01

Уравнение Леонтовича–Левина с учетом конечной проводимости проводника

© Л.А. Апресян, Д.В. Власов

Центр естественно-научных исследований института общей физики им. А.М. Прохорова РАН,
119991 Москва, Россия
e-mail: lesa@nsc.gpi.ru

(Поступило в Редакцию 12 января 2009 г.)

Рассмотрено обобщение уравнения Леонтовича–Левина для тока в идеально проводящем линейном вибраторе на случай проводника с конечной проводимостью, пригодное как в случае сильного, так и слабого скин-эффекта, а также для неоднородных проводников с осесимметричным распределением проводимости, и в частности для углеродных нанотрубок. При этом внутренняя структура проводника полностью описывается величиной погонного внутреннего импеданса. Предложена рекуррентная схема расчета такого импеданса для слоисто-неоднородных проводников. Рассмотрен частный случай импеданса для металлических ахиральных углеродных нанотрубок и указаны существенные отличия этого случая от макроскопической модели проводника с полным скин-эффектом.

PACS: 78.67.Cn

Введение

Уравнение Леонтовича–Левина [1] наряду с уравнениями Поклингтона и Халлена [2,3] является основой классической теории идеально проводящих тонких проволочных антенн, поперечные размеры которых a много меньше длины волны излучения λ. В последнее время интерес к этому уравнению возродился в связи с возможностями его использования в новой области, а именно для описания электродинамических характеристик нанообъектов, для которых условие $a \ll \lambda$ выполняется уже в оптическом диапазоне. В работе [4] на базе полученных в [5] граничных условий было выведено обобщение уравнения Леонтовича–Левина на случай однослойных углеродных нанотрубок. Это уравнение отличается от классического [1] наличием в нем дополнительного слагаемого, содержащего динамическую поверхностную проводимость нанотрубки. В результате изменился характер решения уравнения: если собственные волны идеального проводника распространяются со скоростью света, то диэлектрические свойства нанотрубки приводят к замедлению и поглощению собственных волн [4].

Авторами получено обобщение уравнения Леонтовича–Левина на случай проводящего стержня с конечной проводимостью σ. При этом основной электродинамической характеристикой, входящей в указанное уравнение, оказывается погонный внутренний импеданс Z_i, введенный в [6] для однородного проводника. Величина Z_i оказывается пригодной для описания широкого класса осесимметричных распределений проводимости. В результате появляется возможность построения макроскопических моделей неоднородного тонкого проводника, которые можно использовать и для моделирования рассеяния света на нанообъектах, таких как многослойные ахиральные (т. е. осесимметричные) углеродные нанотрубки. В частном случае однослойных нанотрубок при использовании специальных граничных условий [5] Z_i выражается через поверхностную проводимость нанотрубки, а уравнение Леонтовича–Левина переходит в уравнение, полученное ранее в [4].

1. Уравнение Леонтовича–Левина с учетом конечной проводимости вибратора

Рассмотрим задачу рассеяния плоской падающей волны $\mathbf{E}^0 = \mathbf{e}_0 e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}}$ (множитель $e^{-i\omega t}$ опускаем, $\mathbf{e}_0$ — единичный вектор поляризации) на однородном круговом цилиндрическом стержне — линейном вибраторе (другие способы возбуждения вибратора и обобщение на некруговые цилиндры описаны в [1]). Будем считать, что вибратор характеризуется проводимостью σ (или, в более общем случае, цилиндрически симметричным распределением проводимости), имеет длину $2l$ и радиус a, ориентирован вдоль оси z и помещен в начале координат. Для определенности будем рассматривать в основном вещественную проводимость, хотя результаты сохраняются и для комплексных значений σ, вместо которых можно использовать также комплексную диэлектрическую проницаемость $\varepsilon = -4\pi\sigma/(i\omega)$. Ограничимся случаем хорошего проводника, для которого $|\varepsilon| \gg 1$. Полное электрическое поле $\mathbf{E}$ вне вибратора слагается из $\mathbf{E}^0$ и поля рассеянной волны $\mathbf{E}^{sc}$, которая создается индуцированными падающей волной токами, $\mathbf{E} = \mathbf{E}^0 + \mathbf{E}^{sc}$.

