

## Исследование систем на основе энтропийных и информационных характеристик

© В.Л. Лазарев

Санкт-Петербургский государственный университет низкотемпературных и пищевых технологий,  
191002 Санкт-Петербург, Россия  
e-mail: holod25@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 7 апреля 2009 г.)

Представлен подход к исследованию различных систем на основе понятий энтропийных потенциалов их параметров. Любые состояния систем предлагается количественно описывать значениями энтропийных потенциалов соответствующих параметров. При таком подходе анализируемые состояния и эволюционные процессы систем удастся отобразить в пространство координат „информационного поля“ системы, что позволяет упростить процедуры решения ряда практических задач.

### Введение

Состояние любой системы характеризуется наличием различных по своей природе и проявлению случайных воздействий, порождающих неопределенность значений ее параметров. С другой стороны, даже для системы, находящейся в стационарном детерминированном режиме, с позиции стороннего наблюдателя, проявление тех или иных значений ее параметров может трактоваться как стационарный случайный процесс, также характеризующийся определенными значениями их состояний неопределенности. Эти обстоятельства обуславливают возможность и целесообразность применения вероятностных и нечетких подходов к исследованию систем и принятию решений по управлению ими [1–3]. Сказанное относится к проблемам исследования не только технических систем, но и других типов систем различной природы: социальных, экономических, экологических, биологических и др.

Одним из перспективных направлений исследований различных систем является подход, основанный на анализе изменений энтропии параметров и динамики информационных процессов, порождаемых изменением состояний системы. В настоящее время ввиду актуальности этого направления исследований ведутся интенсивные поиски и разработки таких подходов [4–7]. Однако внедрение существующих теоретических разработок сдерживается отсутствием удобных вычислительных алгоритмов и методик по их применению на практике. Преодоление этого препятствия позволит получить новый инструмент для исследования систем.

Ниже рассматриваются идеи и методы исследования систем на основе энтропийных моделей и с использованием методов теории энтропийных потенциалов. Такой подход имеет перспективы дальнейшего развития и практического приложения.

### Постановка задачи. Основные положения и определения

В предлагаемом подходе моделирование системы по рассматриваемому параметру  $x$  осуществляется с помощью отображения множества его варьируемых значений  $X$  в неслучайную функцию комплексного энтропийного потенциала (КЭП)  $L_{\Delta}$ . Вариации значений параметра могут иметь место как в пространстве, так и во времени. При этом для стороннего наблюдателя это множество может являться случайным. Выражение для  $L_{\Delta}$  имеет вид [8]:

$$L_{\Delta} = \frac{\Delta_e}{X_n} = \frac{K_e \sigma}{X_n}, \quad (1)$$

где  $\Delta_e$  — энтропийный потенциал параметра, определяемый как половина диапазона равномерного распределения ( $2\Delta_e$ ) с одинаковой плотностью распределения вероятности  $p = 1/(2\Delta_e)$  в этом диапазоне, имеющего такую же вероятностную или информационную энтропию  $H(x)$ , что и закон распределения рассматриваемого параметра (не следует путать с термодинамической энтропией, которая характеризует направленность процессов теплообмена и в данной работе не используется).  $X_n$  — базовое значение параметра, на фоне которого рассматривается состояние системы. В качестве базового значения могут быть выбраны математическое ожидание параметра, диапазон его изменения, предельное или какое-либо номинальное значение. При таком определении величина энтропийного потенциала является обобщенной и унифицированной, на базе закона равномерной плотности, характеристикой состояния неопределенности параметра с любым другим законом распределения. Ее размерность совпадает с размерностью параметра, и она однозначно выражается через его энтропию  $H(x)$

следующим образом [9,10]:

$$\Delta_e = \frac{1}{2} e^{H(x)} = \frac{1}{2} e^{-\int_{-\infty}^{\infty} p(x) \ln p(x) dx}, \quad (2)$$

где  $p(x)$  — плотность распределения вероятности (закон распределения) значений параметра.

