

01;09

Переходное излучение электрона на цилиндрически анизотропно проводящей плоскости

© И.И. Каликинский

(Поступило в Редакцию 7 апреля 2008 г. В окончательной редакции 13 февраля 2009 г.)

Решена задача о переходном излучении электрона на радиально и азимутально проводящей плоскости. Найдены энергия, спектр и поляризация излучения.

PACS: 41.60.-m

Введение

Впервые переходное излучение на анизотропно проводящей плоскости (прямолинейная анизотропия проводимости) было исследовано в работе [1]. В работе [2] предложены новые приборы (кольцевая и радиальная решетки) с цилиндрической (полярной) анизотропией проводимости.

В [3] детально исследовано переходное излучение на цилиндрически анизотропно проводящей плоскости. Отметим, что приближение цилиндрической (как и прямолинейной) анизотропии справедливо при выполнении неравенства

$$\lambda \gg a, \quad (0.1)$$

где λ — длина излучаемой волны, a — расстояние между проводящими кольцами (или прутиками в случае прямолинейной анизотропии проводимости), а также толщина прутьев и колец.

Тот факт, что цилиндрически анизотропно проводящая плоскость в рассматриваемой краевой задаче бесконечна, не является принципиальным. Можно взять решетку конечного радиуса R_0 , если

$$R_0 \gg \lambda. \quad (0.2)$$

Например, в СВЧ-диапазоне ($\lambda \approx 1$ см) можно взять $R_0 = 10$ см, $a = 1$ мм.

В случае радиальной решетки a — максимальное расстояние между прутьями решетки, радиус которой равен R_0 . Известно [1], что в случае прямолинейной анизотропии вдоль плоскости распространяются поверхностные волны. Будут ли распространяться вдоль цилиндрически анизотропно проводящей плоскости поверхностные волны? Для ответа на этот вопрос и проведено новое исследование переходного излучения на указанной плоскости. Кроме того, в работе [3] было отмечено, что кольцевая решетка может быть использована для поиска магнитных зарядов.

Однако в настоящее время автор считает, что монополей Дирака в природе не существует, потому что такая частица должна бы была разлететься за счет магнитостатического отталкивания. Возможно существование частицы, являющейся магнитным аналогом электрона, т. е. частицы с магнитным зарядом Дирака g и дипольным электрическим моментом, энергия притяжения которого

во столько же раз больше энергии магнитостатического отталкивания, во сколько раз энергия магнитного момента электрона больше энергии сил электростатического отталкивания частей электрона (автор полагает, что стабильность электрона объясняется наличием у него магнитного момента). В связи с этим рассматривается также задача о переходном излучении магнитного момента (это тоже электрон) на цилиндрически анизотропно проводящей плоскости.

1. Постановка задачи. Решение неоднородного векторного волнового уравнения в цилиндрических координатах

Цилиндрически анизотропно проводящая плоскость расположена при $z = 0$. Параллельно оси z в отрицательном ее направлении равномерно движется точечный заряд q , создавая ток с плотностью $\mathbf{j}(0, 0, -j)$,

$$j = qv\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z + vt), \quad (1.1)$$

где v — модуль скорости заряда, $v = \text{const}$, $M_0(x_0, y_0)$ — точка пересечения зарядом плоскости $z = 0$ (можно считать $y_0 = 0$).

Обозначим радиус-вектор точки M_0 через \mathbf{r}_0 , а радиус-вектор точки $M(x, y)$ через \mathbf{r} . Угол между этими векторами обозначим через φ и рассмотрим вектор

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0. \quad (1.2)$$

Имеем

$$r' = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \varphi}. \quad (1.3)$$

Далее

$$\delta(x - x_0)\delta(y - y_0) = \frac{\delta(r')}{2\pi r'}. \quad (1.4)$$

Разложим δ -функцию $\delta(r')$ в интеграл Фурье–Бесселя [4]

$$\frac{\delta(r')}{r'} = \int_0^\infty J_0(\lambda r')\lambda d\lambda. \quad (1.5)$$

Применив теорему сложения бesselевых функций [5], получим

$$\frac{\delta(r')}{r'} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_0^{\infty} J_m(\lambda r_0) J_m(\lambda r) \lambda d\lambda. \quad (1.6)$$

Разложив все величины в интеграл Фурье по частоте

$$\mathbf{E} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_\omega e^{-i\omega t} d\omega, \quad \mathbf{j} = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{j}_\omega e^{-i\omega t} d\omega \quad \text{и т.д.}, \quad (1.7)$$

получим

$$j_\omega = \frac{q}{4\pi^2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_0^{\infty} J_m(\lambda r_0) J_m(\lambda r) \lambda d\lambda \cdot e^{-i\frac{\omega}{v}z}. \quad (1.8)$$

Уравнения Максвелла для фурье-компонент имеют вид

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{E}_\omega &= 4\pi\rho_\omega, \\ \operatorname{div} \mathbf{H}_\omega &= 0, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E}_\omega &= i \frac{\omega}{c} \mathbf{H}_\omega, \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$\operatorname{rot} \mathbf{H}_\omega = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j}_\omega - i \frac{\omega}{c} \mathbf{E}_\omega, \quad (1.10)$$

где $\mathbf{j}_\omega = \rho_\omega \cdot \mathbf{v}$.

