

01;07

## Проявление динамических эффектов в когерентном рентгеновском излучении релятивистского электрона в геометрии рассеяния Брэгга

© С.В. Блажевич,<sup>1</sup> А.В. Носков<sup>2</sup><sup>1</sup> Белгородский государственный университет,  
308015 Белгород, Россия<sup>2</sup> Белгородский университет потребительской кооперации,  
308023 Белгород, Россия  
e-mail: noskovbupk@mail.ru

(Поступило в Редакцию 17 октября 2008 г. В окончательной редакции 22 июля 2009 г.)

На основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены аналитические выражения для спектрально-углового распределения параметрического рентгеновского излучения (ПРИ) и дифрагированного переходного излучения (ДПИ) релятивистского электрона, пересекающего монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Брэгга. Выражения получены в общем случае асимметричного отражения поля частицы относительно поверхности кристаллической пластинки. Показано, что в данной геометрии возможно существенное увеличение угловой плотности ПРИ за счет динамического эффекта уширения спектра ПРИ. Выведены условия роста ширины спектра ДПИ, приводящего к существенному увеличению угловой плотности ДПИ. Для толстого поглощающего кристалла показана возможность наиболее яркого проявления динамического эффекта Бормана в ПРИ.

### Введение

В настоящей работе когерентное рентгеновское излучение прямолинейно движущегося релятивистского электрона рассматривается как результат действия двух различных механизмов излучения: дифрагированного переходного (ДПИ) и параметрического (ПРИ). Механизм ПРИ возникает вследствие рассеяния псевдофотонов кулоновского поля релятивистской заряженной частицы на системе параллельных атомных плоскостей кристалла [1–3]. ДПИ является следствием дифракции фотонов переходного излучения на системе параллельных атомных плоскостей кристалла (тех же, на которых формируется и ПРИ) [4–6].

Для описания процессов генерации указанных типов когерентного рентгеновского излучения в работе использовано двухволновое приближение динамической теории дифракции [7], учитывающее взаимодействие падающей и дифрагированной волн. Это позволило выявить и исследовать новые динамические эффекты в когерентном рентгеновском излучении релятивистских электронов. Динамические эффекты в ПРИ исследовались в работах [8–11] в схеме симметричного отражения. В геометрии рассеяния Лауэ динамические эффекты с учетом асимметрии отражения рассматривались авторами в работах [12,13]. В [12] был предсказан динамический эффект уширения спектра в ПРИ, а в [13] — выявлены условия, при которых эффект аномального фотопоглощения (эффект Бормана) в ПРИ ярко проявляется в геометрии рассеяния Лауэ.

Для геометрии рассеяния Брэгга существенное влияние асимметрии отражения на характеристики параметрического рентгеновского излучения вдоль скорости

релятивистского электрона, а также на вклады двух ветвей решения дисперсионного уравнения в выход ПРИ вперед показано в работе [14]. В геометрии рассеяния Брэгга при симметричном отражении поверхность кристаллической мишени располагается параллельно дифрагирующим плоскостям кристалла (угол  $\delta = 0$ ).

В настоящей работе в геометрии рассеяния Брэгга для общего случая асимметричного рассеяния ( $\delta \neq 0$ ) на основе двухволнового приближения динамической теории дифракции получены выражения для спектрально-угловой плотности ПРИ и ДПИ с учетом их интерференции и поглощения излучения средой. В работе показано, что с уменьшением угла  $\delta$  спектр ПРИ уширяется, что приводит к существенному росту угловой плотности этого механизма излучения. В работе рассматриваются вклады каждой из двух ветвей дисперсионного соотношения, соответствующих двум рентгеновским волнам возбуждаемым в кристалле, в выход ПРИ, а также интерференция этих волн; показаны условия, при которых каждая из данных волн, а также их интерференция оказываются значительными.

Рассматриваемая геометрия рассеяния Брэгга оказывается более интересной, чем геометрия Лауэ, поскольку в ней имеет место интерференционный эффект экстинкции в когерентном рентгеновском излучении. Данный эффект проявляется вследствие того, что дважды отраженная от атомных плоскостей волна распространяется в том же направлении, что и падающая, но отстает от нее по фазе на  $\pi$ . При этом суммарный волновой вектор принимает комплексные значения даже в отсутствие поглощения и энергия падающей волны перекачивается в отраженную. Формально экстинкцию можно трактовать как увеличение линейного коэффици-

ента поглощения. Область частот, в которой проявляется эффект экстинкции, называется областью полного отражения.

В настоящей работе показано, что уменьшение угла падения электрона на пластинку при фиксированном угле Брэгга (при изменении асимметрии) приводит к росту частотной области полного отражения и, как следствие, — к росту ширины спектра ДПИ, что приводит к значительному увеличению угловой плотности ДПИ. Для толстого поглощающего кристалла рассмотрена возможность проявления динамического эффекта Бормана в ПРИ и ДПИ. Впервые этот эффект был экспериментально обнаружен в опытах по рассеянию свободных рентгеновских лучей в кристалле Г. Борманом [15]. Физика этого эффекта заключается в образовании падающей волны и рассеянной рентгеновскими волнами в кристалле стоячей волны, пучности которой расположены в середине пространства между соседними атомными плоскостями, где электронная плотность кристалла, а следовательно и фотопоглощение, оказываются минимальными.

В настоящей работе показано, что, изменяя степень асимметрии отражения, можно создать условия, при которых длина пути электрона в пластинке будет мала, что позволит пренебречь многократным рассеянием электрона, а путь фотона ПРИ в кристалле станет больше длины фотопоглощения, что приведет к более яркому проявлению эффекта Бормана в ПРИ.

Полученные результаты будут полезными при расчете и создании источников перестраиваемого квазимонохроматического рентгеновского излучения, основанных на механизмах ПРИ и ДПИ.

