

01;05

Механизмы возникновения токовой неустойчивости в высокотемпературных сверхпроводниках, охлаждаемых жидким хладагентом

© В.Р. Романовский

Российский научный центр „Курчатовский институт“,
123182 Москва, Россия

(Поступило в Редакцию 4 февраля 2009 г.)

Исследованы особенности устойчивого распределения тока в высокотемпературных сверхпроводниках $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ и $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ в зависимости от условий их охлаждения жидкими хладагентами — гелием, водородом и азотом соответственно. Показано, что механизм возникновения токовой неустойчивости может изменяться при переходе от одного типа хладагента к другому. Вследствие этого разрушение устойчивых состояний может происходить, во-первых, при тривиальном переходе условий охлаждения поверхности сверхпроводника от пузырькового режима кипения к пленочному. Данный тепловой механизм разрушения стабильных токовых состояний наиболее характерен при охлаждении сверхпроводников жидким гелием. Во-вторых, даже при пузырьковом кипении жидкого хладагента токовая неустойчивость может развиваться в силу стабильного формирования вольт-амперной характеристики сверхпроводника. Подобное нарушение устойчивости введенного тока с наибольшей степенью вероятности может наблюдаться при охлаждении сверхпроводников жидким азотом. Выписаны необходимые критерии, позволяющие определить действие того или иного механизма возникновения токовой неустойчивой в зависимости от свойств сверхпроводника и хладагента.

PACS: 74.60.GE, 74.60.Jg, 85.25.Kx, 85.25.L

Как известно, использование высокотемпературных сверхпроводников открывает широкие возможности для создания высокополевых магнитных систем [1,2]. Среди проблем, возникающих при их разработке, важную роль играет решение проблемы обеспечения устойчивой работоспособности сверхпроводящего магнита [3–5]. В частности, необходимо определить максимально возможное значение рабочего тока, который может стабильно протекать по магниту. В общем случае подобный анализ должен основываться на решении многомерных уравнений теплопроводности и электродинамики, которые позволяют учесть конструктивные особенности разрабатываемой магнитной системы, свойства сверхпроводящего токонесущего элемента, условия его охлаждения и т.п. Однако проводимые при этом численные расчеты громоздки и трудоемки в силу математической сложности используемых моделей, которые, как правило, ориентируются на использование метода конечных элементов (см., например, [6–8]). В результате анализ основных физических закономерностей, определяющих специфику возникновения неустойчивых состояний, оказывается весьма затруднительным. Для его проведения целесообразно использовать более простые модели. Последние позволяют найти решение практически важных задач в аналитической форме, которые в свою очередь позволяют сформулировать соответствующие критерии сохранения устойчивости теплоэлектродинамических состояний сверхпроводников [3–5].

В настоящей работе с использованием нульмерной и одномерной модели обсуждаются особенности

условий нарушения устойчивых токовых режимов высокотемпературных сверхпроводников $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ и $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, охлаждаемых жидкими гелием, водородом или азотом соответственно, а также выписаны критерии, позволяющие оценить возможные механизмы возникновения в них токовой неустойчивости.

Рассмотрим задачу об определении предельно допустимого тока, стабильно протекающего в сверхпроводящей пластине с полутолщиной a и полушириной b ($b \gg a$). Предположим (для простоты проводимого анализа), что температура T , электрическое поле E и плотность тока J по его сечению не изменяются. Пусть на поверхности сверхпроводника имеет место конвективный теплообмен с жидким хладагентом с рабочей температурой T_0 . Будем определять стационарное распределение температуры и напряженности электрического поля для заданного значения плотности тока J из решения следующей системы уравнений:

$$E = E_c [J/J_c(T)]^{n(T)}, \quad (1)$$

$$EJ = q(T)/a, \quad (2)$$

где $J_c(T)$ и $n(T)$ — критическая плотность тока и параметр нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника, определенные при заданном значении индукции внешнего магнитного поля в соответствии с условно выбранным значением критического значения напряженности электрического поля E_c , $q(T)$ — тепловой поток в хладагент.

Таблица 1.

Хладагент	T_0, K	$\Delta T_{cr}, K$	h_1	h_2	ν_1	ν_2
Жидкий гелий	4.2	0.6	2.15	0.06	1.5	0.82
Жидкий водород	20	3	0.66	0.024	2.6	1.1
Жидкий азот	77.3	10	0.04	0.036	2.4	0.76

Ниже в качестве охладителя рассмотрены жидкие гелий, водород и азот, теплоотдача от которых характеризуется наличием пузырькового и пленочного режимов кипения. Соответственно значения $q(T)$, учитывающие для рассматриваемых жидких хладагентов оба режима кипения, запишем в виде

$$q(T)[W/cm^2] = \begin{cases} h_1(T - T_0)^{\nu_1}, & T \leq T_0 + \Delta T_{cr}, \\ h_2(T - T_0)^{\nu_2}, & T > T_0 + \Delta T_{cr}, \end{cases} \quad (3)$$

где ΔT_{cr} — температурный перегрев, при превышении которого происходит скачкообразный переход от режима пузырькового кипения к пленочному. Значения параметров $h_1, h_2, \nu_1, \nu_2, T_0$ и ΔT_{cr} , определенные согласно [9] для каждого из используемых ниже типов хладагента, приведены в табл. 1.

