

01;08

Условия поступательного виброперемещения малых объектов под воздействием импульсов различной формы

© А.В. Зырянова, В.Г. Можаев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
119991 Москва, Россия
e-mail: annazyr@mail.ru, vgmozhaev@mail.ru

(Поступило в Редакцию 16 сентября 2008 г. В окончательной редакции 19 марта 2009 г.)

Теоретически показано, что поступательное волновое перемещение малого (по сравнению с длиной волны) объекта возможно даже в том случае, когда действующая на него средняя по времени сила равна нулю. Движение объекта в этом случае происходит колебательным образом как в прямом, так и в обратном направлении. Обнаружено, что для преимущественного движения в заданном направлении необходим оптимальный выбор фазы несущей волны относительно начала огибающей волновых импульсов. Существенной особенностью данного механизма волнового транспорта является возможность инвертирования для него направления перемещения объекта при сохранении прежнего направления распространения волны только за счет изменения значения указанного сдвига фазы. Исследован транспорт объекта под действием импульсов с различной формой огибающей. Установлено, что нежелательное обратное движение объекта по отношению к основному направлению уменьшается при использовании экспоненциальной огибающей, а в случае ее оптимизации оно полностью устраняется.

PACS: 43.35.Pt, 43.20.Tb, 42.50.Wk, 45.50.-j, 47.63.mh, 85.85.+j, 87.80.Cc

Введение

Волны являются исключительно эффективным средством передачи информации на дальние расстояния. Слух и речь, зрение, телевидение, радиосвязь и радиолокация относятся к наиболее известным примерам такого применения волновых процессов. С другой стороны, волны способны перемещать в пространстве и материальные объекты. Волновой перенос материи наблюдается в разнообразных природных явлениях, и он может служить основой различных перспективных практических приложений [1]. Дополнительный интерес к исследованию акустического переноса материальных объектов стимулируется в последнее время применением этого явления в миниатюрных устройствах, получивших название „акустические биочипы“ [2]. Данные устройства относятся к классу программируемых устройств типа „лабораторий на чипе“ и предназначены для автоматизированного и оперативного выполнения химических и биологических анализов растворов с очень малым объемом (порядка микро- и нанолитров), а также для синтеза растворов с заданными свойствами. Акустические волны используются в „лабораториях на чипе“ для пространственного перемещения материальных объектов, контролируемого деления микрокапель и интенсификации в них химических реакций [3,4].

Разработка многофункциональных и высокоэффективных акустических биочипов, как ожидается, может вызвать революционные изменения и улучшения аппаратных средств современной медицины, фармакологии, молекулярной биологии, микро- и нанохимии. Хотя акустические волны уже используются в прототипах данных устройств [2], тем не менее остается много

неясного в физических механизмах переноса микрообъектов импульсами акустических волн. В настоящей работе исследуется один из таких механизмов волнового транспорта, который может использоваться как в акустических биочипах, так и в других приложениях.

К наиболее широко известным явлениям акустического переноса относятся акустические течения в жидкостях и газах и акустоэлектрический ток в пьезополупроводниках. Их анализ проводится, как правило, в режиме установившихся гармонических акустических волн. Согласно сложившимся представлениям [5], оба явления возникают благодаря нелинейности свойств среды, т.е. только в том случае, когда значение средней по времени силы, действующей со стороны волны на среду или на перемещаемые объекты, отлично от нуля. Аналогичная концепция о возможности перемещения объектов только за счет сил радиационного давления, пропорциональных квадрату амплитуды упругих волн, упоминается в работе [6]. Следует отметить, что и в оптике традиционно считается, что поступательное движение микрочастиц под действием светового излучения может происходить лишь, когда усредненная по времени сила воздействия отлична от нуля. Так, например, в ([7], стр. 89) утверждается, что „...это движение действительно происходит за счет светового давления...“, а сила светового давления (стр. 64) определяется как „...сила Лоренца, усредненная по периоду световых колебаний“. Данное утверждение автоматически подразумевает отсутствие поступательного движения перемещаемых частиц, если действующая на них со стороны волны сила при усреднении по периоду колебаний обращается в нуль.

Изучению вибрационного транспорта объектов в различных условиях, в том числе в условиях действия сил

сухого трения, посвящена монография [8]. При обычном сухом трении переход от покоя к скольжению, что важно подчеркнуть, происходит пороговым образом по амплитуде вибрационного воздействия. Это означает, что данный механизм транспорта является сугубо нелинейным. По мнению авторов обсуждаемой монографии, вибрационный транспорт становится невозможным при замене сухого трения вязким [8, стр. 13]. Тем не менее, как будет показано в настоящей работе, вибрационный транспорт за счет сил вязкого трения все же возможен. Такая возможность обусловлена существованием дополнительного, описанного ниже импульсно-колебательного механизма транспорта [9–11], отличного от хорошо изученного ранее вибротранспорта под действием стационарных механических колебаний [8]. Для этого нового механизма поступательное волновое перемещение объектов малых размеров при оптимизации параметров импульсов происходит в условиях, когда значение средней по времени силы, действующей на объект, равно нулю, т. е. происходит без использования нелинейных свойств среды. Итак, цель настоящей работы состоит в развитии простой и общей модели вибрационного транспорта малых объектов за счет линейных сил при воздействии волновых импульсов различной формы. Хотя источником вибротранспорта малых объектов в данной работе предполагались акустические волны, ее общие выводы и результаты применимы и к волнам другой природы, и к объектам произвольного масштаба при условии, что их размер много меньше длины волны.