Для тонкого проводящего стержня при условиях

$$a \ll l, \quad a \ll \lambda \tag{1}$$

в [1] было выведено уравнение Леонтовича–Левина. Это уравнение при заданных сторонних электродвижущих силах (ЭДС) определяет распределение вдоль вибратора полного тока

$$J(z) = \int_0^a j(r_\perp, z) 2\pi r_\perp dr_\perp. \qquad (2)$$

Плотность тока $j(r_\perp, z)$, а следовательно и $J(z)$ предполагаются направленными вдоль оси вибратора z.[1] При этом в [1] существенно использовалось наличие в рассматривемой задаче малого параметра

$$\chi = \frac{1}{2\ln(qa)} < 1,$$

что позволило применить теорию возмущений по этому параметру.[2] Свободный параметр q имеет размерность обратной длины и принимался в [1] равным волновому числу k, однако в общем случае для проводника с конечной проводимостью вопрос об оптимальном выборе параметра q требует отдельного исследования [4].

В [1] рассматривался случай идеально проводящего вибратора ($\sigma \to \infty$) с полным спин-эффектом, для которого плотность тока $j = j_z$ сосредоточена в бесконечно тонком слое вблизи поверхности вибратора ($j \sim \delta(r_\perp - a)$). Обобщение этого вывода на случай вибратора с конечной проводимостью σ и, как следствие, распределенной по объему проводника плотностью тока $j(r_\perp, z)$ получается по схеме, предложенной в [1], но дополненной предположением, что радиальное распределение осевого тока $j = j_z$ в проводнике обладает симметрией вращения и считается известным (при этом возможность возбуждения поперечных относительно z токов, как и в [1], не учитывается). Результат такого обобщения имеет вид уравнения[3]

$$LJ \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2 - \chi G - i\omega\chi Z_i\right) J = -i\chi E_z^0 \equiv F. \qquad (3)$$

В (3) интегро-дифференциальный оператор G, полученый впервые в [1], описывает дополнительную ЭДС, связанную с геометрией проводника, и определяется соотношением

$$GJ = \left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) \int_{-l}^{l} dz' \ln(2q|z - z'|) e^{ik|z-z'|}$$

$$\times \left[\operatorname{sign}(z - z') \frac{\partial}{\partial z'} - ik\right] J(z'), \qquad (4)$$

k — волновое число, $\operatorname{sign}(z) = a/|z|$.

[1] В случае задачи рассеяния, когда в качестве сторонней ЭДС выступает падающая плоская волна, учет лишь осевых токов подразумевает, в частности, отбрасывание несимметричных (зависящих от угловой переменной) волн, вклад от которых мал для хорошо проводящего цилиндра.

[2] Обсуждение истории вопроса приведено в [7].

[3] Принятые здесь обозначения и система единиц отличаются от использованных в [1].

Стоящая в правой части (3) функция F играет роль внешней вынуждающей силы (или, иначе говоря, распределенной по поверхности S проводника сторонней ЭДС), причем для случая рассеяния падающей на вибратор плоской волны

$$E_z^0 = \mathbf{z}\mathbf{E}^0|_S = e_{0z} e^{ik_{0z} z} \qquad (5)$$

описывает распределение вдоль поверхности вибратора продольной относительно него компоненты поля падающей волны. Уравнение (3) дополняется естественными краевыми условиями

$$J(\pm l) = 0, \qquad (6)$$

которые выражают отсутствие сосредоточенных токов на концах проводника.