С другой стороны, величина  $\Delta_e$  может быть выражена через вероятностные характеристики параметра в виде [9,10]

$$\Delta_e = K_e \sigma, \quad (3)$$

где  $K_e$  — энтропийный коэффициент, характеризующий дестабилизирующие свойства закона распределения параметра, неопределенность в предсказуемости его значений в зависимости от вида этого закона,  $0 \leq K_e \leq 2.066$ . Максимальное значение  $K_e = 2.066$  имеет нормальный закон распределения, характеризующийся „наихудшей предсказуемостью“ проявлений тех или иных значений параметра относительно других законов. Рекомендации и методики определения значения  $K_e$  для различных ситуаций, законов распределений и их композиций приведены, например, в работах [9–11]. Там же приведены численные значения  $K_e$  для ряда законов.  $\sigma$  — величина среднего квадратического отклонения параметра (СКО).

Возможность выражения величины  $\Delta_e$  через вышеупомянутые характеристики рассеяния является одним из достоинств ее практического использования при описании состояний неопределенности. Для вычисления этой величины зачастую требуется гораздо меньший объем экспериментальных данных и вычислительных ресурсов, чем для вычисления соответствующего значения энтропии. Минимальный объем данных необходим для вычисления СКО, а значения  $K_e$  во многих случаях могут быть определены аналитически, исходя из физического смысла, на основании аналогий с подобными явлениями и др.

Частным аналогом понятия энтропийного потенциала является понятие энтропийного значения погрешности [9]. Увеличение  $\Delta_e$  свидетельствует о возрастании уровня состояния неопределенности параметра, и наоборот.

В отличие от величины  $\Delta_e$  величина  $L_\Delta$  является безразмерной, что позволяет использовать ее в качестве критерия энтропийного подобия при сравнении состояний неопределенности различных систем.

Следует отметить, что если  $X_n = \text{const}$ , то величина  $L_\Delta$  будет являться масштабным изображением энтропийного потенциала. Перспективы и возможности использования этого понятия для организации мониторинга и управления в различных системах, особенно в условиях неопределенности, рассмотрены в [8,10]. Если принять также  $K_e = \text{const}$ , что соответствует пренебрежению изменениями законов распределения параметров на различных этапах существования системы и аппроксимации их каким-либо одним законом (например, законом равномерной плотности с  $K_e = 1.73$ ), то  $L_\Delta$  вырождается в

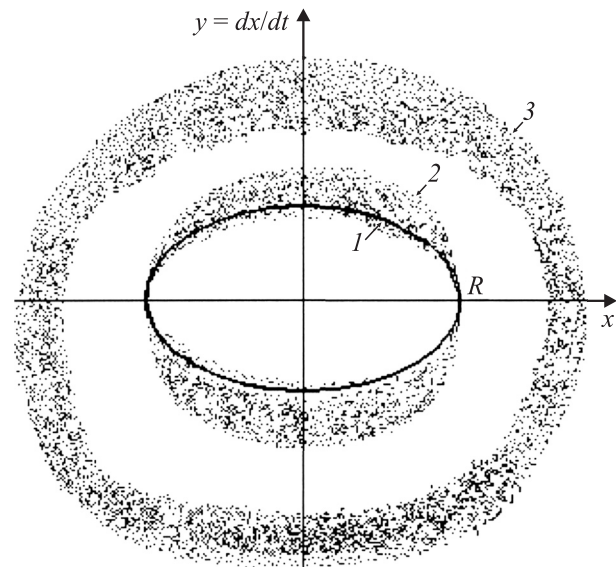
масштабное изображение величины СКО. В этом случае технологии моделирования и исследования эволюции систем на основе методов теории энтропийных потенциалов сведутся к классическим моделям и технологиям, основанным на использовании методов дисперсионного анализа.

Увеличение модуля КЭП,  $|L_\Delta|$ , свидетельствует о возрастании уровня состояния неопределенности параметра и наоборот ( $L_\Delta$  может принимать отрицательные значения в случаях, когда базовое значение  $X_n$  является отрицательным, так как величины  $K_e$  и  $\sigma$  являются неотрицательными).

Проиллюстрируем изложенный подход следующими примерами.

Рассмотрим вращение точки  $N$  на плоскости. В первом случае будем считать, что  $R$  — расстояние от оси вращения до точки  $N$  и  $\omega$  — угловая скорость — постоянны. Комплексная модель этого динамического процесса во времени  $t$ , будет иметь вид  $z = R \exp(j \cdot \omega t)$ , а векторная —  $y = R \sin(\omega t)$ . Соответствующая этому процессу фазовая траектория на фазовой плоскости в системе координат  $x, y = dx/dt$  будет представлять собой эллипс (кривая 1 на рис. 1).