1. Модель транспорта

Геометрия рассматриваемой задачи показана на рис. 1. На горизонтальной поверхности пьезоэлектрической подложки, заполняющей полупространство $z \leq 0$, располагается микрообъект (твердая частица или капля), который может свободно скользить по поверхности, подчиняясь закону вязкого трения. Будем считать, что его размеры много меньше длины акустической волны. Это позволяет считать микрообъект материальной точкой с некой заданной массой m , далее для краткости будем называть его частицей. Предполагается, что в подложке в положительном направлении оси x распространяется акустическая волна. Это может быть либо поверхностная волна, либо акустическая мода пластины, либо

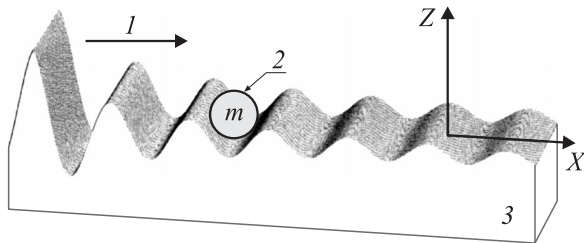


Рис. 1. Геометрия задачи: 1 — бегущая акустическая волна, 2 — микрообъект, 3 — пьезоэлектрик.

объемная волна, падающая под углом на поверхность. Далее в основном будут рассматриваться акустические радиоимпульсы с гармоническим заполнением. В общем случае перемещаемая частица может участвовать в движениях как в горизонтальной плоскости поверхности, так и в вертикальном направлении. Для упрощения задачи последняя возможность исключается. Таким образом, эффекты, связанные с возможным отрывом частицы от поверхности, здесь не учитываются. В случае плоских волн, исследуемом ниже, перемещение частицы будет происходить только вдоль одной оси. Пусть для определенности она совпадает с направлением распространения волны. Тогда уравнение движения частицы, перемещаемой вдоль оси x , для такой одномерной модели можно записать в виде

$$\ddot{x} + \gamma \dot{x} = (F_0/m) \sin(\omega t + \varphi), \quad (1)$$

где γ — параметр, характеризующий силу сопротивления среды (силу вязкого трения); произведение $m\gamma$ равно коэффициенту вязкого трения; $F_0 = F_0(t)$ — амплитуда силы, действующей на частицу со стороны волны; $\varphi = \varphi(x, t) = -kx + \varphi_0$, ω и k — циклическая частота и волновое число несущей волны, φ_0 — сдвиг фазы несущей относительно начала импульса. Значение координаты $x = x(t)$ в уравнении (1) определяет текущее положение частицы.

Для пьезоэлектрических подложек можно выделить несколько механизмов воздействия акустических волн на частицу. С одной стороны, есть чисто механическое воздействие, аналогичное тому, что приводит к формированию фигур Хладни. Оценки показывают, что ускорение частицы, лежащей на поверхности, при больших, но разумных (т. е. достижимых в эксперименте) амплитудах ультразвуковых колебаний может превышать ускорение свободного падения. В этом случае возможны отрыв частицы от поверхности и ее перемещение вдоль подложки в фазе полета [12]. В рассматриваемой модели этот механизм учитываться не будет, и это означает, что амплитуда волны не превышает порога отрыва. Другой возможный вид механического воздействия акустической волны связан с эллиптическим движением частиц поверхности подложки в поле акустических волн [13]. Этот механизм становится существенным только для частиц больших размеров, превышающих длину волны. Поэтому здесь он также не учитывается. Третий вид механического воздействия связан с тангенциальными акустическими колебаниями поверхности, которые за счет сил вязкого трения могут передаваться перемещаемому объекту. В этом случае $F_0 = m\gamma V_0$, где V_0 — амплитуда скорости тангенциальных колебаний поверхности.

Существует еще один механизм воздействия волн в пьезоэлектрических подложках на перемещаемую заряженную частицу — воздействие посредством электрического поля, сопровождающего акустические волны в пьезоэлектрике. При таком электрическом взаимодействии $F_0 = qE_0$, где q — заряд частицы, E_0 — амплитуда

напряженности сопровождающего электрического поля. Оба механизма дают свой аддитивный вклад в амплитуду суммарной силы F_0 .

2. Транспорт с пренебрежимо малым сопротивлением среды

Рассмотрим первоначально наиболее простой случай, когда сила сопротивления среды не учитывается, т.е. $\gamma = 0$. Такое упрощение позволяет глубже понять характерные свойства изучаемого процесса. В этом случае уравнение (1) для прямоугольных импульсов с гармонической заполняющей с использованием интегрирующего множителя $(\omega - k\dot{x})$ интегрируется точно. Полученный первый интеграл имеет вид

$$\omega\dot{x} - k\dot{x}^2/2 = -(F_0/m) \cos(\omega t + \varphi) + C, \quad (2)$$

где C — не зависящая от времени константа интегрирования. Далее будем использовать начальные условия $x(t=0) = \dot{x}(t=0) = 0$, которые означают, что на частицу, покоящуюся в точке с координатой $x = 0$, в момент времени $t = 0$ набегает волновой импульс, приводящий ее в движение. Из начальных условий находим $C = (F_0/m) \cos \varphi_0$.

Уравнение (2) можно также проинтегрировать, что даст полное точное аналитическое решение рассматриваемой задачи. Для этого удобно представить (2) как уравнение относительно переменной $y = (\omega t - kx + \varphi_0)/2$, имеющей смысл половины фазы несущей,

$$\dot{y}^2 - \frac{\omega^2}{4} + \frac{kF_0}{2m} (\cos \varphi_0 - \cos 2y) = 0. \quad (3)$$

Квадратное уравнение (3) имеет два решения:

$$\dot{y}_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{4} - \frac{kF_0}{2m} (\cos \varphi_0 - \cos 2y)}.$$

Из них представляет интерес только то решение, для которого скорость движения объекта обращается в нуль при амплитуде волнового воздействия, стремящейся к нулю. Данному условию удовлетворяет решение со знаком плюс перед квадратным корнем, из которого находим обратную функциональную зависимость $t(y)$ в виде интеграла

$$t = \int \frac{dy}{\sqrt{\frac{\omega^2}{4} - \frac{kF_0}{2m} (\cos \varphi_0 - \cos 2y)}} + t_0. \quad (4)$$