Задача (1)–(3) описывает температуру и напряженность электрического поля в зависимости от плотности транспортного тока при его полном проникновении внутрь сверхпроводника, вольт-амперная характеристика которого изменяется по степенному закону. Последняя широко используется при феноменологическом описании процессов, происходящих в сверхпроводниках в макроскопическом приближении [4,6–8,10,11]. Обсудим, используя данную модель, особенности стационарного формирования стабильных и нестабильных тепло-электродинамических состояний высокотемпературных сверхпроводников, охлаждаемых различными хладагентами.

На рис. 1 изображены температурно-амперная и вольт-амперная характеристики, которые имеют место при протекании тока в сверхпроводящей пластине ($a = 10^{-2}$ см) из $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$, находящейся в постоянном внешнем магнитном поле $B = 10$ Т и охлаждаемой жидким гелием. Расчеты были выполнены как для режима пузырькового кипения, так и для состояний, которые могли бы существовать, если при охлаждении сверхпроводника имеет место только лишь пленочное кипение. При этом температурные зависимости $J_c(T)$ и $n(T)$ задавались следующим образом. Согласно [12], критическая плотность тока $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ определялась по формуле

$$J_c(T, B) = J_0 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^\gamma \left[(1 - \chi) \frac{B_0}{B_0 + B} + \chi \exp\left(-\frac{\beta B}{B_{c0} \exp(-\alpha T/T_c)}\right) \right],$$

для которой были заданы следующие константы: $E_c = 10^{-6}$ В/см, $T_c = 87.1$ К, $\alpha = 10.3$, $\beta = 5$, $\gamma = 1.73$,

$\chi = 0.2$, $B_{c0} = 465$ Т, $B_0 = 75 \cdot 10^{-3}$ Т, $J_0 = 1.1 \cdot 10^6$ А/см². Значения показателя степени нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника описывались выражением вида

$$n(T) = n_0 \frac{T_{cn} - T}{T_{cn} - T_0} + n_c \frac{T - T_0}{T_{cn} - T_0}. \quad (4)$$

Оно, во-первых, позволяет задать независимое от температуры значение n , полагая $n_0 = n_c$.

На рис. 1 сплошные кривые I и I' соответствуют данному приближению и рассчитаны при $n_0 = 10$. Во-вторых, формула (4) позволяет в простейшем линейном по температуре приближении оценить влияние уменьшения с температурой значений $n(T)$ на условия возникновения токовой неустойчивости в сверхпроводнике. Данному приближению на рис. 1 соответствуют

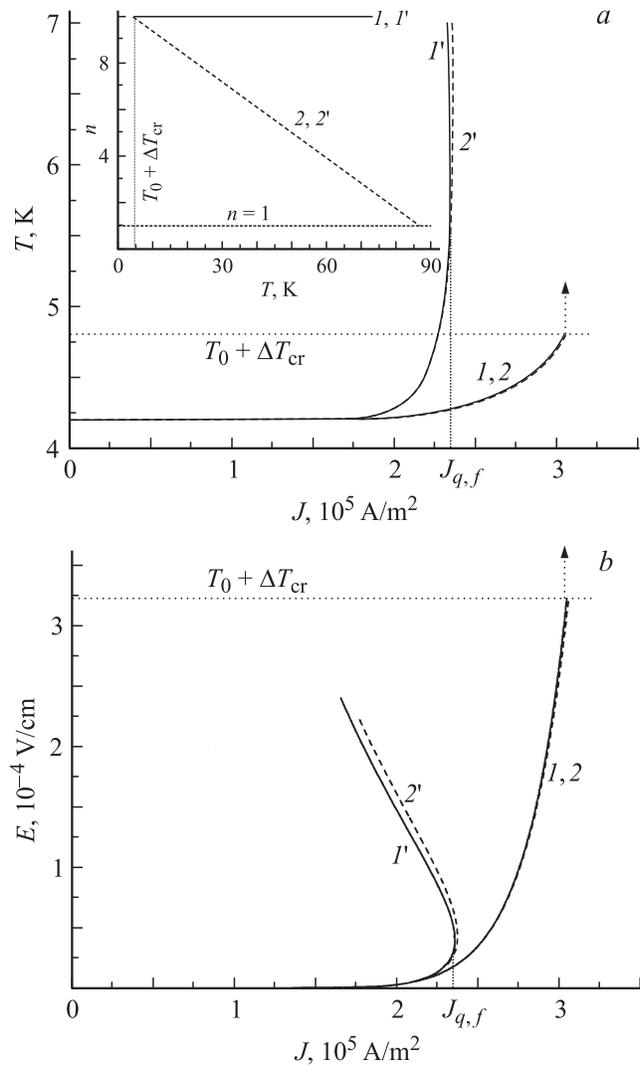


Рис. 1. Температурно-амперная (а) и вольт-амперная (б) характеристики $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ при его охлаждении жидким гелием: $I, 2$ — пузырьковое кипение; $I', 2'$ — пленочное кипение. Здесь и далее на рисунках вертикальным пунктиром со стрелкой отмечен момент нарушения устойчивого состояния.