## Спектрально-угловое распределение излучения

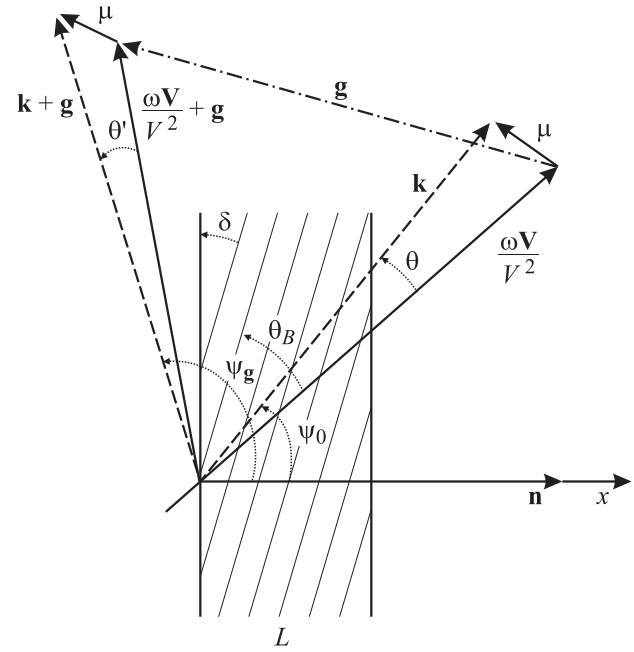
Пусть быстрая заряженная частица пересекает монокристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Брэгга с постоянной скоростью  $\mathbf{V}$  (рис. 1). Будем рассматривать уравнения для фурье-образа электромагнитного поля

$$\mathbf{E}(\mathbf{k}, \omega) = \int dt d^3\mathbf{r} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \exp(i\omega t - i\mathbf{k}\mathbf{r}). \quad (1)$$

Поскольку поле релятивистской частицы можно с хорошей степенью точности считать поперечным, то падающая  $\mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega)$  и дифрагированная  $\mathbf{E}_g(\mathbf{k}, \omega)$  электромагнитные волны будут описываться двумя амплитудами с разными значениями поперечной поляризации:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_0(\mathbf{k}, \omega) &= E_0^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(1)} + E_0^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_0^{(2)}, \\ \mathbf{E}_g(\mathbf{k}, \omega) &= E_g^{(1)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(1)} + E_g^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) \mathbf{e}_1^{(2)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где единичные векторы  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_0^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}$ , а единичные векторы  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(2)}$  перпендикулярны вектору  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$ . Причем векторы  $\mathbf{e}_0^{(2)}$ ,  $\mathbf{e}_1^{(2)}$



**Рис. 1.** Геометрия процесса излучения.  $\theta'$  — угол излучения,  $\theta_B$  — угол Брэгга (угол между скоростью электрона  $\mathbf{V}$  и атомными плоскостями),  $\delta$  — угол между поверхностью и рассматриваемыми атомными плоскостями кристалла,  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_g = \mathbf{k} + \mathbf{g}$  — волновые векторы падающего и дифрагированного фотона.

лежат в плоскости векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_g$  ( $\pi$ -поляризация), а векторы  $\mathbf{e}_0^{(1)}$  и  $\mathbf{e}_1^{(1)}$  перпендикулярны ей ( $\sigma$ -поляризация);  $\mathbf{g}$  — вектор обратной решетки, определяющий систему отражающих атомных плоскостей кристалла.

Система уравнений для фурье-образа электромагнитного поля в двухволновом приближении динамической теории дифракции имеет следующий вид [16]:

$$\begin{cases} (\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)E_0^{(s)} + \omega^2\chi_{-g}C^{(s,r)}E_g^{(s)} = \\ = 8\pi^2ie\omega\theta VP^{(s)}\delta(\omega - \mathbf{k}\mathbf{V}), \\ \omega^2\chi_gC^{(s,r)}E_0^{(s)} + (\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2)E_g^{(s)} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где  $\chi_0 = \chi_0' + i\chi_0''$  — средняя диэлектрическая восприимчивость,  $\chi_g, \chi_{-g}$  — коэффициенты Фурье разложения диэлектрической восприимчивости кристалла по векторам обратной решетки  $\mathbf{g}$ . Будем рассматривать кристалл с центральной симметрией ( $\chi_g = \chi_{-g}$ ).

Величины  $C^{(s,\tau)}$  и  $P^{(s)}$  определены в системе (3) следующим образом:

$$C^{(s,\tau)} = \mathbf{e}_0^{(s)} \mathbf{e}_1^{(s)} = (-1)^\tau C^{(s)}, \quad C^{(1)} = 1, \quad C^{(2)} = |\cos 2\theta_B|,$$

$$P^{(s)} = \mathbf{e}_0^{(s)}(\boldsymbol{\mu}/\mu), \quad P^{(1)} = \sin \varphi, \quad P^{(2)} = \cos \varphi, \quad (4)$$

где  $\boldsymbol{\mu} = \mathbf{k} - \omega\mathbf{V}/V^2$  — составляющая импульса виртуального фотона, перпендикулярная скорости частицы  $\mathbf{V}$  ( $\mu = \omega\theta/V$ , где  $\theta \ll 1$  — угол между  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{V}$ ),  $\theta_B$  — угол

между скоростью электрона и системой кристаллографических плоскостей (угол Брэгга),  $\varphi$  — азимутальный угол излучения отсчитывается от плоскости, образованной векторами  $\mathbf{V}$  и  $\mathbf{g}$ , величина вектора обратной решетки определяется выражением  $g = 2\omega_B \sin \theta_B / V$ ,  $\omega_B$  — частота Брэгга. Система уравнений (3) при  $s = 1$  и  $\tau = 2$  описывает поля  $\sigma$ -поляризованные. При  $s = 2$  система (3) описывает поля  $\pi$ -поляризованные, при этом, если  $2\theta_B < \frac{\pi}{2}$ , то  $\tau = 2$ , в противном случае —  $\tau = 1$ .