В отличие от классического уравнения для идеального проводника [1], в (3) возникло дополнительное слагаемое, содержащее Z_i и учитывающее тем самым конечную проводимость вибратора. Величина Z_i представляет собой погонный внутренний импеданс проводника, который определяется как отношение z-компоненты напряжености поля E_z на поверхности к полному току J_z внутри проводника [6]:

$$Z_i = \frac{E_z(a)}{J_z}. \qquad (7)$$

В общем случае Z_i может зависеть от градиентов E_z и J_z вдоль z, так что, строго говоря, Z_i является оператором, зависящим от $\frac{\partial}{\partial z}$. Однако для тонких проводников такие зависимости обычно пренебрежимо малы (см. ниже), поэтому Z_i можно рассматривать как локальную собственную характеристику тонкого проводника, зависящую лишь от его внутренней структуры, т. е. от принятой модели распределения комплексной проводимости внутри проводника.

В отличие от описания проводников с помощью поверхностного сопротивления, пригодного либо в случае сильного скин-эффекта (когда ток „поджимается“ к поверхности и „не чувствует“ распределения проводимости в глубине проводника [6]), либо в случае проводников с тонким проводящим поверхностным слоем (как это имеет место для однослойных нанотрубок [5]), величина Z_i, вообще говоря, существенно зависит от радиального распределения проводимости и может использоваться также в случае слабого скин-эффекта.

Для тока J_z, текущего вдоль оси хорошо проводящего тонкого проводника, создаваемое этим током магнитное поле H вблизи поверхности проводника будет таким же, как для проводника с постоянным током, т. е. направленным вдоль соосных с проводником окружностей и равным $H \equiv H_\varphi = 2J_z/(ca)$, где c — скорость света, а φ — угловая переменная цилиндрической системы координат. Отсюда имеем

$$Z_i = \frac{2}{ca} \frac{E_z(a)}{H_\varphi(a)}. \qquad (8)$$

С другой стороны, из уравнений Максвелла нетрудно получить соотношение

$$H_\varphi(a) = -\frac{1}{ik}\frac{\partial E_z(a)}{\partial a}. \tag{9}$$

Подставив (9) в (8), находим

$$Z_i = R_0 f(x). \tag{10}$$

Здесь $x = Ka$,

$$K = k\sqrt{\varepsilon} = \frac{\sqrt{i4\pi\sigma\omega}}{c} \equiv \frac{1+i}{\delta} \tag{11}$$

— волновое число внутри вибратора вблизи его поверхности (σ — соответствующее значение комплексной проводимости), $\delta = \frac{c}{\sqrt{2\pi\sigma\omega}}$ — толщина скин-слоя. Величина

$$R_0 = \frac{1}{\pi\sigma a^2}, \tag{12}$$

в случае вещественной проводимости σ вещественна и для однородного проводника имеет смысл погонного сопротивления [7], а функция $f(x)$ выражается через логарифмическую производную от радиального распределения поля $E_z = E(Kr_\perp)$ внутри проводника

$$f(x) = -\frac{x}{2}\frac{E(x)}{E'(x)} \tag{13}$$

(здесь штрих означает производную по аргументу x).

В случае однородного проводника радиальное распределение поля внутри него определяется функцией Бесселя нулевого порядка [6], $E(r_\perp) \sim J_0(Kr_\perp)$, так что (13) дает

$$f(Ka) = -\frac{Ka}{2}\frac{J_0(Ka)}{J_0'(Ka)} = \frac{Ka}{2}\frac{J_0(Ka)}{J_1(Ka)}, \tag{14}$$

где J_0 и J_1 — нулевая и первая функции Бесселя, а (10) переходит в выражение

$$Z_i = R_0 Ka\,\frac{J_0(Ka)}{2J_1(Ka)}, \tag{15}$$

приведенное в [6].