пунктирные кривые 2 и 2'. Они были получены при $n_0 = 10$, $n_c = 1$, $T_{cn} = 87.1$ К. Указанные температурные зависимости $n(T)$ приведены на вставке к рис. 1, а.

Результаты расчета, представленные на рис. 1, показывают, что токовая неустойчивость в рассматриваемом сверхпроводнике, охлаждаемом жидким гелием, является следствием его теплового перегрева, инициирующего переход от пузырькового режима кипения к пленочному. В этом случае перед возникновением неустойчивости наклон кривых $E(J)$ и $T(J)$ положителен ($\partial E/\partial J > 0$, $\partial T/\partial J > 0$). Поэтому с точки зрения формирования вольт-амперной и температурно-амперной характеристики сверхпроводника токовая неустойчивость начинает развиваться при их устойчивом нарастании. В то же время известно, что токовые неустойчивости в высоко-температурных сверхпроводниках могут возникать и при условии

$$\partial E/\partial J \rightarrow \infty. \quad (5)$$

Впервые оно было сформулировано в [13] для низкотемпературных сверхпроводников, охлаждаемых хладагентом с постоянным коэффициентом теплоотдачи. Условие (5) является следствием электродинамического механизма возникновения неустойчивых состояний в силу существования особой точки на вольт-амперной характеристике сверхпроводника с неограниченно большим значением дифференциального сопротивления в случаях, когда кризис кипения хладагента отсутствует. Она описывает границу между устойчивыми ($\partial E/\partial J > 0$, $\partial T/\partial J > 0$) и неустойчивыми ($\partial E/\partial J < 0$, $\partial T/\partial J < 0$) ветвями вольт-амперной и температурно-амперной характеристик сверхпроводника, рассчитанными в стационарном приближении при однородном распределении температуры и электрического поля по сечению сверхпроводника. При этом допустимое повышение температуры сверхпроводника, предшествующее возникновению неустойчивости, зависит не только от свойств хладагента, но и от свойств сверхпроводника [14].

В связи с этим возникает вопрос о возможности возникновения токовой неустойчивости в сверхпроводящих средах, охлаждаемых жидким хладагентом, которая может происходить до момента перехода от пузырькового режима кипения к пленочному и тем самым описывается условием (5). Для того чтобы на него ответить, найдем в рамках модели (1)–(3) температуру сверхпроводника перед возникновением неустойчивости, которая следует из условия (5). Отметим, что непосредственно воспользоваться данным условием математически трудно в силу существенной нелинейности системы (1)–(3). В то же время поставленная задача упростится, если от условия (5) перейти к условию неустойчивости, записанному в виде неравенства

$$\partial J/\partial T < 0. \quad (6)$$

Оно является следствием того, что условие (5), как отмечалось выше, разделяет вольт-амперную и темпе-

ратурно-амперную характеристики сверхпроводника на две области:

1) стабильную, которая удовлетворяет условиям $\partial E/\partial J > 0$, $\partial T/\partial J > 0$;

2) нестабильную, если $\partial E/\partial J < 0$, $\partial T/\partial J < 0$.

Исключая напряженность электрического поля из уравнений (1) и (2), нетрудно получить следующую связь между плотностью тока и температурой:

$$J(T) = \left[\frac{W(T)}{E_c} J_c^n(T) \right]^{\frac{1}{n+1}}, \quad W(T) = q(T)/a. \quad (7)$$

Тогда, принимая во внимание, что критическая плотность тока сверхпроводника и параметр нарастания его вольт-амперной характеристики уменьшаются с температурой, токовые режимы сверхпроводника будут неустойчивы, если, согласно (6) и (7), имеет место условие

$$\frac{n}{J_c} \left| \frac{dJ_c}{dT} \right| + \left| \frac{dn}{dT} \right| \ln \frac{J_c}{J} > \frac{1}{W} \frac{dW}{dT}. \quad (8)$$

Соответственно граница устойчивых состояний с учетом (7) будет определяться из решения уравнения

$$\frac{n}{J_c} \left| \frac{dJ_c}{dT} \right| + \frac{1}{n+1} \left| \frac{dn}{dT} \right| \ln \frac{E_c J_c}{W} = \frac{1}{W} \frac{dW}{dT}. \quad (9)$$

Критерии (8) или (9) позволяют непосредственно определить температуру сверхпроводника T_q перед возникновением токовой неустойчивости. В частности, найдем это значение, предполагая для простоты, что критическая плотность тока описывается линейной зависимостью вида

$$J_c(T) = J_{c0} \frac{T_{cB} - T}{T_{cB} - T_0}, \quad (10)$$

где J_{c0} и T_{cB} — заданные параметры сверхпроводника. Тогда, согласно (9), значение T_q следует из решения уравнения

$$\frac{1}{n(T_q) + 1} \left| \frac{dn}{dT} \right| \Big|_{T=T_q} \ln \frac{a E_c J_c(T_q)}{h_1 (T_q - T_0)^{\nu_1}} = \frac{\nu_1}{T_q - T_0} - \frac{n}{T_{cB} - T_q}.$$