Здесь t_0 — константа интегрирования. Приведенный интеграл вычисляется точно

$$t = \frac{F(y, p)}{\sqrt{a+b}} + t_0, \quad F(y, p) = \int_0^y \frac{d\psi}{\sqrt{1 - p^2 \sin^2 \psi}}, \quad (5)$$

где $p = \frac{2b}{a+b}$, $a = \frac{\omega^2}{4} - \frac{kF_0}{2m} \cos \varphi_0$, $b = \frac{kF_0}{2m}$, $F(y, p)$ — неполный эллиптический интеграл 1-го рода. Из начальных условий

$$t_0 = -F\left(\frac{\varphi_0}{2}, p\right) / \sqrt{a+b}.$$

При $\varphi_0 = 0$ $t_0 = 0$. Соотношения (3), (5) дают точное решение рассматриваемой задачи в параметрическом представлении $t = t(y)$, $x = x(y)$, $\dot{x} = \dot{x}(y)$.

Из квадратного уравнения (2) можно оценить среднюю за период скорость частицы $\langle \dot{x} \rangle$, рассматривая моменты времени, когда $\cos(\omega t + \varphi) = 0$, т.е. сила в правой части уравнения (1) достигает экстремума. В этом случае

$$\langle \dot{x} \rangle = v - \sqrt{v^2 - 2v\langle \dot{x}_0 \rangle}, \quad (6)$$

где $\langle \dot{x}_0 \rangle = C/\omega$ имеет смысл средней скорости движения частицы в случае, когда на нее воздействует не поле бегущей волны, а пространственно однородная и гармоническая во времени сила; v — фазовая скорость волны. Знак перед корнем в уравнении (6) выбран в соответствии с приведенным выше условием.

Для дальнейшего анализа целесообразно использовать приближение, основанное на том факте, что в реальной ситуации скорость перемещения частицы обычно значительно меньше фазовой скорости волны, т.е. $\langle \dot{x} \rangle/v \ll 1$. Тогда из уравнения (6) следует

$$\langle \dot{x} \rangle \cong \langle \dot{x}_0 \rangle \left(1 + \frac{\langle \dot{x}_0 \rangle}{2v}\right).$$

С другой стороны, с учетом указанного приближения квадратичным слагаемым по \dot{x} в уравнении (2) можно пренебречь, что дает $\langle \dot{x} \rangle \cong \langle \dot{x}_0 \rangle$. Этот же результат можно получить, если при интегрировании уравнения (1) зависимость фазы φ от координаты x не учитывается. Такое приближенное интегрирование уравнения (1) без учета зависимости фазы от координаты будет в дальнейшем использоваться для нахождения аналитического решения более сложных задач. Фактически это сводит задачу о волновом транспорте к задаче о перемещении частицы под действием пространственно однородных колебаний. В данном приближении из уравнения (2) следует, что средняя за период $T = 2\pi/\omega$ скорость частицы $\langle \dot{x} \rangle$ равна

$$\langle \dot{x} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \dot{x} dt = \frac{C}{\omega} = \frac{F_0 \cos \varphi_0}{\omega m}, \quad (7)$$

а положение перемещаемого объекта задается формулой

$$x = \frac{F_0}{m\omega^2} [-\sin(\omega t + \varphi) + \omega t \cos \varphi_0 + \sin \varphi_0]. \quad (8)$$

Приближенный интеграл (8) можно получить и из точного интеграла (5) в предельном случае $\dot{x}/v \ll 1$, что еще раз показывает обоснованность применения приближенного интегрирования уравнения движения.

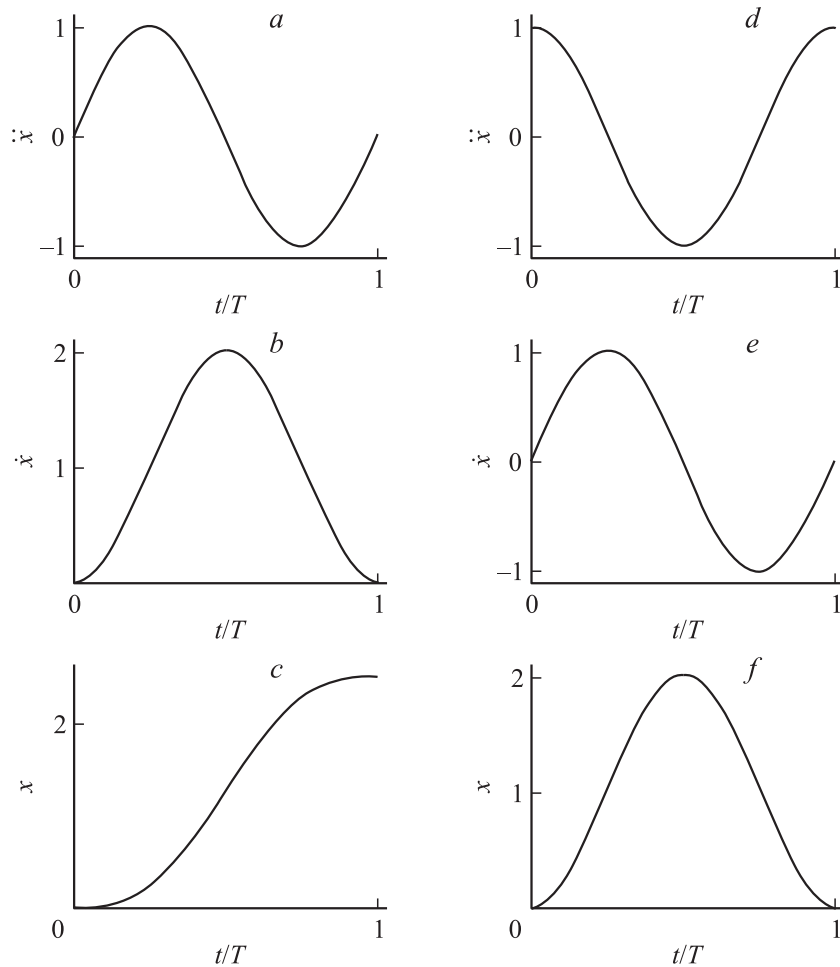


Рис. 2. Ускорение \ddot{x} , скорость \dot{x} и смещение x частицы в произвольных относительных единицах как функции времени t , отнесенного к периоду несущей T , при оптимальном (a, b, c) и неоптимальном (d, e, f) значении фазы φ_0 .