Это же движение с позиции стороннего наблюдателя, не имеющего аналитического описания этого процесса, можно представить совокупностью проекций точки  $N$  на какую-либо ось (например,  $X$ ), являющихся случайными величинами с соответствующим уровнем непредсказуемости или неопределенности. Рассеяние этих величин будет характеризоваться арксинусоидальным законом распределения с  $K_e = 1.11$  и  $\sigma = R/\sqrt{2}$ . Этой ситуации соответствует точка 1 на энтропийной плоскости (в системе координат  $\sigma - K_e$ ) на рис. 2. В геометрической ин-



**Рис. 1.** Фазовый портрет системы: 1 — детерминированный режим вращения; 2 — режим вращения с одной нечеткой переменной —  $\omega$ ; 3 — режим вращения с двумя нечеткими переменными —  $\omega$  и  $R$ .

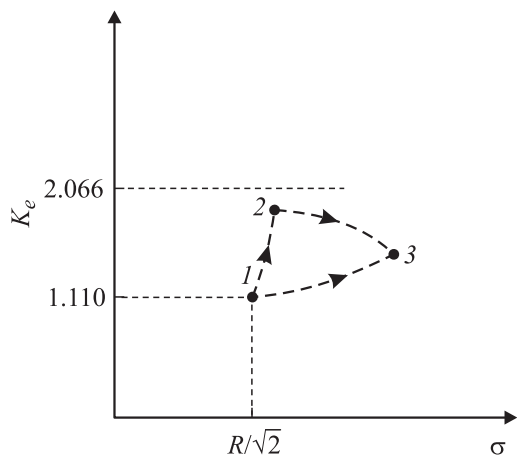


Рис. 2. Энтропийный портрет системы.

терпретации значение соответствующего энтропийного потенциала  $\Delta_e$  будет равно площади прямоугольника со сторонами  $\sigma$  и  $K_e$ .

Теперь рассмотрим случай когда  $\omega$  — угловая скорость — является случайной величиной. Такая ситуация встречается довольно часто в различных практических задачах и связана, например, с изменениями нагрузочных моментов на валах двигателей. Подобные задачи возникают при исследовании кавитации на лопастях гребных винтов с регулируемым шагом в условиях интенсивного волнения и др. В качестве точки  $N$  может рассматриваться точка на поверхности лопасти, где разрушение поверхности происходит наиболее интенсивно. В этом случае использование вышеупомянутых аналитических моделей для описания такого движения оказывается затруднительным, так как в них появляется нечеткая, или „размытая“, переменная —  $\omega$ . Соответствующий фазовый портрет также оказывается „размытым“ и представляется в виде полосы переменной ширины с выраженной неявно границей (полоса 2 на рис. 1). Причем процедура его построения существующими методами (например, методом изоклин) потребует больших трудозатрат, чем в первоначальном варианте. Применение методов интервальной логики также оказывается не всегда эффективным. Достаточно просто и наглядно эта ситуация будет характеризоваться изменением энтропийного потенциала. Очевидно, что произойдет изменение закона распределения параметра (наиболее вероятно, что возрастет уровень его непредсказуемости, а следовательно, и значение его энтропийного коэффициента) и возможно незначительное изменение значения величины  $\sigma$ . Динамика точки  $N$  в таком установившемся случайном режиме будет характеризоваться точкой 2 на энтропийной плоскости (рис. 2) с соответствующей величиной энтропийного потенциала. Пунктиром показана возможная энтропийная траектория перехода в это состояние из детерминированного режима.

Теперь рассмотрим общий случай, когда  $\omega$  и  $R$  являются случайными величинами, что также характерно

для многих практических задач. Наличие двух нечетких переменных еще больше усложняет использование аналитических моделей, а на соответствующем фазовом портрете появится дополнительная составляющая „размытости“, что делает его еще менее информативным (полоса 3 на рис. 1). Наглядность энтропийного портрета остается прежней. Нахождение системы в новом динамическом режиме будет характеризоваться новыми значениями  $\Delta_e$ ,  $K_e$  и  $\sigma$ , чему соответствует точка 3 на рис. 2. Пунктирными линиями показаны возможные траектории перехода в это состояние из предыдущих режимов.