В простейшем приближении $n = \text{const}$ значение T_q равно

$$T_q = T_0 + \frac{T_{cB} - T_0}{1 + n/\nu_1}. \quad (11)$$

Воспользуемся данным упрощенным решением и найдем условие, при котором токовая неустойчивость возникает в силу условия (5), а не из-за теплового перехода от режима пузырькового кипения к режиму пленочного кипения. Очевидно, что оно имеет место при $T_0 + \Delta T_{cr} > T_q$, т.е. при

$$\frac{n}{\nu_1} > \frac{T_{cB} - T_0}{\Delta T_{cr}} - 1. \quad (12)$$

Таблица 2.

n	10	20	30	40	50
ΔT , жидкий гелий	4.6	8.6	12.6	16.6	20.6
ΔT , жидкий водород	14.54	26.08	37.62	49.15	60.09
ΔT , жидкий азот	51.67	93.33	135	177	218

Таким образом, параметры сверхпроводника и хладагента связаны между собой нетривиальным соотношением, приводящим к различным механизмам возникновения неустойчивости токовых режимов в зависимости от разницы в скоростях нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника и теплового потока в хладагент.

Во-первых, из (12) следует, что при охлаждении сверхпроводника жидким криохладагентом существует характерное значение параметра нарастания его вольт-амперной характеристики, равное

$$n_v = \left(\frac{T_{cB} - T_0}{\Delta T_{cr}} - 1 \right) v_1.$$

При его превышении токовая неустойчивость будет происходить вследствие неограниченного нарастания дифференциального сопротивления сверхпроводника, а не из-за нарушения режима пузырькового кипения. При этом чем больше температура хладагента или ΔT_{cr} , а также меньше T_{cB} , тем при меньшем значении n возникновение токовой неустойчивости будет происходить до нарушения режима пузырькового кипения. И как следствие, в предельном случае, удовлетворяющем условию

$$\left(\frac{T_{cB} - T_0}{\Delta T_{cr}} - 1 \right) v_1 < 1,$$

токовая неустойчивость будет всегда возникать до кризиса кипения для всех $n > 1$.

Во-вторых, с увеличением температурного запаса сверхпроводника, равного $\Delta T = T_{cB} - T_0$, электродинамический механизм возникновения неустойчивости, т.е. выполнение критерия (5), при фиксированном значении ΔT_{cr} также оказывается наиболее вероятным. Воспользуемся условием (12) и оценим возможные значения ΔT , при которых неустойчивые состояния являются следствием условия (5), а не кризиса кипения.

Соответствующие зависимости ΔT как функции параметра нарастания n для различных типов хладагента приведены в табл. 2. Они были получены с учетом значений, представленных в табл. 1. Из табл. 2 следует, что возникновение токовой неустойчивости, удовлетворяющей условию (5), возможно даже при охлаждении высокотемпературного сверхпроводника жидким гелием. Однако подобные состояния могут иметь место в случаях, когда высокотемпературный сверхпроводник будет находиться в области высоких значений индукции внешнего магнитного поля. В то же время

в случаях охлаждения высокотемпературного сверхпроводника жидким азотом электродинамический механизм разрушения стабильных токовых режимов будет реализовываться в широком диапазоне варьирования внешнего магнитного поля. Более того, как будет показано ниже, для возникновения токовой неустойчивости из-за кризиса кипения жидкого азота значения $n(T)$ должны быть близкими к единице.

Для иллюстрации обсужденных закономерностей на рис. 2 и 3 представлены вольт-амперная и температурно-амперная характеристики, рассчитанные при протекании тока в пластине ($a = 10^{-2}$ см) из $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$, находящейся в постоянном внешнем магнитном поле $B = 1$ Т, и в пленке ($a = 5 \cdot 10^{-5}$ см) из $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, помещенной во внешнее магнитное поле $B = 5$ Т. Расчеты были выполнены как для режимов пузырькового, так и пленочного кипения при охлаждении $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$