Решим следующее из системы (3) дисперсионное уравнение для рентгеновских волн в кристалле

$$(\omega^2(1 + \chi_0) - k^2)(\omega^2(1 + \chi_0) - k_g^2) - \omega^4 \chi_{-g} \chi_g C^{(s,\tau)} = 0 \quad (5)$$

стандартными методами динамической теории [7].

Будем искать проекции волновых векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_g$  на ось  $X$  в виде:

$$k_x = \omega \cos \psi_0 + \frac{\omega \chi_0}{2 \cos \psi_0} + \frac{\lambda_0}{\cos \psi_0},$$

$$k_{gx} = \omega \cos \psi_g + \frac{\omega \chi_0}{2 \cos \psi_g} + \frac{\lambda_g}{\cos \psi_g}. \quad (6)$$

При этом будем использовать известное соотношение, связывающее динамические добавки  $\lambda_0$  и  $\lambda_g$  [7]:

$$\lambda_g = \frac{\omega \beta}{2} + \lambda_0 \frac{\gamma_g}{\gamma_0}, \quad (7)$$

где  $\beta = \alpha - \chi_0(1 - \frac{\gamma_g}{\gamma_0})$ ,  $\alpha = \frac{1}{\omega^2}(k_g^2 - k^2)$ ,  $\gamma_0 = \cos \psi_0$ ,  $\gamma_g = \cos \psi_g$ ,  $\psi_0$  — угол между волновым вектором падающей волны  $\mathbf{k}$  и вектором нормали к поверхности пластинки  $\mathbf{n}$ ,  $\psi_g$  — угол между волновым вектором  $\mathbf{k}_g$  и вектором нормали. Модули векторов  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}_g$  равны:

$$k = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_0, \quad k_g = \omega \sqrt{1 + \chi_0} + \lambda_g. \quad (8)$$

Учитывая, что  $k_{\parallel} \approx \omega \sin \psi_0$ ,  $k_{g\parallel} \approx \omega \sin \psi_g$ , получим:

$$\lambda_0^{(1,2)} = \omega \frac{\gamma_0}{4\gamma_g} \left( -\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s,\tau)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right), \quad (9a)$$

$$\lambda_g^{(1,2)} = \frac{\omega}{4} \left( \beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\chi_g \chi_{-g} C^{(s,\tau)^2} \frac{\gamma_g}{\gamma_0}} \right). \quad (9b)$$

Так как  $|\lambda_0| \ll \omega$  и  $|\lambda_g| \ll \omega$ , то можно показать, что  $\theta \approx \theta'$  (см. рис. 1), и поэтому в дальнейшем  $\theta'$  будем обозначать  $\theta$ .

Решение первого уравнения системы (3) для падающего поля в вакууме имеет вид

$$E_0^{(s)\text{vac}} = \frac{8\pi^2 i e V \theta P^{(s)}}{\omega} \frac{1}{\frac{\gamma_0}{|\gamma_g|} (-\chi_0 - \frac{2}{\omega} \frac{\gamma_0}{\gamma_g} \lambda_g + \beta \frac{\gamma_0}{\gamma_g})} \delta(\lambda_g^* - \lambda_g), \quad (10)$$

где  $\lambda_g^* = \frac{\omega \beta}{2} + \frac{\gamma_g}{\gamma_0} \lambda_0^*$ ,  $\lambda_0^* = \omega \left( \frac{\gamma_0^{-2} + \theta^2 - \chi_0}{2} \right)$ .

Решение системы уравнений (3) для дифрагированного поля в кристалле имеет соответственно вид:

$$E_g^{(s)\text{cr}} = \frac{8\pi^2 i e V \theta P^{(s)}}{\omega} \frac{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}}{4 \frac{\gamma_0^2}{\gamma_g^2} (\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) (\lambda_g - \lambda_g^{(2)})} \delta(\lambda_g^* - \lambda_g) + E^{(s)(1)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(1)}) + E^{(s)(2)} \delta(\lambda_g - \lambda_g^{(2)}), \quad (11)$$

где  $E^{(s)(1)}$  и  $E^{(s)(2)}$  — свободные поля, соответствующие двум решениям (9b) дисперсионного уравнения (5).

Дифрагированное поле в вакууме запишем в следующем виде:

$$E_g^{(s)\text{vac}} = E_{\text{Rad}}^{(s)} \delta\left(\lambda_g + \frac{\omega \chi_0}{2}\right), \quad (12)$$

где  $E_{\text{Rad}}^{(s)}$  — искомое поле излучения.

Выражение, связывающее диффрагированное и падающее поля в кристалле, следует из второго уравнения системы (3):

$$E_0^{(s)\text{cr}} = \frac{2\omega \lambda_g}{\omega^2 \chi_g C^{(s,\tau)}} E_g^{(s)\text{cr}}. \quad (13)$$

Граничные условия на входной и выходной поверхности кристаллической пластинки для данной геометрии имеют вид

$$\int E_0^{(s)\text{vac}} d\lambda_g = \int E_0^{(s)\text{cr}} d\lambda_g,$$

$$\int E_g^{(s)\text{cr}} d\lambda_g = \int E_g^{(s)\text{vac}} d\lambda_g,$$

$$\int E_g^{(s)\text{cr}} \exp\left(i \frac{\lambda_g}{\gamma_g} L\right) d\lambda_g = 0. \quad (14)$$