Переход к величине комплексного энтропийного потенциала  $L_\Delta$  позволяет получить безразмерную характеристику динамического процесса. При этом различные явления могут оказаться подобными. Так, например, динамика какой-либо планеты, вращающейся вокруг своей звезды, по величине  $L_\Delta$  может оказаться сравнимой с динамикой электрона на орбите какого-либо атома. Таким же образом можно исследовать изменения движений этих объектов вследствие различных возмущений: столкновения планеты с астероидом или изменение орбиты электрона при получении квантов энергии.

Следует отметить, что с использованием изложенного подхода можно исследовать не только динамику вращательного или колебательного движения. Используя понятия величин энтропийных потенциалов, можно исследовать динамику любых объектов, например, газовых и жидкостных потоков. В этом случае необходимо рассматривать проекции перемещений какой-либо частицы, находящейся в потоке, на оси, лежащие в плоскости, перпендикулярной направлению потока. Можно анализировать перемещение и в продольном направлении, только в этом случае необходимо рассматривать проекции скоростей на это направление или проекцию хаотической составляющей поступательного движения. При таком подходе увеличение модуля величины  $L_\Delta$  будет характеризовать тенденцию возрастания уровня турбулентности потока, и наоборот. Здесь величина комплексного энтропийного потенциала может являться альтернативой критерия Рейнольдса ( $Re$ ).

## Моделирование и исследование систем в пространстве энтропийных потенциалов. Особенности приложений на практике

Состояние неопределенности каждого из рассматриваемых параметров системы, обусловленное особенностями ее существования, будет характеризоваться положением изображающей точки в трехмерной декартовой системе координат:  $\sigma - K_e - X_n$ . Такую систему координат можно рассматривать как частный случай фазового пространства. Отображение множеств случайных величин во множество точек этого пространства является сюръекцией, так как различные множества случайных

величин с различными законами распределений могут иметь одинаковый энтропийный потенциал.

Условия  $L_{\Delta} = C_j = \text{const}$  ( $j \in J$ ), соответствующие различным уровням состояний неопределенности системы, разбивают исходное множество точек трехмерного пространства на классы непересекающихся подмножеств точек  $M_{(\sigma, K, X)}^{(j)}$ , лежащих на одной поверхности постоянного комплексного энтропийного потенциала — изотропной поверхности. Доказательство этого утверждения оформим в виде следующей теоремы.

**Теорема 1.** Изотропные поверхности не имеют точек пересечения.

Доказательство проведем методом от противного. Предположим, что какие-либо две изотропные поверхности  $L_{\Delta_1} = \text{const}$  и  $L_{\Delta_2} = \text{const}$  ( $L_{\Delta_1} \neq L_{\Delta_2}$ ) пересекаются в какой-либо точке  $K$ . Тогда в этой ситуации имеет место равенство  $L_{\Delta_1} = L_{\Delta_2}$ . Получили противоречие. Что и требовалось доказать.

Очевидно, что перемещение изображающей точки по изотропной поверхности, соответствующее изменению состояния системы по причине ее эволюции под действием каких-либо факторов или реализации какого-либо управления, свидетельствует о неизменности степени ее состояния неопределенности в комплексе. Уменьшению степени состояния неопределенности объекта или системы будет соответствовать переход изображающей точки на другую изотропную поверхность с меньшим значением  $L_{\Delta}$ , и наоборот. Все множество величин комплексных энтропийных потенциалов  $M_{(\sigma, K, X)}$  может быть представлено как объединение всех классов подмножеств точек изотропных поверхностей

$$M_{(\sigma, K, X)} = \bigcup_{(j \in J)} M_{(\sigma, K, X)}^{(j)}. \quad (4)$$

Условие  $X_n = \text{const}$  в геометрической интерпретации соответствует сечению семейства изотропных поверхностей соответствующей плоскостью. В результате образуется семейство кривых — изотроп — в плоской системе координат  $\sigma - K_e$ , соответствующих условию  $\Delta_{e_j} = C_j = \text{const}$ .

Используя понятия энтропийных потенциалов, можно количественно охарактеризовать изменение состояния системы по рассматриваемому параметру  $x$  на каждом отдельном этапе эволюции по ее „информационному следу“. Вывод и доказательство этого положения оформим в виде следующей теоремы.