В случае идеального проводника поле внутри него локализовано в бесконечно тонком слое вблизи его поверхности, причем в пределе $\sigma \to \infty$, согласно (12) и (10), можно отбросить слагаемое с σ и тогда (3) переходит в уравнение Леонтовича–Левина для идеального проводника. При конечных σ уравнение (3) пригодно как в случае сильного скин-эффекта, когда толщина скин-слоя $\delta = \frac{c}{\sqrt{4\pi\sigma\omega}}$ исчезающе мала, $\delta \ll a$, так и в случае слабого, $\delta \gg a$. Во втором случае при $|Ka| \ll 1$ для однородного цилиндра распределение тока внутри проводника приближается к однородному, $f(Ka) \approx 1$, так что

$$Z_i \approx R_0 = \frac{1}{\pi a^2\sigma} \tag{16}$$

перестает явно зависеть от частоты и уравнение (3) при $\sigma \to 0$ формально переходит в обычный закон Ома для полного тока в проводнике

$$J = (\pi a^2)\sigma E_z^0, \tag{17}$$

что отвечает борновскому приближению (отметим, однако, что отбрасывание в (3) членов со второй производной в общем случае не оправдано, так как не позволяет удовлетворять граничным условиям (3)).

В противоположном предельном случае сильного скин-эффекта для больших, но конечных значений проводимости σ, когда толщина скин-слоя $\delta \ll a$, используя асимптотики функций Бесселя [8], имеем

$$Z_i \approx -i\,\frac{K}{2\pi a\sigma} = \frac{1}{2\pi a\sigma^*}, \tag{18}$$

где $\sigma^* \equiv \sigma\delta/(1-i)$ — эффективная поверхностная проводимость скин-слоя.[4] В случае вещественного значения проводимости σ величина σ^* оказывается комплексной и имеет вещественную мнимую часть, что отвечает индуктивной связи между полным током и поверхностной компонентой E_z: полный ток отстает по фазе от E_z на $\pi/2$. Физически это связано с возбуждением внешним полем волны тока, которая распространяется в глубь проводника [6].

2. Погонный импеданс многослойного проводника

Рассмотрим рекуррентную схему вычисления внутреннего погонного импеданса Z_i для случая многослойного проводника, каждый слой которого характеризуется своей комплексной проводимостью σ_j и соответствующей диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_j = i4\pi\sigma_j/\omega$.

Пронумеруем слои проводника от центра ($j = 0$) к поверхности, обозначив через a_j радиус j-й границы слоя ($a_{j+1} > a_j$, a_N — радиус внешней границы N-слойного проводника). Для осесимметричных распределений поля внутри проводника при зависимости от z, задаваемой множителем e^{ihz}, радиальная зависимость продольной компоненты поля E_z определяется линейной комбинацией двух основных функций, в качестве которых можно выбрать функцию Бесселя $J_0(q_n r_\perp)$ и функцию Неймана $N_0(q_n r_\perp)$, где

$$q_n = \sqrt{K_n^2 = h^2}$$

— поперечное волновое число в n-м слое, а $K_n = k\sqrt{\varepsilon_n}$ [6]. Для рассматриваемой здесь задачи рассеяния величина h имеет порядок продольной компоненты волнового вектора падающей волны k_z, $h \sim k_z$. Поэтому для тонких проводников при $a_N \ll \lambda$ можно пренебречь зависимостью q_n от h, полагая в аргументах функций Бесселя $q_n \approx K_n$. Тем самым переходим от слабой

[4] Выражение (19), справедливое в случае сильного скин-эффекта, можно получить и непосредственно из (8), используя граничное условие Леонтовича [6]: $\frac{E_z(a)}{H_\varphi(a)} = \xi$, где $\xi = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$ — волновой (или, в другой терминологии [9], поверхностный) импеданс.

„продольной пространственной дисперсии“ в тонких проводниках и связанного с ней операторного характера погонного импеданса Z_i, о котором говорилось выше (в случае необходимости уточнения соответствующие поправки можно рассмотреть в качестве малого возмущения).