Рассмотрим влияние начального сдвига фазы φ_0 . При $\varphi_0 = 2\pi n$, n — нуль или целое число, как следует из уравнения (7), скорость частицы $\langle \dot{x} \rangle$ достигает своего максимума. С другой стороны, при $\varphi_0 = \pi/2 + \pi n$ средняя скорость обращается в нуль, а среднее положение частицы смещается относительно начального лишь на постоянное значение, равное амплитуде ее колебаний. Наиболее интересным свойством изучаемого механизма транспорта является необычная возможность изменения направления перемещения частицы только с помощью выбора соответствующего значения фазы φ_0 при сохранении начального направления распространения волны. В этом отношении данный линейный механизм принципиально отличается от традиционных нелинейных механизмов акустических течений и акустоэлектрического тока, для которых направление переноса однозначно определяется направлением распространения волны. Максимальная скорость перемещения в противоположном направлении в рассматриваемой задаче достигается при $\varphi_0 = \pi + 2\pi n$. Следует отметить, что акустическое перемещение мелких частиц по поверхности пьезоэлектрической подложки в обоих направлениях

(прямом и обратном) при фиксированном направлении распространения акустических волн уже наблюдалось экспериментально в работах [13,14], и для объяснения этих экспериментов может привлекаться теория, развиваемая в настоящей статье.

Принцип изучаемого поступательного перемещения частицы за счет сил, линейных по амплитуде воздействующих волновых импульсов, иллюстрируется на рис. 2. При оптимальном значении фазы $\varphi_0 = \pi n$ средняя поступательная скорость максимальна. Начало импульса в этом случае совпадает с началом периода гармонического синусоидального воздействия.

В первую половину периода (рис. 2, a) частица ускоряется от нулевой скорости до максимальной. Во второй половине периода происходит изменение направления действующей силы на обратное. Но частица уже набрала скорость в течение первого полупериода. Поэтому изменение направления силы не приводит к изменению направления движения частицы во втором полупериоде, а лишь приводит к ее торможению (рис. 2, b). В силу симметрии задачи в момент окончания периода воздействия частица достигает своей

начальной нулевой скорости. В итоге на протяжении всего периода воздействия частица движется строго в одном направлении (рис. 2, *c*). На следующих периодах синусоидального воздействия эта картина повторяется, что позволяет накапливать эффект перемещения при использовании длинных импульсов. При неоптимальном фазировании ($\varphi_0 = \pi/2 + \pi n$) частица ускоряется только на четверти периода внешнего косинусоидального воздействия (рис. 2, *d*). В оставшуюся часть периода скорость частицы сначала уменьшается до нуля, затем она становится отрицательной, а в заключительную четверть периода снова доходит до нуля (рис. 2, *e*). В результате частица в среднем не перемещается, а лишь совершает колебательные движения. Колебания происходят около положения, сдвинутого относительно начального, пропорционально их амплитуде (рис. 2, *f*).

При промежуточных значениях фазы φ_0 , как следует из уравнения (8), частица периодически меняет направление своего движения с преобладающим смещением в одном из направлений. Таким образом, частица участвует в поступательном (в среднем) перемещении, но с меньшей скоростью, чем в случае оптимального фазирования, когда смещение в обратном направлении полностью отсутствует. Проведенный анализ показывает, что фаза несущей волны на переднем фронте прямоугольных импульсов весьма существенно влияет как на скорость, так и на направление перемещения объектов. Положение заднего фронта прямоугольного импульса относительно несущей также оказывает некое влияние на движение частицы, но только после окончания импульса. А именно — если его окончание совпало по времени с моментом обращения скорости частицы в нуль, то частица останется там, где она оказалась в тот момент. В противном случае после окончания импульса частица будет обладать отличной от нуля скоростью, что приведет к ее равномерному движению (без учета сопротивления среды) в направлении, определяемом знаком скорости.

Следует подчеркнуть, что рассматриваемый транспорт микрообъектов возможен только из-за того, что константа интегрирования C , входящая в первый интеграл и определяемая начальными условиями, в общем случае не равна нулю. Поэтому дальнейшее интегрирование в условиях, когда $C \neq 0$, приводит к появлению в выражении для смещения объекта слагаемого, линейно нарастающего со временем и соответствующего поступательному движению объекта. Корректность формулы (8) подтверждается при рассмотрении частного случая $\varphi_0 = 0$, когда она приобретает вид

$$x = \frac{F_0}{m\omega^2} [-\sin(\omega t + \varphi) + \omega t]. \quad (9)$$

Точно такое же уравнение следует из известного решения задачи о колебаниях груза на пружине, к которому в момент времени $t = 0$ приложена гармоническая сила, если в этом решении устремить жесткость пружины к нулю [15].