В качестве потенциалов выберем составляющие электрической напряженности в цилиндрических координатах $E_{\omega r}$, $E_{\omega\varphi}$, $E_{\omega z}$, для которых получим уравнения:

$$\Delta \mathbf{E}_\omega + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}_\omega = 4\pi \operatorname{grad} \rho_\omega - \frac{4\pi i \omega}{c^2} \mathbf{j}_\omega \quad (1.11)$$

или [6]

$$\begin{cases} \Delta E_{\omega r} - \frac{1}{r^2} E_{\omega r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_{\omega\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\omega^2}{c^2} E_{\omega r} = 4\pi \frac{\partial \rho_\omega}{\partial r}, \\ \Delta E_{\omega\varphi} - \frac{1}{r^2} E_{\omega\varphi} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_{\omega r}}{\partial \varphi} + \frac{\omega^2}{c^2} E_{\omega\varphi} = \frac{4\pi}{r} \frac{\partial \rho_\omega}{\partial \varphi}, \\ \Delta E_{\omega z} + \frac{\omega^2}{c^2} E_{\omega z} = 4\pi \frac{\partial \rho_\omega}{\partial z} + \frac{4\pi i \omega}{c^2} j_\omega. \end{cases} \quad (1.12)$$

Правые части системы уравнений (1.12) имеют вид:

$$4\pi \frac{\partial \rho_\omega}{\partial r} = \frac{q}{2\pi v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} J_m(\lambda r_0) [J_{m-1}(\lambda r) - J_{m+1}(\lambda r)] \lambda^2 d\lambda \cdot e^{-i\frac{\omega}{v}z}, \quad (1.13)$$

$$\frac{4\pi}{r} \frac{\partial \rho_\omega}{\partial \varphi} = \frac{iq}{2\pi v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} J_m(\lambda r_0) [J_{m-1}(\lambda r) + J_{m+1}(\lambda r)] \lambda^2 d\lambda \cdot e^{-i\frac{\omega}{v}z}, \quad (1.14)$$

$$4\pi \frac{\partial \rho_\omega}{\partial z} + \frac{4\pi i \omega}{c^2} j_\omega = -\frac{i\omega q}{\pi v^2} (1 - \beta^2) \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} J_m(\lambda r_0) J_m(\lambda r) \lambda d\lambda \cdot e^{-i\frac{\omega}{v}z}. \quad (1.15)$$

Решение системы уравнений (1.12) ищем в виде:

$$E_{\omega r}^{(0)} = \frac{q}{2\pi v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} [B_m(\lambda) J_{m+1}(\lambda r) - C_m(\lambda) J_{m-1}(\lambda r)] \lambda^2 d\lambda \cdot e^{-i\frac{\omega}{v}z}, \quad (1.16)$$

$$E_{\omega\varphi}^{(0)} = -\frac{iq}{2\pi v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} [B_m(\lambda) J_{m+1}(\lambda r) + C_m(\lambda) J_{m-1}(\lambda r)] \lambda^2 d\lambda \cdot e^{-i\frac{\omega}{v}z}, \quad (1.17)$$

$$E_{\omega z}^{(0)} = -\frac{i\omega q}{\pi v^2} (1 - \beta^2) \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} A_m(\lambda) J_m(\lambda r) \lambda d\lambda \cdot e^{-i\frac{\omega}{v}z}. \quad (1.18)$$

Подставив (1.16), (1.17), (1.18) в (1.13), (1.14), (1.15), получим

$$B_m(\lambda) = C_m(\lambda) = \frac{J_m(\lambda r_0)}{\lambda^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2)}, \quad (1.19)$$

$$A_m(\lambda) = -B_m(\lambda).$$

2. Решение однородного векторного волнового уравнения в цилиндрических координатах

Однородное векторное волновое уравнение имеет вид

$$\Delta \mathbf{E}_\omega + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E}_\omega = 0. \quad (2.1)$$

В цилиндрических координатах [6]

$$\Delta E_{\omega r} - \frac{1}{r^2} E_{\omega r} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_{\omega\varphi}}{\partial \varphi} + \frac{\omega^2}{c^2} E_{\omega r} = 0, \quad (2.2)$$

$$\Delta E_{\omega\varphi} - \frac{1}{r^2} E_{\omega\varphi} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial E_{\omega r}}{\partial \varphi} + \frac{\omega^2}{c^2} E_{\omega\varphi} = 0, \quad (2.3)$$

$$\Delta E_{\omega z} + \frac{\omega^2}{c^2} E_{\omega z} = 0. \quad (2.4)$$

Решениями уравнения (2.4) является функция

$$E_{\omega z} = \pm J_m(\lambda r) e^{i\kappa z + im\varphi}, \quad (2.5)$$

где

$$\kappa = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \lambda^2}, \quad m = 0, \pm 1, \dots, \quad J_m \kappa > 0.$$

Решениями системы уравнений (2.2), (2.3) являются функции

$$\begin{aligned} E_{\omega\varphi} &= \pm J_{m+1}(\lambda r) e^{i\kappa z + im\varphi}, \\ E_{\omega r} &= \pm i J_{m+1}(\lambda r) e^{i\kappa z + im\varphi} \end{aligned} \quad (2.6)$$

и

$$\begin{aligned} E_{\omega\varphi} &= \pm J_{m-1}(\lambda r) e^{i\kappa z + im\varphi}, \\ E_{\omega r} &= \mp i J_{m-1}(\lambda r) e^{i\kappa z + im\varphi}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

поэтому общее решение системы уравнений (2.2), (2.3), (2.4) имеет вид (при $z > 0$)

$$\tilde{E}_{\omega z}^{(1)} = \mp \frac{i\omega q}{\pi v^2} (1 - \beta^2) \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_0^{\infty} \tilde{A}_m(\lambda) J_m(\lambda r) e^{i\kappa z} \lambda d\lambda, \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\omega\varphi}^{(1)} &= \pm \frac{q}{2\pi v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \\ &\times \int_0^{\infty} [\tilde{D}_m(\lambda) J_{m+1}(\lambda r) + \tilde{E}_m(\lambda) J_{m-1}(\lambda r)] e^{i\kappa z} \lambda d\lambda, \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\omega r}^{(1)} &= \pm \frac{iq}{2\pi v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \\ &\times \int_0^{\infty} [\tilde{D}_m(\lambda) J_{m+1}(\lambda r) - \tilde{E}_m(\lambda) J_{m-1}(\lambda r)] e^{i\kappa z} \lambda d\lambda. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Для $z < 0 \sim$ заменяем на \approx и κ на $-\kappa$.