Таким образом, для j-го слоя имеем

$$E_z = A_j I_0(K_j r_\perp) + B_j N_0(K_j r_\perp). \tag{19}$$

Эта компонента непрерывна на границе j и $(j+1)$-го слоев, так что

$$E_z(a_{j+1}) = A_j J_0(K_j a_{j+1}) + B_j N_0(K_j a_{j+1})$$
$$= A_{j+1} J_0(K_{j+1} a_{j+1}) + B_{j+1} N_0(K_{j+1} a_{j+1}). \tag{20}$$

Учитывая (9), из условия непрерывности на указанной границе компоненты H_φ имеем

$$\dot{E}_z(a_{j+1}) = A_j \dot{J}_0(K_j a_{j+1}) + B_j \dot{N}_0(K_j a_{j+1})$$
$$= A_{j+1} \dot{J}_0(K_{j+1} a_{j+1}) + B_{j+1} \dot{N}_0(K_{j+1} a_{j+1}), \tag{21}$$

где точка означает производную по a_{j+1}. Из двух последних соотношений находим

$$\frac{E_z(a_{j+1})}{\dot{E}_z(a_{j+1})} = \frac{J_0(K_j a_{j+1}) + z_j N_0(K_j a_{j+1})}{\dot{J}_0(K_j a_{j+1}) + z_j \dot{N}_0(K_j a_{j+1})}$$
$$= \frac{J_0(K_{j+1} a_{j+1}) + z_{j+1} N_0(K_{j+1} a_{j+1})}{\dot{J}_0(K_{j+1} a_{j+1}) + z_{j+1} \dot{N}_0(K_{j+1} a_{j+1})}, \tag{22}$$

где $z_i = B_j/A_j$. Из условия отсутствия особенности поля на оси проводника имеем $B_0 = 0$, так что $z_0 = 0$ и

$$\frac{E_z(a_1)}{\dot{E}_z(a_1)} = \frac{J_0(K_0 a_1)}{\dot{J}_0(K_0 a_1)} = -\frac{J_0(K_0 a_1)}{K_0 J_1(K_0 a_1)}. \tag{23}$$

Используя (22), нетрудно выразить z_{j+1} через z_j,

$$z_j = F_j(z_{j-1}) \equiv -\frac{(J,J)_j + z_{j-1}(J,N)_j}{(N,J)_j + z_{j-1}(N,N)_j}, \tag{24}$$

придя тем самым к рекуррентной схеме расчета z_j: $z_0 = 0$, $z_1 = F_0(z_0)$, $z_2 = F_1(z_1) \ldots$, $z_{N-1} = F_{N-2}(z_{N-2})$. В (24) использованы сокращения

$$(N,J)_j \equiv \begin{vmatrix} N_0(K_j a_j), & J_0(x_j) \\ \dot{N}_0(K_j a_j), & \dot{J}_0(x_j) \end{vmatrix}$$
$$= -K_{j-1} N_0(K_j a_j) J_1(K_{j-1} a_j) + K_j N_1(K_j a_j) J_0(K_{j-1} a_j), \tag{25}$$

где $x_j = K_{j-1} a_j$. Остальные символы (J,N), (J,J) и (N,N) определены аналогично (25), причем были учтены известные соотношения для производных функций Бесселя $J_0' = -J_1$, $N_0' = -N_1$. При этом внутренний импеданс $Z_{i,N}$ для N-слойного проводника с учетом (8) и (9) выражается через z_{N-1} как

$$Z_{i,N} = R_{0N} \frac{x_N}{2} \frac{J_0(x_N) + z_{N-1} N_0(x_N)}{J_1(x_N) + z_{N-1} N_1(x_N)}, \tag{26}$$

где параметры $R_{0N} = 1/(\pi a_N^2 \sigma_{N-1})$ и $x_N = K_{N-1} a_N$ отвечают внешнему слою.

Выражение (26) можно записать также в виде

$$Z_{i,N} = Z_{iN}^0 \frac{1 + z_{N-1} N_0(x_N)/J_0(x_N)}{1 + z_{N-1} N_1(x_N)/J_1(x_N)}, \tag{27}$$

где

$$Z_{iN}^0 = R_{0N} \frac{x_N}{2} \frac{J_0(x_N)}{J_1(x_N)} \tag{28}$$

соответствует однородному цилиндру с проводимостью внешнего слоя, а дополнительный множитель учитывает наличие многослойного заполнения.