3. Транспорт импульсами различной формы с учетом сопротивления среды

Перейдем к изучению случая, когда $\gamma \neq 0$, а волновые импульсы имеют форму, более общую, чем прямоугольная. Однократное интегрирование уравнения (1) с использованием приближения, описанного выше, приводит к выражению

$$\dot{x} + \gamma x = \int [F_0(t)/m] \sin(\omega t + \varphi) dt + C_1, \quad (10)$$

где C_1 — константа интегрирования в рассматриваемом случае. Решение однородного уравнения (10) с правой частью, равной нулю, имеет вид $x(t) = X \exp(-\gamma t)$, где X — амплитудная постоянная. Решение неоднородного уравнения (10) можно найти методом вариации постоянной, полагая $X = X(t)$, что дает

$$x(t) = \exp(-\gamma t) \int \exp(\gamma t') \int [F_0(t)/m] \sin(\omega t + \varphi) dt dt' + \frac{C_1}{\gamma} + C_2 \exp(-\gamma t), \quad (11)$$

где

$$C_1 = - \int [F_0(t)/m] \sin(\omega t + \varphi) dt \Big|_{t=0},$$

$$C_2 = - \frac{C_1}{\gamma} - \int \exp(\gamma t') \int [F_0(t)/m] \sin(\omega t + \varphi) dt dt' \Big|_{t=0},$$

C_2 — константа интегрирования уравнения (10).

Далее рассмотрим ряд простых форм импульсов, отличных от нуля на конечном интервале времени $0 < t < t_p$ и задаваемых в виде

$$F_0(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \quad t > t_p, \\ a \exp(-\alpha t) + b \exp(-\beta t) + c, & 0 < t < t_p, \end{cases} \quad (12)$$

где a, b, c, α, β — константы, определяющие форму огибающей импульса, t_p — длительность импульса. Представление (12) включает в себя как частный случай следующие формы огибающих, показанные на рис. 3:

- прямоугольный импульс ($a = b = 0$ или $\alpha = \beta = 0$),
- прямоугольный импульс с экспоненциальным спадом ($a = b \neq 0, c = 0, \alpha = \beta > 0$),
- импульс в форме разности двух экспонент ($ab < 0, c = 0, \alpha > 0, \beta > 0$),
- импульс в форме произведения линейной функции времени на экспоненциально убывающую ($a + b = 0, c = 0, \alpha \approx \beta$, огибающая разлагается в ряд с точностью до линейного по $\alpha - \beta$ слагаемого),
- импульс с гармонической огибающей ($a = b = -c/2, \operatorname{Re} \alpha = \operatorname{Re} \beta = 0, \operatorname{Im} \alpha = -\operatorname{Im} \beta \neq 0$).

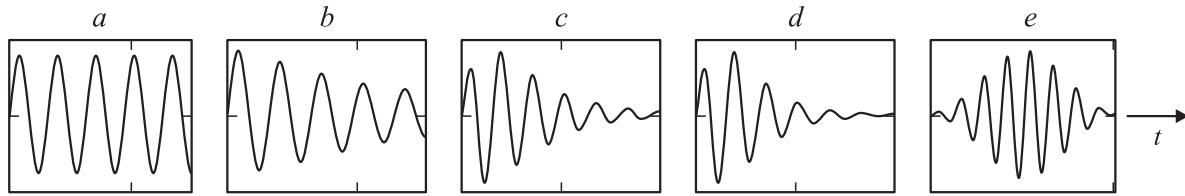


Рис. 3. Формы рассматриваемых импульсов.

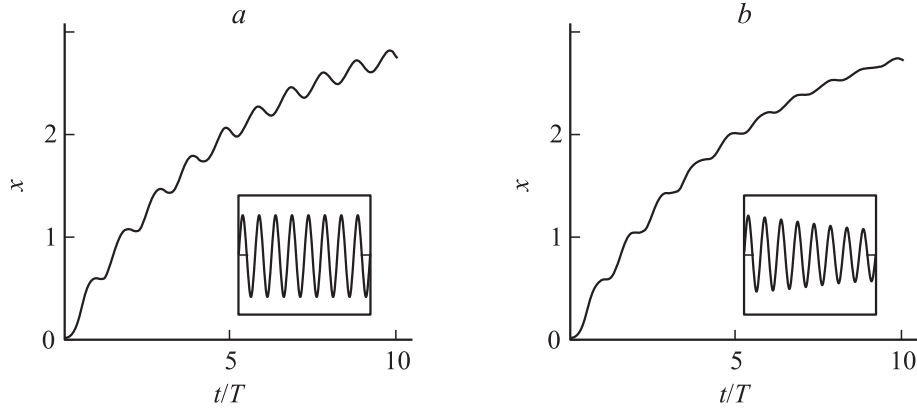


Рис. 4. Зависимость положения частицы x (в произвольных относительных единицах) от относительного времени t/T при учете сил сопротивления среды и оптимальной фазе несущей $\varphi_0 = 0$: a — прямоугольная огибающая, b — прямоугольная огибающая с экспоненциальным спадом.

Интегралы в уравнении (11) находятся точно в случае, когда для $F_0(t)$ используется представление (12). Результат интегрирования можно представить так:

$$x = \frac{1}{m} [A(t) \exp(-\alpha t) + B(t) \exp(-\beta t) + C(t)] + \frac{C_1}{\gamma} + C_2 \exp(-\gamma t), \quad (13)$$

где $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$ — множители с быстро меняющейся фазой, определяемые выражениями

$$A(t) = \frac{a[(\alpha^2 - \alpha\gamma - \omega^2) \sin(\omega t + \varphi) + \omega(2\alpha - \gamma) \cos(\omega t + \varphi)]}{[(\alpha - \gamma)^2 + \omega^2](\alpha^2 + \omega^2)},$$

$$B(t) = \frac{b[(\beta^2 - \beta\gamma - \omega^2) \sin(\omega t + \varphi) + \omega(2\beta - \gamma) \cos(\omega t + \varphi)]}{[(\beta - \gamma)^2 + \omega^2](\beta^2 + \omega^2)},$$

$$C(t) = \frac{c[-\omega \sin(\omega t + \varphi) - \gamma \cos(\omega t + \varphi)]}{(\gamma^2 + \varphi^2)\omega}.$$