3. Решение задачи о переходном излучении заряда на радиально проводящей плоскости

Радиально анизотропно проводящая плоскость представляет плоскость, идеально проводящую вдоль радиусов и не проводящую в поперечных направлениях (по азимуту), поэтому граничные условия имеют вид:

$$[E_{\omega r}^{(0)} + \tilde{E}_{\omega r}^{(1)}]_{z=0} = 0, \quad (3.1)$$

$$[E_{\omega r}^{(0)} + \tilde{\tilde{E}}_{\omega r}^{(1)}]_{z=0} = 0, \quad (3.2)$$

$$\tilde{E}_{\omega\varphi}^{(1)}|_{z=0} = \tilde{\tilde{E}}_{\omega\varphi}^{(1)}|_{z=0}, \quad (3.3)$$

$$\tilde{H}_{\omega r}^{(1)}|_{z=0} = \tilde{\tilde{H}}_{\omega r}^{(1)}|_{z=0}. \quad (3.4)$$

(Решение задачи о переходном излучении заряда ищем в виде: $\mathbf{E}_\omega = \mathbf{E}_\omega^{(0)} + \mathbf{E}_\omega^{(1)}$.) Кроме того, должны выполняться условия

$$\text{div } \tilde{\mathbf{E}}_\omega^{(1)} = 0, \quad (3.5)$$

$$\text{div } \tilde{\tilde{\mathbf{E}}}_\omega^{(1)} = 0 \quad (3.6)$$

и условия излучения на бесконечности.

В формулах (2.8), (2.9), (2.10) берем верхние знаки. Из условия (3.3) следует, что

$$\tilde{D}_m(\lambda) = \tilde{\tilde{D}}_m(\lambda) [= D_m(\lambda)], \quad (3.7)$$

$$\tilde{E}_m(\lambda) = \tilde{\tilde{E}}_m(\lambda) [= E_m(\lambda)]. \quad (3.8)$$

Из условия (3.4) следует, что

$$D_m(\lambda) = E_m(\lambda) \quad (3.9)$$

и

$$\frac{\omega}{v} (1 - \beta^2) \lambda \cdot [\tilde{A}_m(\lambda) - \tilde{\tilde{A}}_m(\lambda)] = 2i\kappa D_m(\lambda). \quad (3.10)$$

Условие (3.5) дает

$$D_m(\lambda) \cdot \lambda = i\kappa \frac{\omega}{v} (1 - \beta^2) \tilde{A}_m(\lambda), \quad (3.11)$$

условие (3.6) дает:

$$D_m(\lambda) \cdot \lambda = -i\kappa \frac{\omega}{v} (1 - \beta^2) \tilde{\tilde{A}}_m(\lambda). \quad (3.12)$$

Вычтя из (3.11) условие (3.12), получим

$$\tilde{A}_m(\lambda) = -\tilde{\tilde{A}}_m(\lambda) [= \bar{A}_m(\lambda)], \quad (3.13)$$

$$\bar{A}_m(\lambda) = -i \frac{v\lambda}{\omega\kappa(1 - \beta^2)} D_m(\lambda). \quad (3.14)$$

И наконец, условие (3.11) дает

$$D_m(\lambda) = -i\lambda B_m(\lambda). \quad (3.15)$$

Таким образом, коэффициенты $D_m(\lambda)$ и $\bar{A}_m(\lambda)$ найдены:

$$\begin{aligned} D_m(\lambda) &= -i \frac{\lambda \cdot J_m(\lambda r_0)}{\lambda^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2)}, \\ \bar{A}_m(\lambda) &= - \frac{v\lambda^2 \cdot J_m(\lambda r_0)}{\omega\kappa \cdot (1 - \beta^2) [\lambda^2 + \frac{\omega^2}{v^2} (1 - \beta^2)]}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

В дальнейшем будем считать $z > 0$.

В выражениях для полей (2.8), (2.9), (2.10) перейдем к суммированию по положительным m

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\omega z}^{(1)} &= - \frac{i\omega q}{\pi v^2} (1 - \beta^2) \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos m\varphi \\ &\times \int_0^{\infty} \bar{A}_m(\lambda) J_m(\lambda r) e^{i\kappa z} \lambda d\lambda, \end{aligned} \quad (3.17)$$

где

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1, & \text{при } m = 0, \\ 2, & \text{при } m \neq 0. \end{cases}$$

Обозначим

$$I_m = \int_0^{\infty} \bar{A}_m(\lambda) J_m(\lambda r) e^{i\kappa z} \lambda d\lambda \quad (3.18)$$

и выразим $J_m(\lambda r)$ через функцию Ханкеля

$$I_m = \frac{1}{2} (I_{m1} + I_{m2}), \quad (3.19)$$

где

$$I_{m1} = \int_0^{\infty} \bar{A}_m(\lambda) H_m^{(1)}(\lambda r) e^{i\kappa z} \lambda d\lambda, \quad (3.20)$$

$$I_{m2} = \int_0^{\infty} \bar{A}_m(\lambda) H_m^{(2)}(\lambda r) e^{i\kappa z} \lambda d\lambda. \quad (3.21)$$

В интеграле I_{m2} заменим λ на $\lambda \cdot e^{-i\pi}$ и используем соотношения обхода функций Ханкеля [5]

$$H_m^{(2)}(\lambda r \cdot e^{-i\pi}) = -e^{im\pi} H_m^{(1)}(\lambda r). \quad (3.22)$$

Получим

$$I_{m2} = \int_{-\infty}^0 \bar{A}_m(\lambda) H_m^{(1)}(\lambda r) e^{i\kappa z} \lambda d\lambda. \quad (3.23)$$

Таким образом,

$$I_m = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \bar{A}_m(\lambda) H_m^{(1)}(\lambda r) e^{i\kappa z} \lambda d\lambda. \quad (3.24)$$

Пусть $r \rightarrow \infty$. Заменим $H_m^{(1)}(\lambda r)$ на его асимптотическое выражение [5]

$$H_m^{(1)}(\lambda r) = \sqrt{\frac{2}{\pi \lambda r}} e^{i(\lambda r - m\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})} \quad (3.25)$$