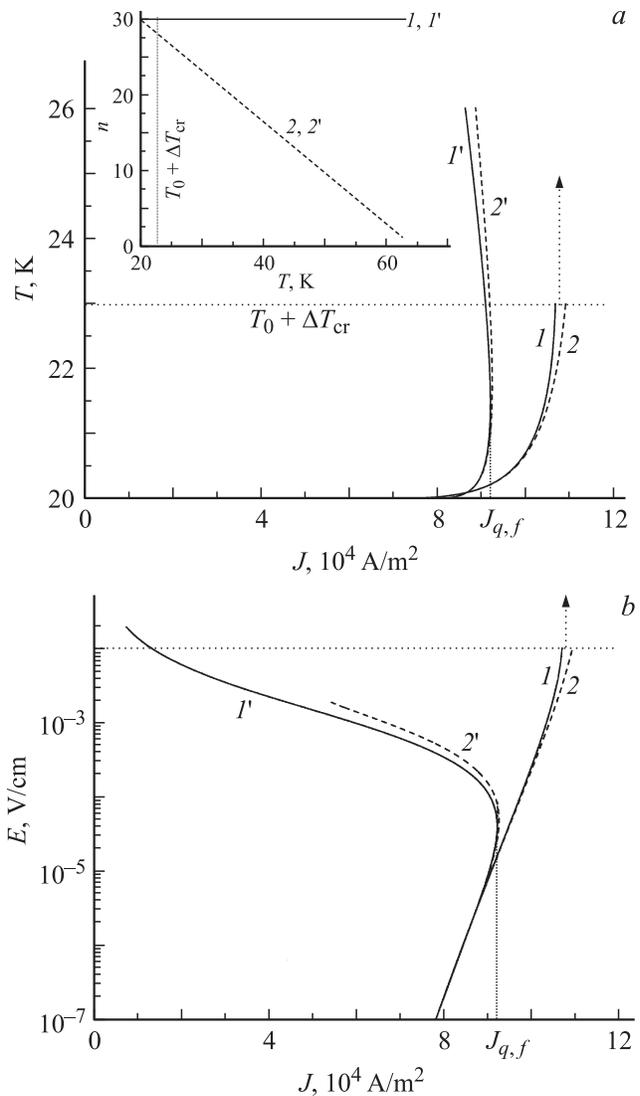


Рис. 2. Температурно-амперная (а) и вольт-амперная (б) характеристики $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ при его охлаждении жидким водородом: 1, 2 — пузырьковое кипение; 1', 2' — пленочное кипение.

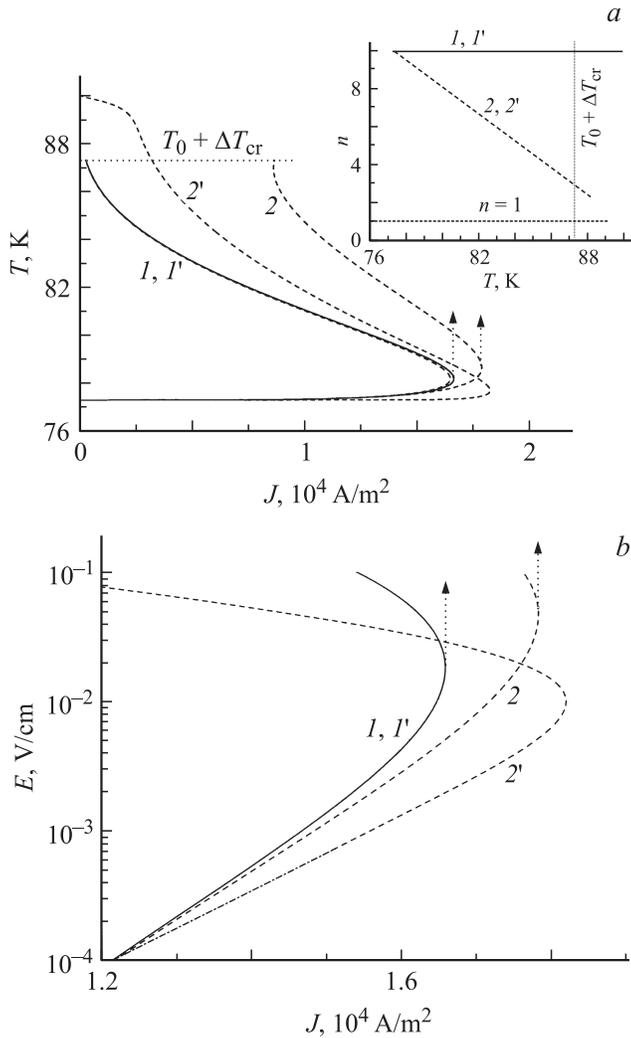


Рис. 3. Температурно-амперная (а) и вольт-амперная (б) характеристики $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ при его охлаждении жидким азотом: 1, 2 — пузырьковое кипение; 1', 2' — пленочное кипение.

жидким водородом, а $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ — жидким азотом. При этом изменение с температурой $n(T)$ определялось по формуле (4). В этом случае исходные параметры для $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ принимались равными $n_0 = n_c = 30$ (кривые 1 и 1') и $n_0 = 30$, $n_c = 1$ и $T_{cn} = 62.72$ К (кривые 2 и 2'), а для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ — $n_0 = n_c = 10$ (кривые 1 и 1') и $n_0 = 10$, $n_c = 1$ и $T_{cn} = 90$ К (кривые 2 и 2'). Соответствующие зависимости $n(T)$ изображены на вставках к рис. 2, а и 3, а. Зависимость J_c от температуры задавалась следующим образом. Критическая плотность тока $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ рассчитывалась по формуле (10), для которой значения J_{c0} и T_{cB} определялись из линейной интерполяции экспериментальных данных, приведенных в [15]. В результате при $B = 1$ Т и $E_c = 10^{-6}$ В/см они принимались равными $J_{c0} = 8.42 \cdot 10^4$ А/см² при $T_0 = 20$ К и $T_{cB} = 62.72$ К. Для $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ зависимость критической плотности

тока от температуры рассчитывалась по формуле

$$J_c(T, B) = J_0 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{1.5} B^{-0.62} (1 - B_{\text{irr}})^{2.27},$$

$$B_{\text{irr}} = 376.235 \exp(-0.048 T)$$

при $E_c = 2 \cdot 10^{-6}$ В/см, $J_0 = 2.8 \cdot 10^6$ А/см², $T_c = 90$ К согласно результатам, представленным в [16,17].