Константы C_1 , C_2 находятся из начальных условий и в данном случае имеют вид

$$C_1 = \frac{1}{m} \left\{ \frac{a[\alpha \sin(\varphi_0) + \omega \cos(\varphi_0)]}{(\alpha + \omega)^2} + \frac{b[\beta \sin(\varphi_0) + \omega \cos(\varphi_0)]}{(\beta + \omega)^2} + \frac{c \cos(\varphi_0)}{\omega} \right\},$$

$$C_2 = -\frac{1}{m} \{A(0) + B(0) + C(0)\} - \frac{C_1}{\gamma}.$$

Формула (13) позволяет проанализировать изменения в динамике перемещаемой частицы, вносимые силой сопротивления среды. Рассмотрим простейший случай радиоимпульса с прямоугольной огибающей и оптимальной фазой несущей. Сила сопротивления среды в целом, очевидно, замедляет движение; поэтому частица остановится раньше, чем закончится первый период несущей. В оставшуюся малую часть этого периода частица будет двигаться в обратном направлении. В результате действие силы в начальной части второго периода сведется не к перемещению в основном направлении (как было раньше в случае пренебрежения силой сопротивления среды), а к компенсации обратного перемещения, возникшего в заключительной части первого периода. Из-за этого частица остановится еще раньше, чем в первом периоде и соответственно приобретет большую обратную скорость в конце второго периода. Таким образом, с каждым новым периодом скорость и перемещение частицы в обратном направлении будут накапливаться. Оптимальные фазовые соотношения между колебаниями частицы и воздействующей на нее силой будут при этом все в большей и большей мере нарушаться, переходя постепенно к наиболее неоптимальным. В этом случае энергообмен между частицей и волной постепенно сводится к нулевому среднему балансу, при котором поступательное движение частицы полностью отсутствует (рис. 4, a). В начальной стадии воздействия такой энергодобаланс был нарушен, что и объясняет ненулевое конечное перемещение частицы гармонической силой.

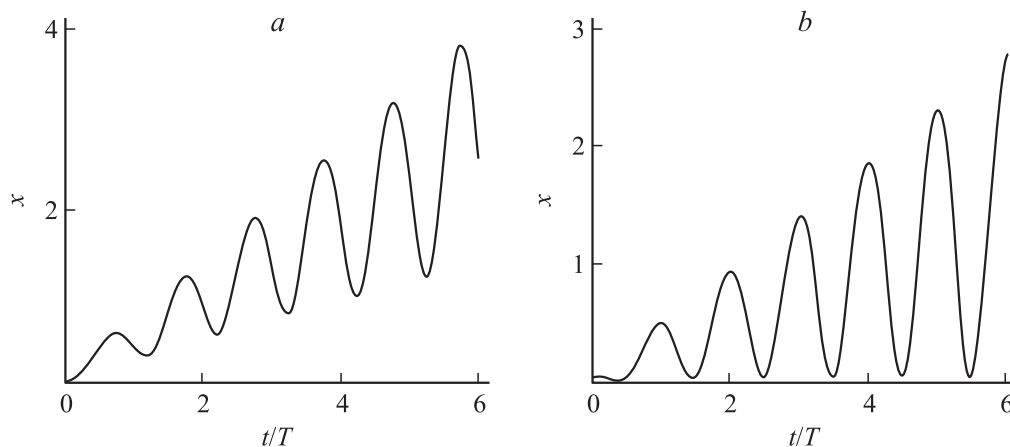


Рис. 5. Зависимость положения частицы от времени $x(t)$ при воздействии импульса с линейно нарастающей со временем амплитудой и различными значениями начальной фазы: $a - \varphi_0 = 0$, $b - \pi/2$.

Затраты энергии на поступательное перемещение частицы можно уменьшить путем минимизации ее смещения в обратном направлении. Одним из способов достижения этой цели является использование импульсов с экспоненциальным уменьшением амплитуды со временем. Аналитически можно показать, что обратное смещение частицы для радиоимпульсов со ступенчатой огибающей и экспоненциальным спадом будет полностью отсутствовать, если коэффициент спада выбрать равным коэффициенту сопротивления среды γ . Пример движения частицы при такой оптимизации показан на рис. 4, b .

До сих пор обсуждались импульсы со ступенчатой огибающей. Для более реалистичных моделей следует рассматривать плавное нарастание амплитуды сигналов начиная с нулевого значения. К таким импульсам из

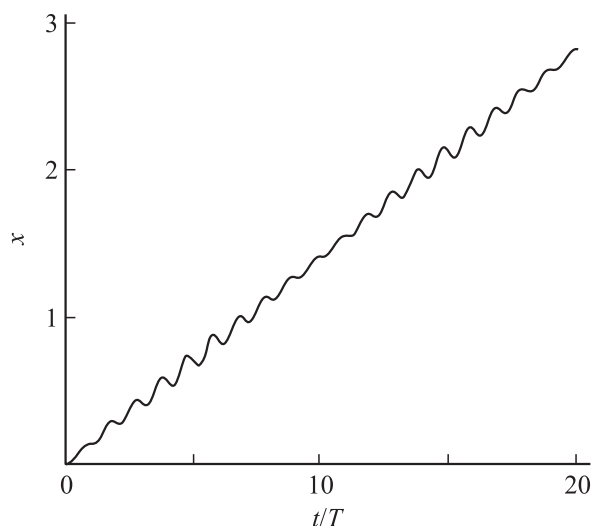


Рис. 6. Зависимость положения частицы от времени $x(t)$ с учетом сил сопротивления среды при воздействии импульса с гармонической огибающей и оптимальной фазой несущей $\varphi_0 = 0$.