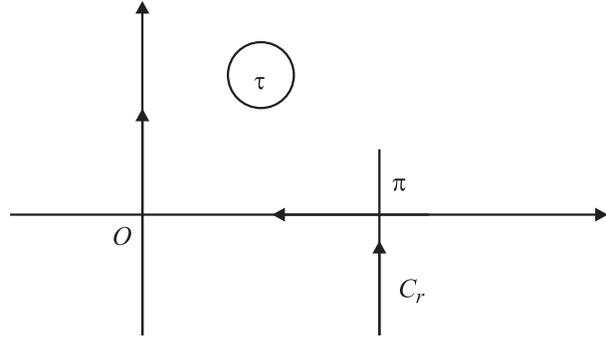
и сделаем замену

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{\omega}{c} \cos \tau, & \kappa &= \frac{\omega}{c} \sin \tau, \\ z &= R \cos \theta, & r &= R \sin \theta, \end{aligned} \quad (3.26)$$

тогда

$$\begin{aligned} I_m &= \frac{1}{2} \int_{C_\tau} \bar{A}_m \left(\frac{\omega}{c} \cos \tau \right) \sqrt{\frac{2}{\pi \frac{\omega}{c} \cos \tau \cdot R \sin \theta}} \\ &\times e^{i \frac{\omega}{c} R \sin(\tau+\theta) - im\frac{\pi}{2} - i\frac{\pi}{4}} \cdot \frac{\omega}{c} \cos \tau \left(-\frac{\omega}{c} \sin \tau \right) d\tau. \end{aligned} \quad (3.27)$$

В интеграле (3.24) путь интегрирования идет по нижнему берегу разреза от $-\infty$ до $\frac{\omega}{c}$ и далее от $\frac{\omega}{c}$ до ∞ .



Путь C_τ имеет вид, представленный на рисунке. Применяя далее метод перевала при

$$\frac{\omega}{c} R \gg 1, \quad (3.28)$$

получим (точка перевала $\tau_0 = \frac{\pi}{2} - \theta$, направление линии перевала $\alpha_0 = \frac{3}{4}\pi$)

$$I_m = -i \bar{A}_m \left(\frac{\omega}{c} \sin \theta \right) \frac{\omega}{c} \cos \theta \frac{e^{i \frac{\omega}{c} R - im\frac{\pi}{2}}}{R}. \quad (3.29)$$

Подставив (3.29) в (3.17), получим

$$\tilde{E}_{\omega z}^{(1)} = \frac{qv}{\pi c^2} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos m\varphi \frac{J_m \left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta \right)}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \sin^2 \theta \frac{e^{i \frac{\omega}{c} R - im\frac{\pi}{2}}}{R}. \quad (3.30)$$

Аналогичным образом находится $\tilde{E}_{\omega r}^{(1)}$ в волновой зоне:

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\omega r}^{(1)} &= -\frac{qv}{\pi c^2} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos m\varphi \frac{J_m \left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta \right)}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \\ &\times \sin \theta \cdot \cos \theta \frac{e^{i \frac{\omega}{c} R - im\frac{\pi}{2}}}{R}. \end{aligned} \quad (3.31)$$

Используя формулу

$$\tilde{E}_{\omega \theta}^{(1)} = \tilde{E}_{\omega r}^{(1)} \cos \theta - \tilde{E}_{\omega z}^{(1)} \sin \theta, \quad (3.32)$$

получим

$$\tilde{E}_{\omega \theta}^{(1)} = -\frac{qv}{\pi c^2} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos m\varphi \frac{J_m \left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta \right)}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \sin \theta \frac{e^{i \frac{\omega}{c} R - im\frac{\pi}{2}}}{R}. \quad (3.33)$$

Что касается $\tilde{E}_{\omega \varphi}^{(1)}$, то эта величина в волновой зоне убывает как $\frac{1}{R^2}$ и не дает вклада в энергию излучения. Таким образом, поле в волновой зоне линейно поляризовано, причем электрический вектор лежит в плоскости, проходящей через луч в точку наблюдения и ось z .

Энергия излучения в единицу телесного угла находится по формуле (для m -й гармоники)

$$\frac{dW_{\omega m}}{d\Omega} = c \operatorname{Re} \tilde{E}_{\omega m \theta}^{(1)} \tilde{H}_{m \omega \varphi}^{*(1)} R^2. \quad (3.34)$$

В волновой зоне

$$\tilde{H}_{m\omega\varphi}^{(1)} = \tilde{E}_{m\omega\theta}^{(1)},$$

и получим

$$\frac{dW_{\omega m}}{d\Omega} = \frac{q^2 v^2}{\pi^2 c^3} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m^2 \cos^2 m\varphi \frac{J_m^2\left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta\right)}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \sin^2 \theta, \quad (3.35)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Если заряд движется по центру ($r_0 \approx 0$), то получим

$$\frac{dW_{\omega 0}}{d\Omega} = \frac{q^2 v^2}{\pi^2 c^3} \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2}, \quad (3.36)$$

т.е. формулу Гинзбурга и Франка [7].

Это понятно, так как при движении по центру заряд возбуждает те же токи, что и на сплошной идеально проводящей плоскости.

4. Переходное излучение электрического заряда на азимутально проводящей плоскости

Граничные условия:

$$[E_{\omega\varphi}^{(0)} + \tilde{E}_{\omega\varphi}^{(1)}]_{z=0} = 0, \quad (4.1)$$

$$[E_{\omega\varphi}^{(0)} + \tilde{\tilde{E}}_{\omega\varphi}^{(1)}]_{z=0} = 0, \quad (4.2)$$

$$\tilde{E}_{\omega r}^{(1)}|_{z=0} = \tilde{\tilde{E}}_{\omega r}^{(1)}|_{z=0}, \quad (4.3)$$

$$\tilde{H}_{\omega\varphi}^{(1)}|_{z=0} = \tilde{\tilde{H}}_{\omega\varphi}^{(1)}|_{z=0}, \quad (4.4)$$

а также условия (3.5), (3.6) и условия излучения на бесконечности. Из условия (4.3) следует, что

$$\tilde{D}_m(\lambda) = \tilde{\tilde{D}}_m(\lambda) [= D_m(\lambda)];$$

$$\tilde{E}_m(\lambda) = \tilde{\tilde{E}}_m(\lambda) [= E_m(\lambda)]. \quad (4.5)$$

