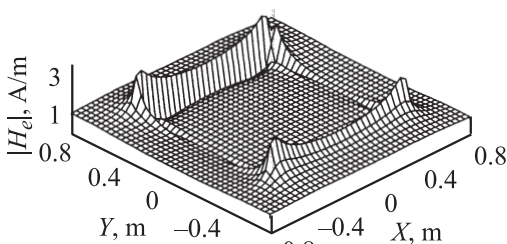
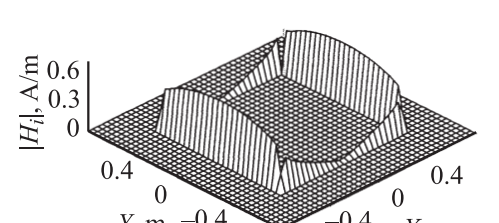
№	Распределение МП вокруг объекта	Распределение МП внутри объекта	$ M , \text{А}^* \text{м}^2$	$ M /M_0$
1			0.169	1.14
2			0.163	1.09
3			0.158	1.06
4			0.156	1.04

Таблица 4. Рассчитанные распределения напряженности МП снаружи и внутри ферромагнитных стержней, расположенных в виде рамки, при приложении постоянного МП $H_y = 1$ А/м

№	Распределение МП вокруг объекта	Распределение МП внутри объекта	$ M , \text{А}^* \text{м}^2$	$ M /M_0$
1			0.222	1
2			0.255	1.15
3			0.286	1.29
4			0.346	1.56
5			0.38	1.71
6			0.41	1.84

Список литературы

- [1] *Краснов И.П.* Расчетные методы судового магнетизма и электротехники. Л.: Судостроение, 1986. 216 с.
- [2] *Paluszak M., Thomas S., Mueller J., Bhatta P.* Spacecraft attitude and orbit control. Princeton: Princeton Satellite Systems, 2007. 476 p.
- [3] *Тамм И.Е.* Основы теории электричества. М.: Наука, 1989. 504 с.
- [4] *Нестеренко А.Д.* Введение в теоретическую электротехнику. Киев: Наукова думка, 1969. 345 с.
- [5] *Яновский Б.М.* Земной магнетизм. М.–Л.: Изд-во Главсевморпути, 1941. 283 с.
- [6] *Патанкар С.* Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М.: Энергоатомиздат, 1984. 150 с.
- [7] *Щерба А.А., Резинкина М.М.* Моделирование и анализ электрических полей энергетических объектов. Киев: Наукова думка, 2008. 248 с.
- [8] *Самарский А.А.* Теория разностных схем. М.: Наука, 1989. 616 с.
- [9] *Резинкина М.М.* // Электричество. 2003. № 8. С. 50–55.
- [10] *Зенкевич О.* Метод конечных элементов. М.: Мир, 1975. 545 с.
- [11] *Taflove A., Hagness S.* Computational electrodynamics: the finite difference time domain method. Boston–London: Artech House, 2000. 852 p.
- [12] *Резинкина М.М.* // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 6. С. 85–92.