упомянутых выше относятся сигналы с огибающей в виде разности двух экспонент с равными амплитудами, огибающей в виде произведения линейной и экспоненциальной функций, гармонической огибающей. Передний фронт этих импульсов характеризуется линейным или квадратичным нарастанием амплитуды со временем. Результаты расчета движения частицы под действием импульса с линейно нарастающей амплитудой при различных значениях начальной фазы несущей относительно начала огибающей приведены на рис. 5. Оказалось, что сделанный ранее вывод об оптимальном и неоптимальном значениях фазы остается верным и в этом случае, хотя и с некой особенностью. При оптимальной начальной фазе $\varphi_0 = \pi n$ средняя скорость перемещения максимальна (рис. 5, a). Для неоптимального случая $\varphi_0 = \pi/2 + \pi n$ частица периодически возвращается в свое начальное положение, а особенностью является то, что ее усредненное перемещение отлично от нуля только в силу нарастания амплитуды воздействия со временем (рис. 5, b). График зависимости положения частицы от времени, находящейся под действием импульса с гармонической огибающей, при оптимальном значении фазы несущей относительно начала огибающей ($\varphi_0 = 0$) и с учетом сопротивления среды приведен на рис. 6. Интересно, что средняя скорость перемещения объекта в двух последних случаях, согласно проведенным численным расчетам, практически не зависит от времени, рис. 5, 6, хотя на объект воздействуют амплитудно-модулированные импульсы.

4. Воздействие импульса в форме „мексиканской шляпы“

Дальнейшее усложнение модели волнового транспорта может быть связано с изучением воздействия импульсов, для которых отсутствуют скачки не только формы огибающих, но и их производных. К известным импульсам такого типа относится импульс, называемый

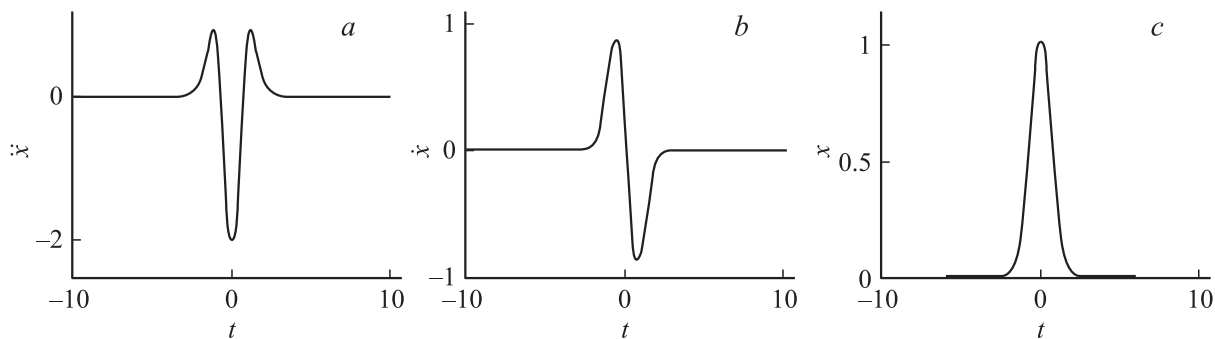


Рис. 7. Временные зависимости ускорения частицы \ddot{x} (a), ее скорости \dot{x} (b) и смещения x (c) в произвольных относительных единицах при воздействии импульса в форме перевернутой „мексиканской шляпы“.

в литературе „мексиканская шляпа“ (рис. 7, a). Данный импульс представляет собой вторую производную от функции Гаусса $\exp(-t^2/\xi^2)$, ξ — параметр, определяющий длительность импульса. Благодаря этому свойству уравнение (1) с силой в правой части в виде импульса „мексиканская шляпа“ элементарно интегрируется. В итоге положение частицы определяется просто функцией Гаусса, скорость — первой производной от этой функции, а ускорение — второй. Константы интегрирования полагаются равными нулю из соображений, что задолго до прихода импульса, т. е. при $t \rightarrow -\infty$, частица покоилась, что соответствует условиям $x, \dot{x} \rightarrow 0$.

Графики $\ddot{x}(t)$, $\dot{x}(t)$, $x(t)$ при воздействии рассматриваемого импульса приведены на рис. 7. Из рисунка видно, что частица после прохождения импульса возвращается в прежнее положение, т. е. интегрально транспорт отсутствует. Таким же свойством обладает и рассмотренный выше импульс в форме одного периода косинусоидальной функции. Оба этих абсолютно неоптимальных для транспорта импульса имеют одно общее свойство — их полную симметрию. С другой стороны, наиболее оптимальный для транспорта импульс в форме нескольких периодов синусоиды обладает свойством временной антисимметрии. Отсюда логично сделать вывод, что именно антисимметрия является ключевым фактором для достижения эффективного перемещения объектов. В этом отношении рассматриваемый механизм транспорта имеет явное сходство с известным механизмом направленного движения частиц в так называемых молекулярных моторах [16]. В последнем случае транспорт реализуется также за счет асимметрии, но только не временной для импульсов, как в исследуемой выше задаче, а пространственной для свойств среды.

5. Связь с задачей о транспорте в поле электростатических волн

Согласно проведенному нами литературному поиску, механизм транспорта, изученный в настоящей статье, в своей общей и наиболее простой форме в научных публикациях до сих пор не обсуждался и не описывался.

Из наиболее близких к рассматриваемой тематике работ следует упомянуть исследования транспорта заряженных или диэлектрических частиц в поле так называемых бегущих электростатических волн [17,18]. Такими „волнами“ принято называть квазиволновое распределение электрического поля, создаваемое вблизи системы периодических электродов при подаче на них переменного напряжения с индивидуальным фазовым сдвигом для каждого электрода. Решение такой задачи сильно усложняется необходимостью учета негармонического пространственного распределения электрических полей вблизи краев периодических электродов, что затрудняет нахождение аналитического решения.