Из условия (4.4) получаем

$$D_m(\lambda) = E_m(\lambda) \quad (4.6)$$

и

$$2i\kappa D_m(\lambda) - \frac{\omega}{v} (1 - \beta^2) \tilde{A}_m(\lambda) + \frac{\omega}{v} (1 - \beta^2) \tilde{\tilde{A}}_m(\lambda) \lambda = 0. \quad (4.7)$$

Из условий (3.5), (3.6) следует

$$D_m(\lambda) \cdot \lambda = i\kappa \frac{\omega}{v} (1 - \beta^2) \tilde{A}_m(\lambda), \quad (4.8)$$

$$D_m(\lambda) \cdot \lambda = -i\kappa \frac{\omega}{v} (1 - \beta^2) \tilde{\tilde{A}}_m(\lambda). \quad (4.9)$$

Вычтя из (4.8) условие (4.9), получим

$$\tilde{A}_m(\lambda) = -\tilde{\tilde{A}}_m(\lambda) [= \bar{A}_m(\lambda)], \quad (4.10)$$

а сложив (4.8), (4.9):

$$\bar{A}_m(\lambda) = -i \frac{v\lambda}{\omega\kappa \cdot (1 - \beta^2)} D_m(\lambda). \quad (4.11)$$

И наконец, из условия (4.1) получаем

$$D_m(\lambda) = i\lambda B_m(\lambda), \quad m \neq 0.$$

При $m = 0$

$$[\tilde{D}_0(\lambda)J_1(\lambda r) - \tilde{\tilde{E}}_0(\lambda)J_1(\lambda r)] \frac{q\lambda}{2\pi v}$$

$$- \frac{iq}{2\pi v} [B_0(\lambda)J_1(\lambda r) - C_0(\lambda)J_1(\lambda r)] \cdot \lambda^2 = 0.$$

Так как $B_0(\lambda) = C_0(\lambda)$, то $\tilde{D}_0(\lambda) = \tilde{\tilde{E}}_0(\lambda)$.

Исходя из физического смысла задачи, положим поле излучения при движении заряда по центру решетки равным нулю. Это понятно, так как при движении заряда по центру решетки ($r_0 = 0$) электрические силовые линии заряда перпендикулярны окружностям плоскости $z = 0$ и не возбуждают в них тока.

При вычислении полей поступим следующим образом. При $m = 1, 2, \dots$ в выражениях (2.8), (2.9), (2.10) возьмем верхние знаки, а при $m = -1, -2, \dots$ — нижние, тогда

$$\tilde{E}_{\omega z}^{(1)} = \frac{2\omega q}{\pi v^2} (1 - \beta^2) \sum_{m=1}^{\infty} \sin m\varphi \int_0^{\infty} \bar{A}_m(\lambda) J_m(\lambda r) e^{i\kappa z} \lambda d\lambda, \quad (4.12)$$

$$\tilde{E}_{\omega r}^{(1)} = \frac{2q\omega}{\pi v^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sin m\varphi \int_0^{\infty} D_m(\lambda) J'_m(\lambda r) e^{i\kappa z} \lambda d\lambda. \quad (4.13)$$

Проводя вычисления полей в волновой зоне, получим

$$\tilde{E}_{\omega z}^{(1)} = \frac{2qv i}{\pi c^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sin m\varphi \frac{J_m\left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta\right)}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \sin^2 \theta \frac{e^{i\frac{\omega}{c} R - im\frac{\pi}{2}}}{R}, \quad (4.14)$$

$$\tilde{E}_{\omega r}^{(1)} = -\frac{2qv i}{\pi c^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sin m\varphi \frac{J_m\left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta\right)}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \sin \theta \cos \theta \frac{e^{i\frac{\omega}{c} R - im\frac{\pi}{2}}}{R}, \quad (4.15)$$

$$\tilde{E}_{\omega\theta}^{(1)} = -\frac{2qv i}{\pi c^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sin m\varphi \frac{J_m\left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta\right)}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \sin \theta \frac{e^{i\frac{\omega}{c} R - im\frac{\pi}{2}}}{R}. \quad (4.16)$$

Что касается $\tilde{E}_{\omega\varphi}^{(1)}$, то эта составляющая напряженности в волновой зоне убывает как $1/R^2$ и не дает вклада в энергию излучения. Таким образом, поляризация излучения в случае азимутально проводящей решетки такая же, как для радиально проводящей. Зависимость поля от θ такая же, а зависимость от φ — другая.

Энергия излучения в единицу телесного угла дается формулой (на m -й гармонике)

$$\frac{dW_{\omega m}}{d\Omega} = \frac{q^2 v^2}{\pi^2 c^3} \sin^2 m\varphi \frac{J_m^2\left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta\right)}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2} \sin^2 \theta, \quad (4.17)$$

$$m = 0, 1, 2, \dots$$

Заметим также, что поля в случаях радиальной и азимутальной проводимости сдвинуты по фазе на $\pi/2$.

5. Переходное излучение магнитного момента на радиально проводящей плоскости

Пусть точечный магнитный момент μ движется равномерно антипараллельно оси z со скоростью $v(0, 0, -v)$ ($v = \text{const}$), создавая вектор намагничивания $\mathbf{M}(0, 0, -M)$ [4], где

$$M = -\mu\delta(z + vt) \frac{\delta(r')}{2\pi r'}, \quad (5.1)$$

при этом

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{r}_0. \quad (5.2)$$

Здесь \mathbf{r}_0 — цилиндрический радиус-вектор точки $M_0(x_0, y_0)$ плоскости $z = 0$, занятой радиально проводящей плоскостью, \mathbf{r} — цилиндрический радиус-вектор точки $M(x, y)$, расположенной в плоскости $z = 0$. При этом

$$r' = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \varphi} \quad (5.3)$$