Как следует из рис. 2, токовая неустойчивость в $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ возникает при нарушении пузырькового режима охлаждения. Но при этом значение $T_q = 23.4$ К, вычисленное для рассматриваемого сверхпроводника по формуле (11) при $n = 30$, оказывается близким к соответствующему значению $T_0 + \Delta T_c$, равному 23 К. Поэтому перед возникновением неустойчивости кривые $E(J)$ и $T(J)$ имеют резко нарастающий характер в отличие от аналогичных кривых, приведенных на рис. 1. Следовательно, например, при дальнейшем увеличении индукции внешнего магнитного поля в силу соответствующего уменьшения T_{cB} у рассматриваемого сверхпроводника произойдет смена механизма возникновения неустойчивости, и нарушение стабильности введенного тока будет описываться условием (5).

В рассматриваемой сверхпроводящей пленке из $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$, охлаждаемой жидким азотом, неустойчивость, согласно критериям (8) и (12), возникает задолго до нарушения пузырькового режима кипения как в случае постоянного значения показателя нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника, так и при его уменьшении с температурой (рис. 3). Оценим в приближении $n = \text{const}$ значение n , когда при охлаждении высокотемпературных сверхпроводников жидким азотом нарушение стабильности введенных токов будет происходить в силу неограниченного роста дифференциального сопротивления сверхпроводника. Полагая $T_{cB} - T_0 \sim 20$ К, из (12) найдем, что при $n > 2.4$ токовые неустойчивости в высокотемпературных сверхпроводниках, охлаждаемых жидким азотом, будут возникать до кризиса кипения хладагента. Между тем известно, что у высокотемпературных сверхпроводников, охлаждаемых жидким азотом, значения n с увеличением температуры сверхпроводника могут приближаться к единице [15]. Поэтому, как следует из сопоставления результатов, представленных на рис. 1–3, в этих случаях необходимо учитывать характер уменьшения с температурой их значений n , поскольку величина ΔT_{cr} для жидкого азота намного выше, чем соответствующие значения для гелия или водорода. В целом при заметном допустимом изменении температуры сверхпроводника, которое может приводить к уменьшению значений $J_c(T)$ и $n(T)$, для определения механизма возникновения токовой неустойчивости следует использовать более общие критерии — (8) или (9).

Отметим также характерную закономерность, которая будет наблюдаться при формировании теплоэлектродинамических состояний сверхпроводников $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$

и $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$, охлаждаемых жидким гелием и водородом. Из зависимости $E(J)$, полученные в предположении существования только пленочного режима кипения, формально имеют как стабильный ($\partial E/\partial J > 0$) так и нестабильный ($\partial E/\partial J < 0$) участки (рис. 1, 2). Граница между ними удовлетворяет условию (5) при $J \rightarrow J_{q,f}$. (Данный ток приведен на рис. 1, 2 для случая $n = \text{const}$). В результате существующий вблизи тока $J_{q,f}$ дополнительный стабильный участок ($J \leq J_{q,f}$) будет приводить к многозначным значениям критических энергий [18], определяющим устойчивость сверхпроводника по отношению к внешним тепловым возмущениям. А именно при $J \leq J_{q,f}$ тепловыделения от внешнего источника тепла могут инициировать два стабильных состояния, которые являются следствием как пузырькового режима кипения, так и пленочного. В последнем случае, как следует из рис. 1 и 2, стабильный перегрев сверхпроводника в диапазоне токов, близких к $J_{q,f}$, может быть весьма заметным.

Обсужденные выше результаты и выписанные критерии были получены в рамках упрощающего предположения о пространственной однородности теплоэлектродинамических состояний сверхпроводника. Из простейших соображений ясно, что они справедливы при $ha/\lambda \ll 1$. Здесь λ — коэффициент теплопроводности сверхпроводника. При нарушении данного условия проблема должна быть решена с учетом размерного эффекта, т.е. с учетом неоднородного распределения температуры по сечению сверхпроводника. Обсудим его возможное влияние на условия возникновения токовой неустойчивости в рассмотренных выше сверхпроводниках на основе висмута. (Нетрудно оценить, что для рассмотренного $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ сверхпроводника размерный эффект несуществен вследствие малости его толщины).

Будем искать предельно допустимое значение тока, устойчиво протекающего по сверхпроводнику, на основании решения следующей системы одномерных стационарных уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial x} \lambda(T) \frac{\partial T}{\partial x} + EJ = 0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = 0 \quad (14)$$

с граничными условиями

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial x}(a, t) = -q(T), \quad (15)$$

$$\frac{\partial E}{\partial x}(0, t) = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial x}(a, t) = 0. \quad (16)$$

При этом для описания вольт-амперной характеристики и температурной зависимости критической плотности тока сверхпроводников будем использовать ранее приведенные соотношения, а температурные зависимости