**Теорема 2.** Пусть  $L_{\Delta_1}$  и  $\Delta_{e_1}$  — исходные величины энтропийных потенциалов системы в начале рассматриваемого этапа;  $L_{\Delta_2}$  и  $\Delta_{e_2}$  — конечные величины энтропийных потенциалов системы в конце этапа. Тогда количество информации  $I$ , порожденное изменением состояния неопределенности системы на данном этапе, инвариантно относительно соответствующих базовых значений параметра  $X_{n1}$  и  $X_{n2}$  и равно  $I = \ln(\Delta_{e1}/\Delta_{e2})$ .

Доказательство. Определим приращение величины комплексного энтропийного потенциала системы на

данном этапе и выразим величины  $\Delta_{e1}$  и  $\Delta_{e2}$  через соответствующие им значения энтропий  $H_1(x)$  и  $H_2(x)$  из выражения (2). В результате получим

$$\begin{aligned} L_{\Delta_1} - L_{\Delta_2} &= \frac{\Delta_{e1}}{X_{n1}} - \frac{\Delta_{e2}}{X_{n2}} = \frac{\Delta_{e1}X_{n2} - \Delta_{e2}X_{n1}}{X_{n1}X_{n2}} \\ &= \frac{\Delta_{e2}X_{n1}}{X_{n1}X_{n2}} \left( \frac{\Delta_{e1}X_{n2}}{\Delta_{e2}X_{n1}} - 1 \right) = L_{\Delta_2} \left( \frac{X_{n2}}{X_{n1}} e^{H_1(x) - H_2(x)} - 1 \right) \\ &= L_{\Delta_2} \left( \frac{X_{n2}}{X_{n1}} e^I - 1 \right). \end{aligned} \quad (5)$$

В выражении (5) величина  $I = H_1(x) - H_2(x)$  является мерой количества информации, порожденной изменением состояния неопределенности системы, ее „информационным следом“ на данном этапе. Из выражения (5) следует

$$L_{\Delta_1} - L_{\Delta_2} = L_{\Delta_2} \left( \frac{X_{n2}}{X_{n1}} e^I - 1 \right),$$

или

$$\frac{L_{\Delta_1}}{L_{\Delta_2}} = \frac{X_{n2}}{X_{n1}} e^I,$$

или

$$\frac{\Delta_{e1}X_{n2}}{X_{n1}\Delta_{e2}} = \frac{X_{n2}}{X_{n1}} e^I.$$

Откуда следует

$$I = \ln \frac{\Delta_{e1}}{\Delta_{e2}}. \quad (6)$$

Что и требовалось доказать.

Полученный результат (6) можно развить для удобства практического использования, выразив величины энтропийных потенциалов через соответствующие характеристики рассеяния в соответствии с выражением (3)

$$I = \ln \frac{\Delta_{e1}}{\Delta_{e2}} = \ln \frac{K_{e1}\sigma_1}{K_{e2}\sigma_2} = \ln k_{ke} + \ln \frac{\sigma_1}{\sigma_2}, \quad (7)$$

где  $k_{ke} = \frac{K_{e1}}{K_{e2}}$  — коэффициент преобразования закона распределения параметра. Коэффициент  $k_{ke}$  является одним из понятий теории энтропийных потенциалов, в работе [10] имеются рекомендации по его определению. Значения  $k_{ke}$  в ряде случаев могут быть определены теоретически, исходя из физического смысла с использованием аналогий и др., а для некоторых типовых ситуаций могут быть вычислены заранее и табулированы. Строго говоря, величина  $k_{ke}$  характеризует статистический режим трансформации закона распределения параметра. Динамика такого процесса будет описываться соответствующим дифференциальным уравнением или передаточной функцией —  $W_k(p)$ . Поэтому в общем случае величина  $k_{ke}$ , например, может быть определена из передаточной функции в виде:  $k_{ke} = W_{ke}(p)I_{p=0} = W_{ke}(0)$ . Полученная модель учитывает трансформацию закона распределения параметра в исследуемом процессе, что позволяет повысить эффективность его мониторинга и организации управления.