(считаем $y_0 = 0$, φ — азимутальный угол). Плотность тока, создаваемого магнитным моментом μ [6]:

$$\mathbf{j} = c \text{rot } \mathbf{M}. \quad (5.4)$$

Плотность тока \mathbf{j} имеет составляющие (в цилиндрической системе координат для фурье-компонент)

$$j_{\omega r} = -\frac{c}{r} \frac{\partial M_{\omega}}{\partial \varphi}; \quad j_{\omega \varphi} = c \frac{\partial M_{\omega}}{\partial r}; \quad j_{\omega z} = 0. \quad (5.5)$$

Имеем

$$j_{\omega r} = \frac{-c\mu}{4\pi^2 v r} e^{-i\frac{\omega}{v}z} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{\partial(r')}{r'} \right], \quad (5.6)$$

$$j_{\omega \varphi} = \frac{c\mu}{4\pi^2 v} e^{-i\frac{\omega}{v}z} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\partial(r')}{r'} \right]. \quad (5.7)$$

При этом [4]

$$\frac{\delta(r')}{r'} = \int_0^{\infty} \lambda J_0(\lambda r') d\lambda. \quad (5.8)$$

Используя теорему сложения бесселевых функций [5], найдем

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left[\frac{\delta(r')}{r'} \right] = i \sum_{m=-\infty}^{\infty} m e^{im\varphi} \int_0^{\infty} \lambda J_m(\lambda r_0) J_m(\lambda r) d\lambda, \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\delta(r')}{r'} \right] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} m e^{im\varphi} \int_0^{\infty} \lambda^2 J_m(\lambda r_0) J'_m(\lambda r) d\lambda. \quad (5.10)$$

Таким образом,

$$j_{\omega r} = -\frac{ic\mu}{8\pi^2 v} e^{-i\frac{\omega}{v}z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{2me^{im\varphi}}{r} \int_0^{\infty} \lambda J_m(\lambda r_0) J_m(\lambda r) d\lambda, \quad (5.11)$$

$$j_{\omega \varphi} = \frac{c\mu}{8\pi^2 v} e^{-i\frac{\omega}{v}z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_0^{\infty} \lambda^2 J_m(\lambda r_0) 2J'_m(\lambda r) d\lambda, \quad (5.12)$$

$$j_{\omega z} = 0, \quad j_{\omega z} = \rho_{\omega} v, \quad \text{поэтому}$$

$$\rho_{\omega} = 0. \quad (5.13)$$

Применяя рекуррентные формулы для бесселевых функций [15], получим

$$j_{\omega r} = -\frac{ic\mu}{8\pi^2 v} e^{-i\frac{\omega}{v}z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} \lambda^2 [J_{m-1}(\lambda r) + J_{m+1}(\lambda r)] J_m(\lambda r_0) d\lambda, \quad (5.14)$$

$$j_{\omega \varphi} = -\frac{c\mu}{8\pi^2 v} e^{-i\frac{\omega}{v}z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} \lambda^2 [J_{m-1}(\lambda r) - J_{m+1}(\lambda r)] J_m(\lambda r_0) d\lambda. \quad (5.15)$$

Решение системы уравнений (1.11) ищем в виде

$$E_{\omega r}^{(0)} = -\frac{\omega\mu}{2\pi^2 v c} e^{-i\frac{\omega}{v}z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} \lambda^2 J_m(\lambda r_0) [B_m(\lambda) J_{m+1}(\lambda r) - C_m(\lambda) J_{m-1}(\lambda r)] d\lambda, \quad (5.16)$$

$$E_{\omega \varphi}^{(0)} = \frac{i\omega\mu}{2\pi^2 v c} e^{-i\frac{\omega}{v}z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \times \int_0^{\infty} \lambda^2 J_m(\lambda r_0) [B_m(\lambda) J_{m+1}(\lambda r) - C_m(\lambda) J_{m-1}(\lambda r)] d\lambda, \quad (5.17)$$

$$E_{\omega z}^{(0)} = 0. \quad (5.18)$$

Поле магнитного момента, пересекающего при равномерном движении радиально проводящую плоскость, ищем в виде

$$\mathbf{E}_{\omega} = \mathbf{E}_{\omega}^{(0)} + \mathbf{E}_{\omega}^{(1)} \quad (5.19)$$

где $\mathbf{E}_{\omega}^{(0)}$ — поле равномерно движущегося в вакууме магнитного момента (без радиально проводящей плоскости), т.е. решение неоднородной системы уравнений (1.11), а $\mathbf{E}_{\omega}^{(1)}$ — поле излучения, т.е. решение

однородной системы уравнений (2.1), удовлетворяющее граничным условиям (3.1), (3.2), (3.3), (3.4), условиям (3.5), (3.6) и условиям излучения на бесконечности. Подставив (5.16) и (5.17) в (1.11), найдем

$$B_m(\lambda) = -C_m(\lambda) = -\frac{1}{\lambda^2 + \frac{\omega^2}{v^2}(1 - \beta^2)}, \quad (5.20)$$

где $\beta = \frac{v}{c}$.

Поле излучения ищем в виде (в формулах (2.5), (2.6), (2.7) берем верхние знаки):

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\omega r}^{(1)} &= \frac{-\omega\mu}{2\pi c v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \\ &\times \int_0^{\infty} [\tilde{D}_m(\lambda)J_{m+1}(\lambda r) - \tilde{E}_m(\lambda)J_{m-1}(\lambda r)] J_m(\lambda r_0) e^{ixz} \lambda^2 d\lambda, \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\omega\varphi}^{(1)} &= \frac{i\omega\mu}{2\pi c v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \\ &\times \int_0^{\infty} [\tilde{D}_m(\lambda)J_{m+1}(\lambda r) + \tilde{E}_m(\lambda)J_{m-1}(\lambda r)] J_m(\lambda r_0) e^{ixz} \lambda^2 d\lambda, \end{aligned} \quad (5.22)$$

$$\tilde{E}_{\omega z}^{(1)} = \frac{\omega\mu}{2\pi c v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_0^{\infty} \tilde{A}_m(\lambda) J_m(\lambda r_0) J_m(\lambda r) e^{ixz} \lambda^2 d\lambda. \quad (5.23)$$

Здесь знак \sim означает поле при $z > 0$. Для $z < 0$ заменяем \sim на \approx и x на $-x$, где

$$Imx > 0. \quad (5.24)(5.25)$$

Из граничного условия (3.3) получаем

$$\tilde{D}_m(\lambda) = \tilde{\tilde{D}}_m(\lambda) [= D_m(\lambda)], \quad (5.26)$$

$$\tilde{E}_m(\lambda) = \tilde{\tilde{E}}_m(\lambda) [= E_m(\lambda)]. \quad (5.27)$$

Из условий (3.1), (3.2) находим

$$E_m(\lambda) = -D_m(\lambda) = -\frac{1}{\lambda^2 + \frac{\omega^2}{v^2}(1 - \beta^2)}. \quad (5.28)$$

Условие (3.4) при этом также удовлетворяется.