В работе [13] было получено выражение для спектрально-углового распределения когерентного излучения в геометрии рассеяния Лауэ. Поступив аналогичным образом для геометрии рассеяния Брэгга, получим выражения для спектрально-углового распределения ПРИ, ДПИ

$$\omega \frac{d^2 N_{\text{PXR}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{P^{(s)^2} \theta^2}{(\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0')^2} R_{\text{PXR}}^{(s)}, \quad (15a)$$

$$R_{\text{PXR}}^{(s)} = \left| \frac{\Omega_+^{(s)}}{\Delta_+^{(s)}} \frac{1 - \exp(-ib^{(s)} \Delta_+^{(s)})}{\Delta_+^{(s)}} - \frac{\Omega_-^{(s)}}{\Delta_-^{(s)}} \frac{1 - \exp(-ib^{(s)} \Delta_-^{(s)})}{\Delta_-^{(s)}} \right|^2, \quad (15b)$$

$$\omega \frac{d^2 N_{\text{DTR}}^{(s)}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2} P^{(s)^2} \theta^2 \left( \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0'} - \frac{1}{\theta^2 + \gamma^{-2}} \right)^2 R_{\text{DTR}}^{(s)}, \quad (16a)$$

$$R_{\text{DTR}}^{(s)} = e^2 \left| \frac{\exp(-ib^{(s)} \frac{K_-^{(s)}}{\varepsilon}) - \exp(ib^{(s)} \frac{K_+^{(s)}}{\varepsilon})}{\Lambda_-^{(s)} \exp(-ib^{(s)} \frac{K_-^{(s)}}{\varepsilon}) - \Lambda_+^{(s)} \exp(ib^{(s)} \frac{K_+^{(s)}}{\varepsilon})} \right|^2. \quad (16b)$$

В соответствии с выражением (15b) возможны две ветви дисперсионного соотношения (5), дающие вклад в выход ПРИ, которым соответствуют две возбужденные рентгеновские волны, формирующиеся вместе с электромагнитным равновесным полем быстрой частицы.

В формулах введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned}\Lambda^{(s)} &= \Lambda_-^{(s)} \exp(-ib^{(s)}\Delta_+^{(s)}) - \Lambda_+^{(s)} \exp(-ib^{(s)}\Delta_-^{(s)}), \\ \Omega_{\pm}^{(s)} &= \varepsilon((\sigma^{(s)} - i\rho^{(s)}) \exp(-ib^{(s)}\Delta_+^{(s)}) + \Delta_{\pm}^{(s)}), \\ \Delta_{\pm}^{(s)} &= \frac{\xi^{(s)} \pm K^{(s)}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} + i \frac{\rho^{(s)}(\varepsilon - 1)}{2\varepsilon}, \\ \Lambda_{\pm}^{(s)} &= \xi^{(s)} \pm K^{(s)} - i\rho^{(s)} \frac{1 + \varepsilon}{2}, \\ K^{(s)} &= \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon - i\rho^{(s)}((1 + \varepsilon)\xi^{(s)} - 2\kappa^{(s)}\varepsilon) - \rho^{(s)2} \left( \frac{(1 + \varepsilon)^2}{4} - \kappa^{(s)2}\varepsilon \right)}, \\ b^{(s)} &= \frac{\omega|\chi_g'|C^{(s)}}{2} \frac{L}{\cos\psi_0},\end{aligned}\quad (17a)$$

где

$$\begin{aligned}\xi^{(s)} &= \xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{(1 + \varepsilon)}{2\nu^{(s)}}, \quad \nu^{(s)} = \frac{|\chi_g'C^{(s)}|}{|\chi_0'|}, \\ \rho^{(s)} &= \frac{\chi_0''}{|\chi_g'C^{(s)}|}, \quad \varepsilon = \frac{|\cos\psi_g|}{\cos\psi_0}, \quad \kappa^{(s)} = \frac{\chi_g''C^{(s)}}{\chi_0''}, \\ \eta^{(s)}(\omega) &= \frac{2\sin^2\theta_B}{V^2|\chi_g'C^{(s)}|} \left( \frac{\omega_B(1 + \theta\cos\varphi\cot\theta_B)}{\omega} - 1 \right), \\ \sigma^{(s)} &= \frac{1}{|\chi_g'C^{(s)}|} (\theta^2 + \gamma^{-2} - \chi_0').\end{aligned}\quad (17b)$$

Так как в области рентгеновских частот выполняется неравенство  $2\sin^2\theta_B/V^2|\chi_g'C^{(s)}| \gg 1$ , то  $\eta^{(s)}(\omega)$  является быстрой функцией от частоты  $\omega$  и для дальнейшего анализа свойств спектра ПРИ и ДПИ удобно  $\eta^{(s)}(\omega)$  рассматривать как спектральную переменную, характеризующую частоту  $\omega$ . Заметим, что в полученные формулы входит не  $\eta^{(s)}(\omega)$ , а

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{(1 + \varepsilon)}{2\nu^{(s)}},$$

где второе слагаемое появляется вследствие эффекта преломления.

Параметр  $\varepsilon$  из (17b) может быть представлен в виде  $\varepsilon = \sin(\theta_B - \delta)/\sin(\theta_B + \delta)$ , где  $\delta$  — угол между входной поверхностью мишени и кристаллографической плоскостью. Для фиксированного значения  $\theta_B$  величина  $\varepsilon$  определяет ориентацию входной поверхности кристаллической пластинки относительно системы дифрагирующих атомных плоскостей (рис. 2). При уменьшении угла падения  $(\theta_B + \delta)$  электрона на мишень параметр  $\delta$  становится отрицательным и далее возрастает по модулю (в предельном случае  $\delta \rightarrow -\theta_B$ ), что приводит