В поле электростатических волн также возможен обратный транспорт. Наиболее детально этот вопрос изучался с помощью численного моделирования в работе [17]. В данной довольно объемной статье в подписи к рис. 6 и в комментарии в тексте можно найти беглое упоминание о возможности достижения обратного транспорта путем инверсии фазы. Однако этот вывод в [17] следует непосредственно за противоположным утверждением о том, что обратный транспорт при численном моделировании может быть просто артефактом, связанным с накоплением численных ошибок, и кроме того, в заключительной фразе в [17] отмечается, что обратный транспорт изолированной частицы, наблюдавшийся ранее экспериментально, остается необъясненным. Указанные обстоятельства приводили к тому, что полного понимания истинных причин обратного транспорта в поле электростатических волн обсуждаемая статья не давала. Выводы настоящей работы в отличие от [17] основаны не на численном моделировании, а на аналитическом решении задачи, что позволяет получить значительно более убедительные, ясные и достоверные результаты и предсказания, свободные от численных ошибок. Как показывают результаты настоящей работы, движение частиц в вертикальном направлении в поле электростатических волн влияния на обратный транспорт не оказывает, а является лишь усложняющим понимание фактором. Полученное аналитическое решение однозначно определяет условия обратного транспорта, необходимые для его наблюдения в эксперименте.

Заключение

В настоящей работе получено аналитическое решение одномерной задачи о перемещении малого по сравнению с длиной волны объекта при воздействии на него волнового импульса за счет линейных по амплитуде волны сил, т.е. в условиях, когда значение средней по времени силы, действующей на объект, равно нулю. Поступательное движение микрообъекта для данного механизма транспорта является двунаправленным, и в отличие от известных механизмов направление перемещения инвертируется только с помощью изменения фазы несущей волны относительно начала огибающей при сохранении исходного направления распространения волны. Получено полное точное решение задачи в случае, когда торможение объекта силами сопротивления среды пренебрежимо мало. С учетом сил сопротивления среды получено приближенное решение задачи. Представленные результаты применимы и для сдвиговых волн горизонтальной поляризации. В этом случае перемещение объекта будет происходить в направлении, перпендикулярном волновому вектору, а описанная процедура интегрирования будет давать не приближенные, а точные выражения. Не исключено, что описанный механизм транспорта уже используется в живой природе. Так, например, неподвижные обитатели водной среды, способные издавать акустические сигналы требуемой формы, могли бы в принципе с их помощью перемещать к себе мелкие съедобные объекты. На основе представленных результатов можно мечтать и о будущих космических аппаратах без топлива, перемещаемых в пространстве только за счет энергии посылаемых к ним пучков гравитационных или электромагнитных волн.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, грант № 07-02-01201.

Авторы признательны А.Л. Шувалову, обратившему их внимание на корреляцию полученных результатов с решением, представленным в пособии [15].

Список литературы

- [1] *Добролюбов А.И.* Волновой перенос вещества. Минск: Беларуская навука, 1996. 304 с.
- [2] *Strobl C.J., Rathgeber A., Wixforth A., Gauer C., Scriba J.* // 2002 IEEE Ultrasonics Symposium, Munich. Proc. IEEE. 2002. Vol. 1. P. 255.
- [3] *Wixforth A., Gauer C., Scriba J., Wassarmeier M., Kirchner R.* // Proc. SPIE. Int. Soc. Opt. Eng. 2003. Vol. 4982. P. 235.
- [4] *Liu R.H., Lenik R., Grodzinski P.* // J. Microlith. Microfab. Microsyst. 2003. Vol. 2. N 3. P. 178.
- [5] Ультразвук. Маленькая энциклопедия / Под ред. И.П. Голяминой. М.: Сов. энциклопедия, 1979. 400 с.
- [6] *Весницкий А.И., Лусенкова Е.Е.* // Акуст. журн. 2002. Т. 48. Вып. 1. С. 39–43.
- [7] *Ахманов С.С., Никитин С.Ю.* Физическая оптика. М.: Наука, 2004. 654 с.
- [8] *Блехман И.И., Джанелидзе Г.Ю.* Вибрационное перемещение. М.: Наука, 1964. 412 с.
- [9] *Зырянова А.В., Можжаев В.Г.* // Междунар. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам „Ломоносов-2004“. Секц. физ. Сб. тез. Физ. ф-т МГУ, 2004. С. 35–37.
- [10] *Зырянова А.В., Можжаев В.Г.* // Тр. IX Всерос. школы-семинара „Волновые явления в неоднородных средах“. Звенигород, 2004. С. 31–32.
- [11] *Mozhaev V.G., Zyrianova A.* // Proc. 2004. IEEE Int. UFFC Joint 50th Anniversary Conf. Montreal. 2004. Vol. 2. P. 1169.
- [12] *Балашова Е.В., Леманов В.В., Шерман А.Б., Трусов Л.И.* // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5. Вып. 11. С. 644–648.
- [13] *Надточий А.Б., Горб А.М., Коротченков О.А.* // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 4. С. 70–76.
- [14] *Горб А.Н., Коротченков О.А.* // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. Вып. 17. С. 67–73.
- [15] *Гутер Р.С., Янпольский А.Р.* Дифференциальные уравнения. М.: Высш. шк., 1976. С. 198.
- [16] *Reimann P.* // Phys. Rep. 2002. Vol. 361. N 2–4. P. 57.
- [17] *Schmidlin F.W.* // J. Electrostat. 1995. Vol. 34. N 2–3. P. 225.
- [18] *Kawamoto H., Hayashi S.* // J. Phys. D: Appl. Phys. 2006. Vol. 39. N 2. P. 418.