Таким образом, для поля излучений получаем

$$\begin{aligned} E_{\omega r}^{(1)} &= -\frac{\omega\mu}{2\pi c v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \\ &\times \int_0^{\infty} D_m(\lambda) \frac{2m}{\lambda r} J_m(\lambda r) e^{ixz} \lambda^2 J_m(\lambda r_0) d\lambda, \end{aligned} \quad (5.29)$$

$$\begin{aligned} E_{\omega\varphi}^{(1)} &= -\frac{i\omega\mu}{2\pi c v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \\ &\times \int_0^{\infty} D_m(\lambda) 2J'_m(\lambda r) e^{ixz} \lambda^2 J_m(\lambda r_0) d\lambda, \end{aligned} \quad (5.30)$$

$$E_{\omega z}^{(1)} = \frac{\omega\mu}{2\pi c v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_0^{\infty} A_m(\lambda) J_m(\lambda r) e^{ixz} \lambda^2 J_m(\lambda r_0) d\lambda. \quad (5.31)$$

Очевидно, что $E_{\omega r}^{(1)}$ в волновой зоне убывает быстрее, чем $1/R$, и поэтому не вносит вклада в энергию излучения. Кроме того, из условий (3.5) и (3.6) следует, что в волновой зоне $E_{\omega z}^{(1)} = 0$, поэтому в волновой зоне

$$\frac{\omega}{c} R \gg 1, \quad (5.32)$$

$$E_{\omega\theta}^{(1)} = 0. \quad (5.33)$$

И поле линейно поляризовано, причем оно имеет лишь составляющую $E_{\omega\varphi}^{(1)}$, которая равна

$$\begin{aligned} E_{\omega\varphi}^{(1)} &= \frac{2\omega\mu v}{\pi c^3} \sum_{m=0}^{\infty} \sin m\varphi J_m\left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta\right) \\ &\times \frac{\sin \theta \cos \theta}{1 - \beta^2 \cos^2 \theta} \frac{1}{R} e^{i\frac{\omega}{c} R - im\frac{\pi}{2}} d\lambda. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Для спектральной интенсивности излучения в единицу телесного угла на m -й гармонике получаем

$$\begin{aligned} \frac{dW_{\omega m}}{d\Omega} &= \frac{4\omega^2 \mu^2 \beta^2}{\pi^2 c^3} \sin^2 m\varphi J_m^2\left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin \theta\right) \frac{\sin^2 \theta \cos^2 \theta}{(1 - \beta^2 \cos^2 \theta)^2}, \\ m &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (5.35)$$

Если магнитный момент движется вдоль оси z ($r_0 = 0$), то спектральная интенсивность излучения равна нулю. Это понятно, потому что электрическое поле магнитного момента имеет только составляющую $E_{\omega\varphi}^{(0)}$, а в направлении φ -линий (окружностей) плоскость — непроводящая.

6. Переходное излучение магнитного момента на азимутально проводящей плоскости

Поле излучения имеет вид

$$\tilde{E}_{\omega z}^{(1)} = \frac{\omega\mu}{2\pi c v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_0^{\infty} A_m(\lambda) J_m(\lambda r_0) J_m(\lambda r) e^{ixz} \lambda^2 d\lambda, \quad (6.1)$$

$$\tilde{E}_{\omega\varphi}^{(1)} = -\frac{i\omega\mu}{\pi c v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \int_0^{\infty} D_m(\lambda) J_m(\lambda r_0) J'_m(\lambda r) e^{ixz} \lambda^2 d\lambda, \quad (6.2)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\omega r}^{(1)} &= \frac{\omega\mu}{2\pi c v} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{im\varphi} \\ &\times \int_0^{\infty} D_m(\lambda) \frac{2m}{\lambda r} J_m(\lambda r_0) J_m(\lambda r) e^{ixz} \lambda^2 d\lambda, \end{aligned} \quad (6.3)$$

где $D_m(\lambda)$ находится из граничного условия (4.1)

$$D_m(\lambda) = \frac{1}{\lambda^2 + \frac{\omega^2}{v^2}(1 - \beta^2)}. \quad (6.4)$$

Очевидно, что $\tilde{E}_{\omega r}^{(1)}$ не вносит вклада в энергию излучения. Что касается составляющей $\tilde{E}_{\omega z}^{(1)}$ напряженности электрического поля, то из условия (3.5) следует, что

$$\tilde{E}_{\omega z}^{(1)} = 0. \quad (6.5)$$

Таким образом, $\tilde{E}_{\omega\theta}^{(1)} = 0$ в волновой зоне, и электрическое поле в волновой зоне имеет только составляющую $\tilde{E}_{\omega\varphi}^{(1)}$, которая равна

$$\begin{aligned} \tilde{E}_{\omega\varphi}^{(1)} &= -\frac{i\omega\mu v}{\pi c^3} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m \cos m\varphi J_m\left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin\theta\right) \\ &\times \frac{\sin\theta \cos\theta}{1 - \beta^2 \cos^2\theta} \frac{1}{R} e^{i\frac{\omega}{c}R - im\frac{\pi}{2}}. \end{aligned} \quad (6.6)$$

Для спектральной интенсивности излучения в единицу телесного угла получаем

$$\begin{aligned} \frac{dW_{\omega m}}{d\Omega} &= \frac{\omega^2 \mu^2 \beta^2}{\pi^2 c^3} \varepsilon_m^2 \cos^2 m\varphi J_m^2\left(\frac{\omega}{c} r_0 \sin\theta\right) \\ &\times \frac{\sin^2\theta \cos^2\theta}{(1 - \beta^2 \cos^2\theta)^2}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6.7)$$