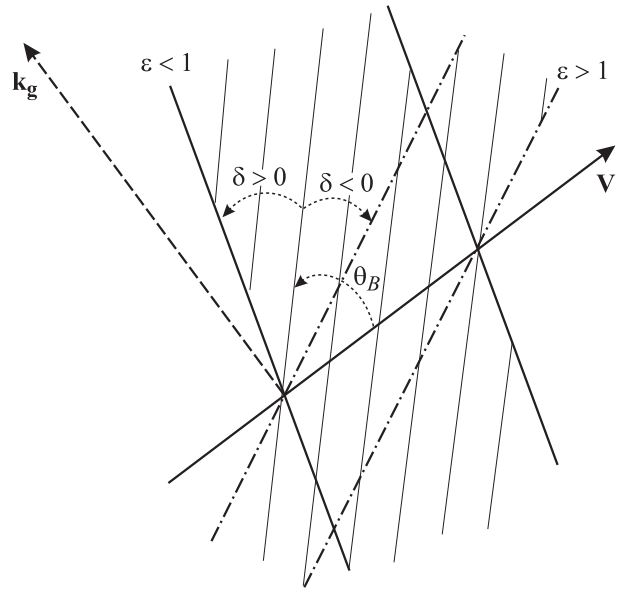


Рис. 2. Асимметричные ( $\varepsilon > 1$ ,  $\varepsilon < 1$ ) отражения излучения от кристаллической пластинки. Случай  $\varepsilon = 1$  ( $\delta = 0$ ) соответствует симметричному отражению.

и к возрастанию  $\varepsilon$ . Напротив, при увеличении угла падения  $\varepsilon$  убывает (предельный случай  $\delta \rightarrow \theta_B$ ).

Параметр  $b^{(s)}$  равен отношению половины пути электрона в пластинке  $L/(2\cos\psi_0)$  к длине экстинкции рентгеновских лучей в кристалле  $\frac{1}{\omega|\chi_g'C^{(s)}|}$ .

Функции  $R_{\text{ПХР}}^{(s)}$  и  $R_{\text{ДПИ}}^{(s)}$  описывают спектры ПРИ и ДПИ. Полученные на основе динамической теории дифракции выражения (15), (16) для спектрально-угловой плотности излучения составляют главный результат данной работы. Далее на основе данных формул будут выявлены и исследованы динамические эффекты в ПРИ и ДПИ.

## Эффект уширения спектра ПРИ

Будем рассматривать кристалл такой толщины, чтобы длина пути электрона в пластинке была больше длины экстинкции рентгеновских волн в кристалле:

$$b^{(s)} = \frac{L}{2\cos\psi_0} / \frac{1}{\omega|\chi_g'C^{(s)}|} \gg 1. \quad (18)$$

Соотношение (18) является условием проявления динамических эффектов в излучении. Для выделения динамического эффекта уширения спектра ПРИ в чистом виде избавимся от возможного влияния эффекта поглощения фотонов в кристалле, наложив на толщину кристалла дополнительное условие, а именно: пусть длина пути дифрагированного фотона в пластинке  $L/|\cos\psi_g|$  будет значительно меньше длины поглощения рентге-

новских волн в кристалле  $1/\omega\chi_0''$ :

$$2 \frac{b^{(s)}\rho^{(s)}}{\varepsilon} = \frac{L}{|\cos\psi_g|} / \omega\chi_0'' \ll 1. \quad (19)$$

Исключим поглощение из рассмотрения, положив  $\rho^{(s)} = 0$ , тогда из (15b) получим

$$R_{\text{PXR}}^{(s)} = \frac{1}{4|\Phi^{(s)}|} \left| \left( \xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right) \frac{1 - \exp(-ib^{(s)}\Sigma_+^{(s)})}{\Sigma_+} - \left( \xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon} \right) \frac{1 - \exp(-ib^{(s)}\Sigma_-^{(s)})}{\Sigma_-} \right|^2, \quad (20)$$

где

$$\Sigma_{\pm}^{(s)} = \frac{\xi^{(s)} \pm \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)},$$

$$\Phi^{(s)} = \xi^{(s)2} - \varepsilon + \varepsilon \sin^2 \left( \frac{b^{(s)}\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon} \right). \quad (21)$$

Вклад второй и первой ветвей возбужденных рентгеновских волн в спектр ПРИ будет существен, когда имеют решения соответствующие им уравнения:

$$\frac{\xi^{(s)}(\omega) + \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} = 0, \quad (22a)$$

$$\frac{\xi^{(s)}(\omega) - \sqrt{\xi^{(s)}(\omega)^2 - \varepsilon}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)} = 0. \quad (22b)$$

Решение уравнений (22a) и (22b) определяет частоту, в окрестности которой сосредоточен спектр фотонов ПРИ, излучаемых под фиксированным углом наблюдения. Из уравнений (22) следует, что максимум спектра ПРИ всегда расположен вне области полного отражения (экстинкции):

$$\xi^{(s)}(\omega) = \sqrt{\varepsilon} + \frac{(\sigma^{(s)}\sqrt{\varepsilon} - 1)^2}{2\sigma^{(s)}} > \sqrt{\varepsilon}, \quad (23)$$

поэтому формула (20) правильно описывает спектр ПРИ для тонкого кристалла.

Область полного отражения определяется следующим неравенством:

$$-\sqrt{\varepsilon} - \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}} < \eta^{(s)}(\omega) < \sqrt{\varepsilon} - \frac{1 + \varepsilon}{2\nu^{(s)}}, \quad (24)$$

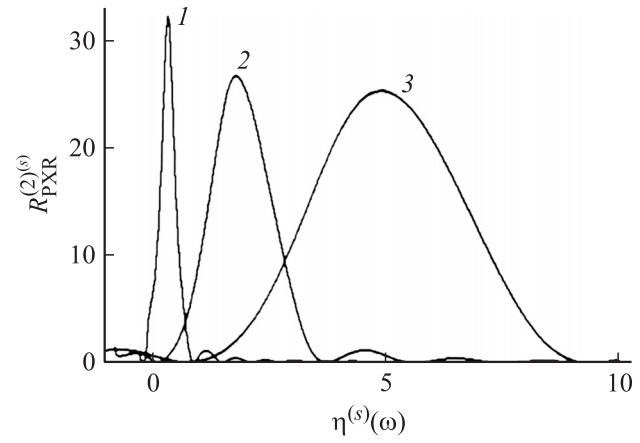
из которого видно, что ширина этой области определяется величиной  $2\sqrt{\varepsilon}$ .