Изменение величины  $L_\Delta$  для каждого этапа можно оценить по величине дифференциала комплексного энтропийного потенциала  $dL_\Delta$

$$dL_\Delta = \frac{K_e d\sigma}{X_n} + \frac{\sigma dK_e}{X_n} - \frac{K_e \sigma dX_n}{X_n^2} = \frac{(K_e d\sigma + \sigma dK_e - \frac{K_e \sigma dX_n}{X_n})}{X_n} \\ = \frac{K_e d\sigma + \sigma dK_e - K_e \sigma d(\ln X_n)}{X_n} = \frac{(d\Delta_e - \Delta_e d(\ln X_n))}{X_n}. \quad (8)$$

С использованием выражения (8) представляется возможным сформулировать положение о неизменности состояния неопределенности системы в результате ее эволюции или реализации какого-либо этапа управления из условия  $dL_\Delta = 0$ . Очевидно, что это условие в геометрической интерпретации описывает перемещение изображающей точки по изотропной поверхности. В результате получим

$$K_e d\sigma + \sigma dK_e - K_e \sigma d(\ln X_n) = 0. \quad (9)$$

В выражении (9) величина дифференциала  $dK_e$  характеризует изменение энтропийных или „дестабилизационных“ свойств закона распределения параметра;  $d\sigma$  — изменение величины СКО параметра;  $d(\ln X_n)$  — изменение величины базового значения параметра в логарифмическом масштабе.

Используя выражение энтропийного потенциала через характеристики рассеяния, то же положение (9) можно привести к виду

$$d\Delta_e - \Delta_e d(\ln X_n) = 0; \quad \frac{d\Delta_e}{\Delta_e} = d(\ln X_n) = \frac{dX_n}{X_n}. \quad (10)$$

Из выражения (10) следует, что для нахождения изображающей точки на изотропной поверхности, т. е. для обеспечения постоянного уровня неопределенности системы, необходимо, чтобы относительное изменение величины энтропийного потенциала равнялось относительному изменению базового значения.

В ряде задач, когда существуют допускающие дифференцирование аналитические зависимости для входящих в выражение (1) величин  $\sigma$ ,  $K_e$  и  $X_n$  от варьируемых параметров системы  $y_j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ), величина  $dL_\Delta$  может быть определена из выражения

$$dL_\Delta = \frac{\sigma dK_e}{X_n} + \frac{K_e d\sigma}{X_n} - \frac{K_e \sigma dX_n}{X_n^2} = \frac{\sigma}{X_n} \sum_{j=1}^n \frac{\partial K_e}{\partial y_j} dy_j \\ + \frac{K_e}{X_n} \sum_{j=1}^n \frac{\partial \sigma}{\partial y_j} dy_j - \frac{\sigma K_e}{X_n^2} \sum_{j=1}^n \frac{\partial X_n}{\partial y_j} dy_j. \quad (11)$$

Предложенный подход к исследованию состояний неопределенности обладает высокой „чувствительностью“, так как позволяет уловить тенденцию изменения этих состояний на уровне изменения законов распределений параметров даже при постоянстве их „энергетики“, характеризующей соответствующими величинами СКО. С другой стороны, повышается наглядность

изменений динамики за счет „сжатия“ информации о состояниях системы в стационарных режимах. При этом одна изображающая точка энтропийного портрета будет описывать стационарный процесс сколь угодно большой временной протяженности [10]. Эти свойства энтропийных потенциалов делают их эффективными при оценке состояний и управлении сложными, многофакторными системами в различных режимах.

Рассмотрим пример, иллюстрирующий состоятельность предложенного подхода.

Проведено исследование эволюции экосистемы Санкт-Петербурга по параметру температурного режима в период с 1865 по 1993 г. В качестве исходной базы были выбраны среднесуточные значения температуры за 10 января по годам указанного периода. Исходная выборка взята из данных, приведенных в работе [12]. Температурный режим города определяется господствующей „розой ветров“ и является характерным для температурных режимов целого региона.<sup>1</sup>

Для исследования эволюционного процесса исходный период был разбит на три равных временных этапа длительностью 43 года: 1856–1907, 1908–1950 и 1951–1993 гг. Для идентичности условий последующих исследований во всех трех случаях моделирование плотности вероятности распределения температур осуществлялось путем разбиения соответствующих температурных диапазонов на шесть равных интервалов. В качестве базовых значений  $X_n$  на каждом этапе использовались средние значения температуры —  $m_x$ . При расчетах значений  $\Delta_e$  для каждого из трех временных этапов вводилась поправка на смещение от недостаточно большого числа наблюдений, попадающих в каждый интервал гистограммы в соответствии с [9]. Результаты исследований представлены в таблице.