Если магнитный момент движется по оси z ($r_0 = 0$), то получим

$$\tilde{E}_{\omega\varphi_0}^{(1)} = -\frac{i\omega^2 \mu}{\pi c^3} \frac{\sin\theta \cos\theta}{1 - \beta^2 \cos^2\theta} \frac{1}{R} e^{i\frac{\omega}{c}R}, \quad (6.8)$$

что совпадает со случаем переходного излучения магнитного момента на идеально проводящей плоскости. Это понятно, поскольку магнитный момент, движущийся вдоль оси z , имеет только составляющую $E_{\omega\varphi}^{(0)}$ электрического поля, которая возбуждается на плоскости $z = 0$ те же токи, что и на идеально проводящей плоскости. Спектральная интенсивность излучения в этом случае находится по формуле

$$\frac{dW_{\omega}}{d\Omega} = \frac{\omega^2 \mu^2 \beta^2}{\pi^2 c^3} \frac{\sin^2\theta \cos^2\theta}{(1 - \beta^2 \cos^2\theta)^2}. \quad (6.9)$$

7. Анализ полученных результатов

Для переходного излучения электрического заряда на радиально проводящей плоскости в знаменателе $\tilde{A}_m(\lambda)$

(формула (3.16)) стоит

$$\kappa = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \lambda^2}.$$

При $\lambda = \pm\omega/c$ имеем полюс, совпадающий с точкой ветвления ($1/\kappa = \kappa/\omega^2$). Однако вычет в этом полюсе равен нулю. Поэтому для $r_0 \approx \Lambda$ (Λ — длина волны излучения) поверхностных волн не будет. Если же $r_0 \gg \Lambda$ и $r > \Lambda$, причем $r \approx r_0$, то представив

$$J_m(\lambda r_0) \approx \sqrt{\frac{1}{2\pi\lambda r_0}} [e^{i(\lambda r_0 - m\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})} + e^{-i(\lambda r_0 - m\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})}], \quad (7.1)$$

$$J_m(\lambda r) \approx \sqrt{\frac{1}{2\pi\lambda r}} [e^{i(\lambda r - m\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})} + e^{-i(\lambda r - m\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})}], \quad (7.2)$$

получим, что наш результат переходит в результат работы [1], т. е. при $r_0 \rightarrow \infty$, $r \rightarrow \infty$, $r \approx r_0$, когда прутья радиальной решетки вблизи точки $M_0(x_0, y_0)$ можно считать параллельными, имеются поверхностные волны, интенсивность которых обратно пропорциональна r_0^2 , т. е. мала.

Зависимость от z дается множителем $e^{-|\lambda|z}$, поскольку в рассматриваемом приближении длинных волн:

$$\frac{\omega}{c} \approx 0 \quad \text{и} \quad \kappa = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \lambda^2} \approx i|\lambda|,$$

т. е. поле поверхностных волн при удалении от плоскости $z = 0$ спадает по экспоненциальному закону. Сказанное относится и к переходному излучению электрического заряда на азимутально проводящей плоскости. Аналогичная ситуация наблюдается при исследовании переходного излучения магнитного момента на цилиндрически анизотропно проводящей плоскости.

Остановимся теперь на переходном излучении частицы, являющейся магнитным аналогом электрона. Она имеет магнитный заряд Дирака g и электрический дипольный момент p . Для получения результатов нет необходимости заново проделывать вычисления. Как показано в [8], для решения поставленной задачи достаточно сделать замену e на g , μ на p , \mathbf{E} на \mathbf{H} , \mathbf{H} на \mathbf{E} ; g — магнитный заряд Дирака.

При движении магнитного заряда по центру радиально проводящей плоскости излучение отсутствует, а при его движении по центру азимутально проводящей плоскости будет излучение, энергия которого находится по формуле (3.36), с заменой q на g (т. е. энергия излучения на идеально проводящей плоскости).

Для энергии излучения электрического дипольного момента p на радиально проводящей плоскости получаем формулу (6.7) с заменой μ на p , а для спектральной интенсивности излучения электрического момента p на азимутально проводящей плоскости формулу (5.35).

В частности, для движения электрического дипольного момента p по центру радиальной решетки получаем формулу (6.9) с заменой μ на p . Поляризация излучения получается заменой $E_{\omega\theta}^{(1)}$ на $H_{\omega\theta}^{(1)}$, $E_{\omega\varphi}^{(1)}$ на $H_{\omega\varphi}^{(1)}$, и наоборот.

Теперь о поляризации излучения электрона. Из формул (3.33) и (5.34) следует, что поле излучения электрона на радиально проводящей плоскости в волновой зоне линейно поляризовано, причем имеются составляющие $E_{\omega\theta}^{(1)}$ и $E_{\omega\varphi}^{(1)}$. Аналогичная ситуация наблюдается для переходного излучения электрона на азимутально проводящей плоскости. Из формул (4.16) и (6.6) следует, что поле в волновой зоне линейно поляризовано, причем также имеются составляющие $E_{\omega\theta}^{(1)}$ и $E_{\omega\varphi}^{(1)}$.

Автор выражает благодарность М.П. Каликинской и В.И. Иванову за моральную поддержку.

Список литературы

- [1] Барсуков К.А., Нарышкина Л.Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1965. Т. VIII. № 5. С. 937–941.
- [2] Каликинский И.И. // ЖТФ. 1991. Т. 61. Вып. 9. С. 20–26.
- [3] Каликинский И.И. // ЖТФ. 1995. Т. 65. Вып. 10. С. 131–142.
- [4] Иваненко Д., Соколов А. Классическая теория поля. М.–Л.: Гостехиздат, 1949. 432 с.
- [5] Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963. 1097 с.
- [6] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [7] Гинзбург В.Л., Франк И.М. // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. Вып. 1. С. 15–28.
- [8] Франк И.М. // Ядерная физика. 1979. Т. 9. № 1. С. 180–187.