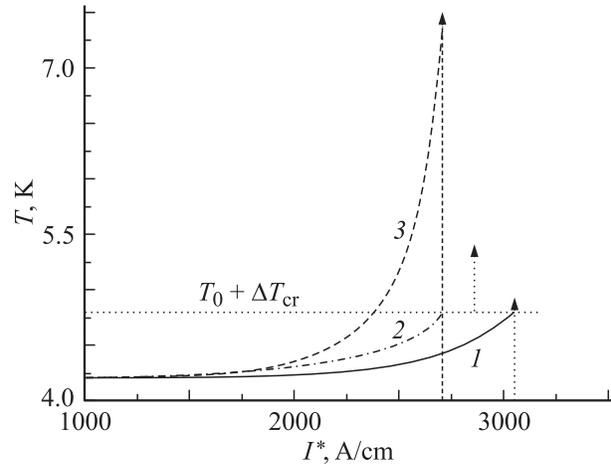


Рис. 4. Зависимость температуры $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ ($a = 10^{-2}$ см), охлаждаемого жидким гелием, от приведенного тока ($I^* = J \times a$): 1 — нульмерное приближение; 2, 3 — одномерное приближение (2 — $T(a)$, 3 — $T(0)$).

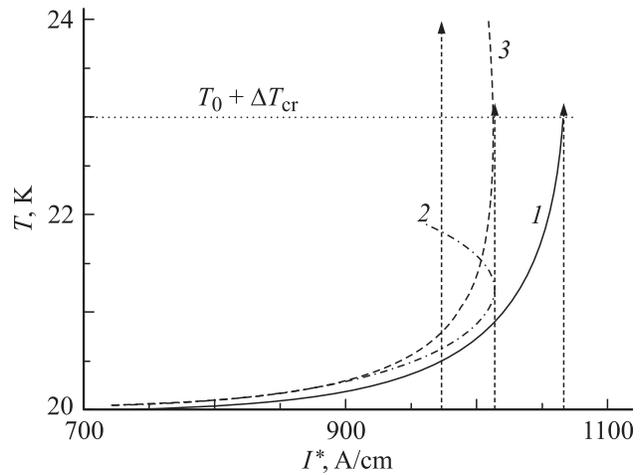


Рис. 5. Зависимость температуры $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ ($a = 10^{-2}$ см), охлаждаемого жидким водородом, от приведенного тока ($I^* = J \times a$): 1 — нульмерное приближение; 2, 3 — одномерное приближение (2 — $T(a)$, 3 — $T(0)$).

коэффициента теплопроводности зададим в виде

$$\lambda(T) = -1.234 \cdot 10^{-5} + 1.654 \cdot 10^{-4}T + 4.608 \cdot 10^{-6}T^2 - 1.127 \cdot 10^{-7}T^3 + 6.061 \cdot 10^{-10}T^4 \left[\frac{\text{W}}{\text{cm} \cdot \text{K}} \right]$$

для $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$, согласно [19], и

$$\lambda(T) = 2 \cdot 10^{-4}T \left[\frac{\text{W}}{\text{cm} \cdot \text{K}} \right]$$

для $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$, согласно [20].

На рис. 4 и 5 изображены температурно-амперные характеристики $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_8$ и $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$, численно рассчитанные при $n_0 = n_c = 10$ и 30 соответ-

ственно. Приведенные кривые были вычислены для режима пузырькового кипения как без учета размерного эффекта (кривые 1), так и с его учетом (кривые 2, 3). Представленные результаты показывают, что в случае охлаждения рассматриваемого сверхпроводника жидким гелием токовая неустойчивость возникает в силу ухудшения условий теплоотдачи даже несмотря на существенно неоднородное распределение температуры по сечению сверхпроводника, в результате которого перед возникновением неустойчивости температура центральной области сверхпроводника оказывается заметно выше температуры поверхности.

Однако следует обратить внимание на отличие в характере нарастания температурно-амперных зависимостей, рассчитанных в нулевом и одномерном приближениях (рис. 4). Видно, что наклон кривой 1, полученной в рамках нульмерной модели, меньше наклона кривых 2 и 3, которые были вычислены с учетом неоднородного распределения температуры по сечению сверхпроводника. Данная особенность является следствием размерного эффекта: пространственно неоднородный характер формирования температурного поля сопровождается более резким нарастанием температуры сверхпроводника по сравнению с соответствующим изменением однородного температурного поля. Это наиболее заметно перед кризисом кипения, когда кривые 2 и 3 начинают быстро возрастать в отличие от кривой 1. Очевидно, соответствующее отличие между нульмерным и одномерным приближением имеет место и при формировании электрического поля. Поэтому при последующем увеличении поперечного размера у рассматриваемого $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_3\text{O}_8$ сверхпроводника вместо теплового механизма возникновения в нем токовой неустойчивости возможен электродинамический механизм разрушения устойчивого состояния, описываемый условием (5). Подобное влияние размерного эффекта на условия стабильности введенного тока также зависит от типа хладагента. Это следует из рис. 5. В результате, если в рамках нульмерной модели токовая неустойчивость в $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$, охлаждаемого жидким водородом, является следствием теплового перегрева сверхпроводника выше температуры $T_0 + \Delta T_{\text{cr}}$, то, согласно одномерному приближению, она возникает до нарушения пузырькового режима кипения. В этом случае температурно-амперные характеристики $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$, рассчитанные как на поверхности сверхпроводника, так и в его центральной части, имеют характерные ветви: устойчивую ($\partial T/\partial I^* > 0$) и неустойчивую ($\partial T/\partial I^* < 0$). Значит, адекватность описания механизмов возникновения токовой неустойчивости в высокотемпературных сверхпроводниках, охлаждаемых жидкими хладагентами, зависит от пространственной однородности температурного поля, индуцированного в сверхпроводнике введенным током. Более того, представленные на рис. 4, 5 результаты показывают, что учет размерного эффекта приводит к уменьшению диапазона стабильно вводимых токов как при охлаждении сверхпроводника жидким гелием,

так и жидким водородом. Однако обсуждение данной закономерности выходит за рамки настоящей работы и требует отдельного изложения.