Описанной только что рекуррентной схеме можно придать несколько более наглядный вид, если исключить из рассмотрения вспомогательный параметр z_{N-1}, выразив его из (27) через $Z_{i,N}$ и, используя (24), непосредственно связать $Z_{i,N+1}$ с $Z_{i,N}$. Это позволяет непосредственно пересчитывать значения внутреннего импеданса для однослойного, двухслойного и т. д. цилиндров, оценивая тем самым влияние добавления слоев на форму импеданса. Получаемая при этом функция пересчета оказывается довольно громоздкой и здесь не выписывается.

В качестве примера применения изложенной схемы запишем выражение для погонного внутреннего импеданса $Z_{i,2}$ двухслойного проводника. Полагая в (24) $j = 1$, $Z_0 = 0$ и подставив полученное выражение для z_1 в (26) при $N = 2$, имеем

$$Z_{i,2} = R_{02} \frac{x_2}{2} \frac{\sqrt{\sigma_0} J_{101}(N_{011} J_{012} - J_{011} N_{012}) - \sqrt{\sigma_1} J_{001}(N_{111} J_{012} - J_{111} N_{012})}{\sqrt{\sigma_0} J_{101}(N_{011} J_{112} - J_{011} N_{112}) - \sqrt{\sigma_1} J_{001}(N_{111} J_{112} - J_{111} N_{112})}, \tag{29}$$

где $N_{ijk} \equiv N_i(K_j a_k)$, $J_{ijk} \equiv J_i(K_j a_k)$.

3. Погонный импеданс ахиральных углеродных нанотрубок

Получим теперь выражение для внутреннего погонного импеданса однослойных ахиральных углеродных нанотрубок, используя модель проводимости нанотрубки, предложенную в [5]. В указанной модели каждый слой многослойной нанотрубки характеризуется своим значением тензора поверхностной динамической проводимости, причем учитывается лишь компонента σ_{zz} этого тензора, описывающая возбуждение токов вдоль оси нанотрубки, а остальные компоненты считаются пренебрежимо малыми.[5] При этом для поверхностного тока j_z, локализованного в рассматриваемом бесконечно тонком слое радиуса a, можно записать закон Ома

$$j_z \equiv \frac{J_z}{2\pi a} = \sigma_{zz} E_z(a), \tag{30}$$

где J_z — полный ток в слое, а E_z — z-компонента полной напряженности электрического поля на поверхности слоя.

[5] Второй параметр l_0 в модели [5], описывающий динамику электронов в слое, учитывает малые поправки, приводящие к „продольной дисперсии“ внутреннего импеданса, и здесь для простоты не рассматривается.

В отличие от модели хорошо проводящих слоев, описанной в предыдущих разделах, выражения для погонного импеданса (8) и (15) в данном случае непригодны, поскольку внутри нанотрубки нарушается условие хорошей проводимости $|\varepsilon| \gg 1$, позволяющее пренебречь током смещения. Однако исходное определение погонного импеданса Z_i (7) остается в силе. Из (7) и (30) находим выражение для Z_i однослойной нанотрубки:

$$Z_i = \frac{E_z(a)}{J_z} = \frac{1}{2\pi a \sigma_{zz}}. \quad (31)$$

Подставив это выражение в модифицированное уравнение Леонтовича–Левина (3), приходим к уравнению для однослойной нанотрубки, полученному ранее в [4] на базе микроскопической теории [5] (позволившей авторам [5] найти также явный вид σ_{zz}).