Можно показать, что уравнение (22a) имеет решение при условии

$$\varepsilon > \frac{1}{\sigma^{(s)2}} \quad \text{или} \quad \varepsilon > \frac{\nu^{(s)2}}{\left( \frac{\theta^2}{|\chi_0'|} + \frac{1}{\gamma^2|\chi_0'|} + 1 \right)^2}, \quad (25a)$$

уравнение (22b) разрешимо только при условии

$$\varepsilon < \frac{1}{\sigma^{(s)2}} \quad \text{или} \quad \varepsilon < \frac{\nu^{(s)2}}{\left( \frac{\theta^2}{|\chi_0'|} + \frac{1}{\gamma^2|\chi_0'|} + 1 \right)^2}. \quad (25b)$$



**Рис. 3.** Уширение спектра при увеличении параметра асимметрии  $\varepsilon$ . 1 —  $\varepsilon = 1$ , 2 — 3, 3 — 7. Система параметров:  $b^{(s)} = 5$ ,  $\nu^{(s)} = 0.8$ ,  $\theta/\sqrt{|\chi_0'|} = 1$ ,  $1/(\gamma\sqrt{|\chi_0'|}) = 0.5$ .

Параметр  $\nu^{(s)} = \frac{|\chi_0' C^{(s)}|}{|\chi_0'|}$  в случае сильных отражений рентгеновских волн от атомных плоскостей близок к единице, а в случае слабых отражений близок к нулю. Поскольку  $\nu^{(s)} < 1$ , то в случае, когда  $\varepsilon \geq \nu^{(s)2}$ , выполнимо только неравенство (25a), а значит, в этом случае разрешимо только уравнение (22a) и вклад в выход ПРИ дает вторая ветвь. В этом случае выражения для спектра ПРИ (20) принимают следующий вид:

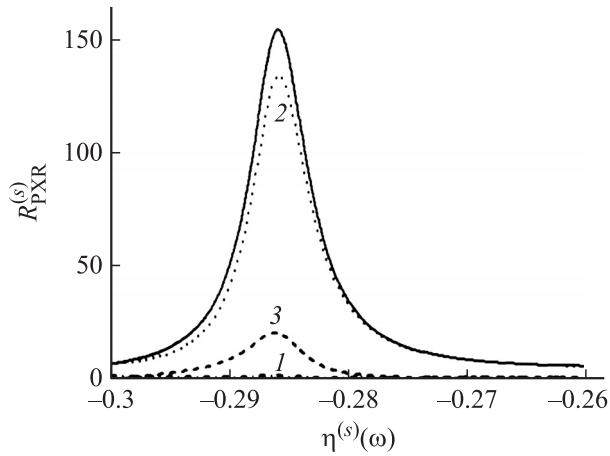
$$R_{\text{PXR}}^{(2)(s)} = \frac{(\xi^{(s)} + \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon})^2 \sin^2 \left( \frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_+^{(s)} \right)}{\Phi^{(s)} \Sigma_+^{(s)2}}, \quad (26)$$

$$\xi^{(s)}(\omega) = \eta^{(s)}(\omega) + \frac{(1 + \varepsilon)}{2\nu^{(s)}}.$$

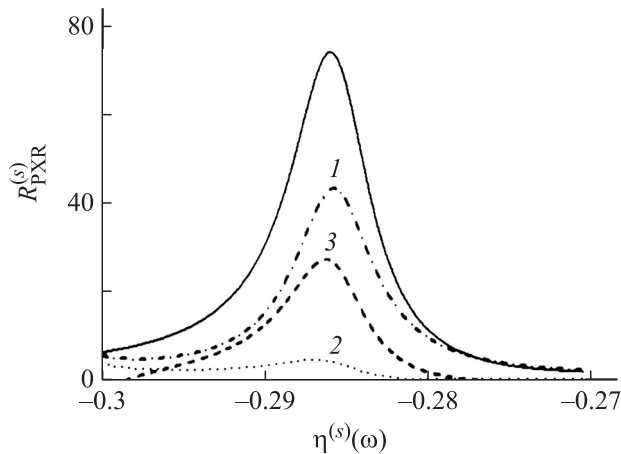
Если увеличивать асимметрию отражения фотонов от пластинки в сторону увеличения параметра  $\varepsilon$  (см. рис. 2) (уменьшения угла падения электрона на кристаллическую пластинку), то ширина спектра будет расти (рис. 3), что приведет к росту угловой плотности ПРИ. Уширение спектра обусловлено тем, при увеличении  $\varepsilon$  выражение  $\Sigma_+^{(s)}$  в знаменателе формулы (26) меняется меньше при изменении  $\xi^{(s)}$ . Необходимо при этом отметить, что путь электрона в кристаллической пластинке  $L/\cos\psi_0$  для фиксированного значения параметра  $b^{(s)}$  остается неизменным.

Важно отметить, что при учете поглощения фотонов кристаллом данный эффект усилится, так как вместе с увеличением ширины спектра будет уменьшаться путь фотона в кристаллической пластинке (см. рис. 2).

Теперь рассмотрим случай, когда  $\varepsilon < \nu^{(s)2}$ . В зависимости от угла наблюдения  $\theta$  и энергии электрона  $\gamma$  выполняются неравенства (25a) и (25b), а, следовательно, две ветви возбужденных рентгеновских волн могут дать вклад в выход ПРИ. В этом случае нельзя пренебрегать вторым слагаемым в выражении (20). Упростив



**Рис. 4.** Вклад двух ветвей ПРИ и их интерференционного слагаемого в суммарный спектр. 1 —  $R_{\text{PXR}}^{(1)(s)}$ , 2 —  $R_{\text{PXR}}^{(2)(s)}$ , 3 —  $R_{\text{PXR}}^{(\text{INT})(s)}$ . Система параметров:  $\varepsilon = 0.2$ ; остальные параметры те же, что на рис. 3.