Таким образом, механизмами возникновения токовой неустойчивости в высокотемпературных сверхпроводниках, охлаждаемых жидким хладагентом, могут быть как тривиальный перегрев поверхности сверхпроводника выше температуры перехода от режима пузырькового кипения к режиму пленочного кипения, так и возникновение на вольт-амперной характеристике неустойчивой ветви даже при соблюдении условий пузырькового режима охлаждения.

Выписанные критерии позволяют оценить действие каждого из отмеченных механизмов в зависимости от свойств сверхпроводника и хладагента. Они показывают, что с уменьшением показателя нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника, охлаждаемого каким-либо жидким криохладагентом, вероятность теплового механизма возникновения токовой неустойчивости, т.е. влияние кризиса кипения на устойчивость электродинамических состояний высокотемпературного сверхпроводника, повышается. Тепловой механизм возникновения токовой неустойчивости также наиболее характерен для высокотемпературных сверхпроводников, охлаждаемых жидкими хладагентами с пониженной рабочей температурой и прежде всего при их охлаждении жидким гелием. В то же время при использовании в качестве хладагента жидкого азота кризис кипения будет приводить к неустойчивым токовым состояниям только тогда, когда значения показателя нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника уменьшаются до минимально возможных значений ($n \sim 1$). При этом анализ условий стабильности теплоэлектродинамических состояний сверхпроводников, охлаждаемых жидким азотом, должен учитывать характер уменьшения с температурой параметра нарастания вольт-амперной характеристики сверхпроводника.

Работа выполнена в рамках проекта № 07-08-00036-а Российского фонда фундаментальных исследований.

Список литературы

- [1] Okada M. // IEEE Trans. on Appl. Supercond. 2000. Vol. 10. N 1. P. 462.
- [2] Watanabe K., Motokawa M. // IEEE Trans. on Appl. Supercond. 2000. Vol. 10. N 1. P. 489.
- [3] Альтов В.А., Зенкевич В.Б., Кремлев М.Г., Сычев В.В. Стабилизация сверхпроводящих магнитных систем. М.: Энергоатомиздат, 1984. 312 с.
- [4] Уилсон М. Сверхпроводящие магниты. М.: Мир, 1985. 407 с.
- [5] Гуревич А.В., Милиц Р.Г., Рахманов А.Л. Физика композитных сверхпроводников. М.: Наука, 1987. 240 с.
- [6] Wetzko M., Zahn M., Reiss H. // Cryogenics. 1995. Vol. 35. N 1. P. 375.

- [7] *Lehtonen J., Risto Mikkonen R., Paasi J.* // *Physica C.* 1998. Vol. 310. N 1–4. P. 340.
- [8] *Majoros M., Glowacki B.A., Campbell A.M.* // *Physica C.* 2002. Vol. 372–376. Pt 2. P. 919.
- [9] *Brentari E.G., Smith R.V.* // *Adv. Cryo. Engn.* 1965. Vol. 10. P. 325.
- [10] *Kiss T., Vysotsky V.S., Yuge H.* et al. // *Physica C.* 1998. Vol. 310. N 1–4. P. 372.
- [11] *Rakhmanov A.L., Vysotsky V.S., Ilyin Yu.A.* et al. // *Cryogenics.* 2000. Vol. 40. N 1. P. 19.
- [12] *Bottura L.* // Note-CRYO/02/027, CryoSoft Library, CERN, 2002.
- [13] *Polak M., Hlasnik I., Krempasky L.* // *Cryogenics.* 1973. Vol. 13. N 12. P. 702.
- [14] *Романовский В.Р.* // *ЖТФ.* 2003. Т. 73. Вып. 1. С. 55.
- [15] *Kiss T., Inoue M., Kuga T.* et al. // *Physica C.* 2003. Vol. 392–396. Pt 2. P. 1053.
- [16] *Awaji S., Watanabe K., Kobayashi N.* et al. // *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 1996. Vol. 32. N 4. P. 2776.
- [17] *Awaji S., Watanabe K.* // *Jpn. J. Appl. Phys.* 2001. Vol. 40. Pt 2. N 10A. P. L1022.
- [18] *Romanovskii V.R., Watanabe K.* // *Supercond. Sci. Technol.* 2005. Vol. 18. N 4. P. 407.
- [19] *Herrman P.F., Albrecht C., Bock J.* et al. // *IEEE Trans. Appl. Supercond.* 1993. Vol. 3. N 1. P. 876.
- [20] *Uher C.* // *J. of Supercond. and Novel Magnetism.* 1990. Vol. 3. N 3. P. 337.