Из приведенных результатов следует, что устойчивого повышения температурного уровня ( $m_x$ ) не наблюдается, и говорить о тенденции тотального потепления за рассматриваемый период преждевременно. С другой стороны, наблюдается отчетливая тенденция повышения уровня неустойчивости, непредсказуемости температурных режимов в регионе (столбцы для  $\Delta_e$  и  $|L_\Delta|$ ). Причина этого обусловлена значительным увеличением разброса температур между отдельными этапами, т. е. „энергетической составляющей“ энтропийных потенциалов (столбец для  $\sigma$ ) на фоне менее значительного уменьшения „дестабилизационных свойств“ законов распределения температур (столбец для  $K_e$ ). Указанная тенденция также диагностируется и по „информационному следу“ системы. В соответствии с выражением (6) изменение температурного режима после завершения первого обобщенного этапа характеризуется следующим количеством информации  $I_{1-2} = \ln(\Delta_{e1}/\Delta_{e2}) = -0.16$  (nt), а после завершения

<sup>1</sup> Для справки. По старым народным приметам это — время наступления рождественских морозов и погода в это время года в значительной мере определяет температурный режим в регионе на длительный период.

Результаты анализа температурного режима Санкт-Петербурга

Интервалы исследований, гг.	Среднее значение $m_x$ , °C	СКО $\sigma$ , °C	Энтропийный коэффициент $K_e$	Энтропийный потенциал $\Delta_e$ , °C	Модуль КЭП $ L_\Delta $
1865–1907	–6.96	6.20	1.84	11.43	1.64
1908–1950	–8.65	7.36	1.82	13.42	1.55
1951–1993	–7.45	8.37	1.68	14.06	1.87

второго —  $I_{2-3} = \ln(\Delta_{e2}/\Delta_{e3}) = -0.046$  (nt). Знак „минус“ свидетельствует о нарастании уровня неустойчивости; а единица измерения (nt) определяется основанием используемого логарифма. Имеются основания утверждать, что наметилась тенденция к изменению характера климата. Вполне возможно, что наблюдаемые с конца XX в. повышения зимних температур являются следствием вышеуказанных изменений характеристик температурного режима. Более полная диагностика может быть сделана на основании аналогичных исследований соответствующей выборки по температурному режиму за последующий период времени.

Большое практическое значение для применения предложенного подхода к изучению систем является наличие метрологического обеспечения самого процесса исследования. Другими словами, необходимо наличие зависимости для однозначной „точностной“ оценки получаемых характеристик исследуемого процесса.

Искомую зависимость можно получить следующим путем. Последовательно прологарифмируем, а затем продифференцируем обе части выражения (1). В результате получим

$$\frac{dL_\Delta}{L_\Delta} = \frac{dK_e}{K_e} + \frac{d\sigma}{\sigma} - \frac{dX_n}{X_n}. \quad (12)$$

Все члены выражения (12) можно трактовать как величины приведенных погрешностей:  $\gamma_L$ ,  $\gamma_K$ ,  $\gamma_\sigma$ ,  $\gamma_X$ . С учетом существующих обозначений искомая зависимость примет вид

$$\gamma_L = \gamma_K + \gamma_\sigma - \gamma_X. \quad (13)$$

Представленный подход к исследованию может быть пролонгирован и на общий случай — многомерную систему. В этой ситуации состояние неопределенности многомерной системы будет характеризоваться  $m$ -мерным вектором, координатами которого являются величины комплексных энтропийных потенциалов отдельных параметров  $L_{\Delta_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). Так, например, в экосистемах, подобных рассмотренной выше, координатами этого вектора могут являться энтропийные потенциалы температур, уровней грунтовых вод, концентраций тех или иных веществ в атмосфере и грунте, определяемые пространственными или временными факторами. Аналогичным образом можно подойти к исследованию динамики объекта, совершающего сложное перемещение с одновременным многомерным вращением и др. Для организации мониторинга и управления таким объектами