**Рис. 5.** То же, что на рис. 4, для  $\theta/\sqrt{|\chi_0'|} = 0.5$ .

выражение (20), получим спектр ПРИ в виде суммы спектров двух ветвей возбужденных рентгеновских волн и их интерференции:

$$R_{\text{PXR}}^{(s)} = R_{\text{PXR}}^{(2)(s)} + R_{\text{PXR}}^{(1)(s)} + R_{\text{PXR}}^{(\text{INT})(s)}, \quad (27a)$$

$$R_{\text{PXR}}^{(1)(s)} = \frac{(\xi^{(s)} - \sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon})^2 \sin^2\left(\frac{b^{(s)}}{2} \Sigma_{-}^{(s)}\right)}{\Phi^{(s)} \Sigma_{-}^{(s)2}}, \quad (27b)$$

$$R_{\text{PXR}}^{(\text{INT})(s)} = \frac{\varepsilon}{\Phi^{(s)}} \cdot \frac{\cos\left(b^{(s)} \frac{\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon}\right)}{\left(\frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)}\right)^2 + \frac{\varepsilon - \xi^{(s)2}}{\varepsilon^2}} \times \left( \cos\left(b^{(s)} \left(\frac{\xi^{(s)}}{\varepsilon} - \sigma^{(s)}\right)\right) - \cos\left(b^{(s)} \frac{\sqrt{\xi^{(s)2} - \varepsilon}}{\varepsilon}\right) \right). \quad (27c)$$

На рис. 4 и 5 представлены кривые, построенные по формулам (26), (27b) и (27c) для одного и того же

значения энергии релятивистской частицы. Из рисунков видно, что при одних углах наблюдения  $\theta$  существенный вклад в спектр дает вторая ветвь ПРИ (см. рис. 4), а при других — первая (см. рис. 5), причем во втором случае интерференция более ощутима. Однако вклад первой ветви ПРИ и интерференции двух ветвей в суммарную угловую плотность не существен.

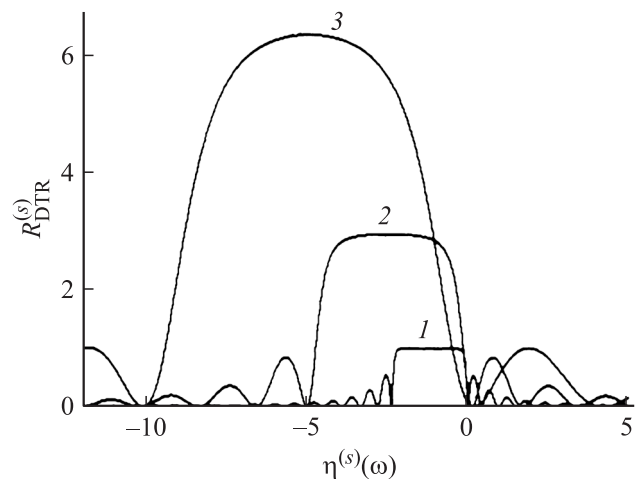
## Влияние асимметрии на ширину спектра ДПИ

Рассмотрим теперь влияние асимметрии отражения на спектр ДПИ. Выражение (16b) в случае тонкого кристалла представим в виде:

$$R_{\text{DTR}}^{(s)} = \frac{\varepsilon^2}{\xi^{(s)2} - (\xi^{(s)2} - \varepsilon) \operatorname{cth}^2\left(\frac{b^{(s)}\sqrt{\varepsilon - \xi^{(s)2}}}{\varepsilon}\right)}. \quad (28)$$

Построенные по формуле (28) кривые  $R_{\text{DTR}}^{(s)}$ , представленные на рис. 6, демонстрируют сильное влияние асимметрии отражения на спектр ДПИ. Видно, что с увеличением параметра  $\varepsilon$  ширина спектра возрастает, что соответствует уширению частотной области полного отражения (24). Необходимо отметить, что и спектральная плотность ДПИ при этом также существенно возрастает. Причем в случае  $b^{(s)} \gg 1$  из формулы (28), описывающей спектр ДПИ, следует, что в области полного внешнего отражения  $\xi^{(s)2} < \varepsilon$ :  $R_{\text{DTR}}^{(s)} = \varepsilon$ .

Уширение спектра ДПИ, очевидно, приводит к существенному росту угловой плотности ДПИ. Проинтегрировав выражения (16a) по частоте, используя (28), получим выражение, описывающее угловое распределение



**Рис. 6.** Уширение спектра ДПИ. 1 —  $\varepsilon = 1$ , 2 — 3, 3 — 7. Система параметров:  $\theta/\sqrt{|\chi_0'|} = 0.5$ ; остальные параметры те же, что на рис. 3.



ДПИ:

$$\frac{dN_{\text{DTR}}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 v^{(s)} P^{(s)^2}}{2\pi^2 \sin^2 \theta_B} F_{\text{DTR}}^{(s)}, \quad (29a)$$

$$F_{\text{DTR}}^{(s)} = \frac{\frac{\theta^2}{|\chi_0''|}}{\left(\frac{\theta^2}{|\chi_0''|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi_0''|} + 1\right)^2 \left(\frac{\theta^2}{|\chi_0''|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi_0''|}\right)^2} \Gamma(\varepsilon, b^{(s)}), \quad (29b)$$

где

$$\Gamma(\varepsilon, b^{(s)}) = \varepsilon \sqrt{\varepsilon} \pi \operatorname{th} \left( \frac{b^{(s)}}{\sqrt{\varepsilon}} \right)$$

определяет влияние геометрии кристалла на угловую плотность ДПИ.

С увеличением параметра асимметрии  $\varepsilon$  максимум угловой плотности растет пропорционально не угловой части выражения (29b). При этом необходимо сделать вывод, что увеличение выхода ДПИ возможно не только за счет увеличения скорости электрона, что невыгодно с точки зрения создания источников излучения, основанных на механизме ДПИ, а за счет выбора правильной геометрии излучения.