В случае многослойных нанотрубок, если считать, что полный ток J_z в линейном приближении равен сумме вкладов от каждого слоя J_{zj}, причем для каждого тока J_{zj} можно записать аналогичное (1) соотношение, где вместо a и σ выступают a_j и $\sigma_{zz}^{(j)}$ — радиус и zz-компонента тензора динамической поверхностной проводимости j-го слоя, вместо (31) получаем

$$\frac{1}{Z_i} = \frac{J_z}{E_z(a_N)} = 2\pi \sum_j a_j \sigma_{zz}^{(j)} \frac{E_z(a_j)}{E_z(a_N)}. \quad (32)$$

Отсюда видно, что для нахождения Z_j нужно знать распределение поля $E_z(a_j)$ по слоям внутри нанотрубки. Для нахождения этого распределения можно модифицировать описанную в предыдущем разделе рекуррентную схему, используя предложенные в [5] условия на границах слоев многослойных УНТ. Здесь ограничимся указанием, что если в (32) пренебречь различиями значений поля в разных слоях, полагая $\frac{E_z(a_j)}{E_z(a_N)} \approx 1$, то (32) непосредственно дает выражение для внутреннего импеданса многослойной нанотрубки. Если, кроме того, в многослойной УНТ толщина стенок мала, $|a_1 - a_N| \ll a_N$, то в (32) можно положить также $a_j \approx a_N$, и тогда многослойная трубка становится эквивалентной однослойной с заменой динамической проводимости последней на сумму динамических проводимостей слоев.

Отметим, что выражение для погонного импеданса (31) формально совпадает с аналогичным выражением (18), полученным для однородного проводника с сильным скин-эффектом. Это совпадение не случайно — в обоих случаях ток течет в тонком поверхностном слое проводника. Однако на этом сходство заканчивается, поскольку внутреннее распределение электромагнитного поля в двух указанных задачах совершенно различно: если в случае однородного проводника с сильным скин-эффектом происходит локализация в поверхностном слое как тока, так и поля (в пределе идеального проводника поле внутри него обращается в нуль), то для однослойной нанотрубки в поверхностном слое локализован лишь ток, тогда как поле отлично от нуля и внутри нанотрубки. Это различие приводит к разным значениям эффективной поверхностной проводимости σ^* для однородного проводника и динамической поверхностной проводимости σ_{zz} для однослойной нанотрубки.

Заключение

Авторами показано, что уравнение Леонтовича–Левина, выведенное ранее для тока в идеально проводящем линейном вибраторе, допускает обобщение на случай сложных проводников с конечной проводимостью и аксиальной симметрией. Структура проводника входит в это уравнение в форме известного в электродинамике погонного внутреннего импеданса, который в общем случае может быть взят как из феноменологических соображений, так и строго вычислен из соответствующих уравнений и граничных условий. Описан рекуррентный метод расчета, позволяющий вычислить погонный внутренний импеданс для аксиально симметричных многослойных проводников.

Полученные результаты могут использоваться как для случая макроскопических, радиально не однородных антенных вибраторов, так и при описании рассеяния на сильно вытянутых рассеивателях, и в частности при построении макроскопических моделей многослойных углеродных нанотрубок.

Авторы выражают благодарность В.И. Конову за ряд полезных замечаний.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 07-02-00568-а.

Список литературы

[1] *Леонтович М., Левин М.* // ЖТФ. 1944. Т. 14. С. 481–506.
[2] *Вычислительные* методы в электродинамике / Под ред. Р. Митры. М.: Мир, 1977. 486 с.
[3] *Сазонов Д.М.* Антенны и устройства СВЧ: Учебник для радиотехнических специальностей вузов. М.: Высш. шк., 1988. 432 с.
[4] *Slepyan G.Ya., Shuba M.V., Maksimenko S.A., Lakhtakia A.* // Phys. Rev. 2006. Vol. B73. P. 195 416.
[5] *Slepyan G.Ya., Maksimenko S.A., Lakhtakia F., Yevtushenko O., Gusakov A.V.* // Phys. Rev. 1999. Vol. B60. P. 17 136–17 149.
[6] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
[7] *Миллер М.А.* Леонтович–Левин. Творческое взаимодействие. Препринт ИПФ РАН № 344. Н. Новгород, 1993. 55 с.
[8] *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1973. 831 с.
[9] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Электродинамика сплошных сред. Теоретическая физика. Т. VIII. М.: Наука, 1982. 620 с.