и системами необходим единый обобщенный показатель, являющийся функцией этих величин. В качестве такого показателя предлагается использовать величину многомерного комплексного энтропийного потенциала — критерий  $La_z$

$$\begin{aligned} La_z &= \left( \sum_{i=1}^m (c_i |L_{\Delta_i}|)^z \right)^{1/z} = \left( \sum_{i=1}^m \left( c_i \left| \frac{\Delta_{ei}}{X_{ni}} \right| \right)^z \right)^{1/z} \\ &= \left( \sum_{i=1}^m \left( c_i \frac{K_{ei} \sigma_i}{|X_{ni}|} \right)^z \right)^{1/z}, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $L_{\Delta_i}$  — комплексный энтропийный потенциал  $i$ -го параметра;  $\Delta_i$  — энтропийный потенциал  $i$ -го параметра;  $c_i$  — весовые коэффициенты, характеризующие значимость, приоритет каждого  $i$ -го параметра при описании состояния системы,  $c_i \geq 0$  ( $i = 1, 2, \dots, m$ );  $z$  — номер варианта критерия,  $z = 1$  или  $2$ .

При  $z = 1$  получаем вариант критерия

$$La_1 = \sum_{i=1}^m (c_i |L_{\Delta_i}|),$$

при  $z = 2$  — вариант

$$La_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^m (c_i |L_{\Delta_i}|)^2}.$$

В геометрической интерпретации величина  $La_2$  является модулем или длиной  $m$ -мерного вектора, составляющими которого являются значения комплексных энтропийных потенциалов отдельных параметров системы в масштабе их весовых коэффициентов. А величина  $La_1$  является суммой длин модулей этих составляющих, поэтому имеет место условие  $La_1 \geq La_2$ , причем равенство имеет место в случае, когда  $m = 1$ .

Выбор варианта критерия является прерогативой пользователя. Возрастание величин  $La_z$  в обоих вариантах свидетельствует о повышении уровня неопределенности системы, и наоборот. Во всех случаях величина  $La_z$ , так же как и значение  $L_\Delta$ , является безразмерной, что позволяет использовать ее в качестве критерия энтропийного подобия при исследовании состояний неопределенности различных систем. Очевидно также, что при  $m = 1$  величина  $La_z$  вырождается в модуль значения  $L_\Delta$ .

## Заключение

Разработан и проиллюстрирован подход к моделированию и исследованию различных систем на основе использования понятий энтропийных потенциалов и величины информации, порожденной их изменением. В результате получены наглядные и компактные модели для количественной оценки состояний систем и процессов их эволюции в детерминированных ситуациях и в условиях неопределенности. Предложены модели для метрологического обеспечения получаемых результатов.

## Список литературы

- [1] Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А. Поспелова. М.: Наука, 1986. 312 с.
- [2] Прикладные нечеткие системы / Пер. с японского под ред. Т. Терано, К. Асаи, М. Сугено. М.: Мир, 1993. 368 с.
- [3] Stable adaptive control and estimation for nonlinear systems: neural and fuzzy approximation techniques / Ed. by J.T. Spooner. NY: Wiley-Nescience, 2002. 545 p.
- [4] Колмогоров А.Н. Теория информации и теория алгоритмов. М.: Наука, 1987. 304 с.
- [5] Чернавский Д.С. Синергетика и теория алгоритмов. М.: Наука, 2001. 244 с.
- [6] Журавлев В.М. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 1. С. 16–27.
- [7] Усыченко В.Г. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 5. С. 19–27.
- [8] Лазарев В.Л. // Сб. докл. 5-й науч. конф. „Управление и информационные технологии“ (УИТ-2008). СПб: Изд-во СПбГЭТУ „ЛЭТИ“, 2008. Т. 2. С. 10–14.
- [9] Электрические измерения неэлектрических величин / Под ред. П.В. Новицкого. Л.: Энергия, 1975. 576 с.
- [10] Лазарев В.Л. // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2005. № 6. С. 61–68.
- [11] Лазарев В.Л. Моделирование энтропийных потенциалов параметров динамической системы в условиях априорной неопределенности. Деп. ВИНТИ. № 1443-В2006 от 21.11.06. 13 с.
- [12] Романов М.Ф., Федоров М.П. Математические модели в экологии. СПб: Изд-во СПбГТУ, 2001. 232 с.