## Влияние эффекта Бормана на спектрально-угловые характеристики излучения

Влияние эффекта Бормана на спектрально-угловые характеристики ПРИ в геометрии рассеяния Лауэ в условиях асимметричного отражения подробно исследовалось в работе [13].

Рассмотрим влияние эффекта аномально низкого фотопоглощения на спектры ПРИ и ДПИ в общем асимметричном случае в геометрии рассеяния Брэгга, при этом будем пользоваться выражениями, учитывающими поглощение, — (15b), (16b).

На рис. 7 представлены кривые, построенные по формуле (15b), демонстрирующие влияние эффекта Бормана на спектр ПРИ в случае кристалла конечной толщины при указанном коэффициенте асимметрии  $\varepsilon$ . При приближении параметра

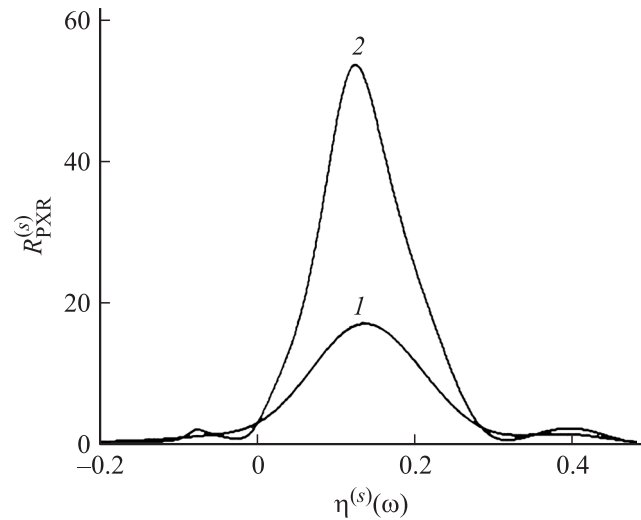
$$\kappa^{(s)} = \frac{\chi_g'' C^{(s)}}{\chi_0''}$$

к единице проявление данного эффекта в ПРИ, как и для свободных рентгеновских волн, становится существенным (при  $\kappa^{(s)} = 0$  эффект Бормана отсутствует, а при  $\kappa^{(s)} = 1$  он максимален). Необходимо напомнить, что данный параметр зависит от выбора системы параллельных дифрагирующих атомных плоскостей кристалла, частоты излучения, а также от его поляризации. Для  $\sigma$ -поляризации ( $C^{(1)} = 1$ ) данный эффект проявляется более ярко, чем для  $\pi$ -поляризации ( $C^{(2)} = |\cos 2\theta_B|$ ).

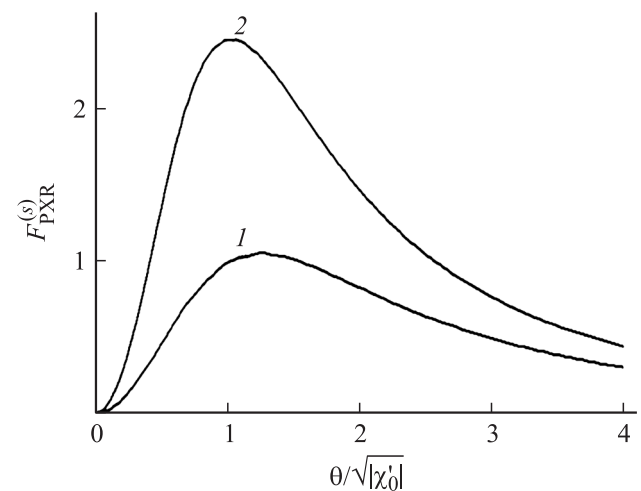
Следует отметить, что в реальном эксперименте невозможно подобрать условия, чтобы  $\kappa^{(s)}$  был равен единице, максимальное возможное значение —

$\kappa^{(s)} \approx 0.9$ . При коэффициенте асимметрии  $\varepsilon \gg 1$  эффект Бормана проявляется слабее, что связано с уменьшением длины пути фотона ПРИ в пластинке. Таким образом, изменяя величину асимметрии отражения, можно создать условия, при которых длина пути электрона в пластинке будет мала, что позволит пренебречь многократным рассеянием электрона, а путь фотона ПРИ в кристалле станет больше длины фотопоглощения (см. рис. 2), что приведет к более яркому проявлению эффекта Бормана в ПРИ.

Влияние эффекта Бормана на угловую плотность ПРИ демонстрируют кривые  $F_{\text{PXR}}^{(s)}$ , представленные на рис. 8,



**Рис. 7.** Степень проявления эффекта Бормана в ПРИ в случае параметра асимметрии  $\varepsilon = 0.7$ . 1 —  $\kappa^{(s)} = 0$ , 2 — 0.9. Система параметров:  $b^{(s)} = 10$ ,  $v^{(s)} = 0.9$ ,  $\rho^{(s)} = 0.1$ ,  $\theta/\sqrt{|\chi_0''|} = 1$ ,  $1/(\gamma\sqrt{|\chi_0''|}) = 0.5$ .



**Рис. 8.** Влияние эффекта Бормана на угловую плотность ПРИ. Обозначения и параметры те же, что на рис. 7.

построенные по формуле

$$\frac{dN_{\text{PXR}}^{(s)}}{d\Omega} = \frac{e^2 v^{(s)} P^{(s)^2}}{2\pi^2 \sin^2 \theta_B} F_{\text{PXR}}^{(s)}, \quad (30a)$$

$$F_{\text{PXR}}^{(s)} = \frac{\frac{\theta^2}{|\chi_0'|}}{\left(\frac{\theta^2}{|\chi_0'|} + \frac{1}{\gamma^2 |\chi_0'|} + 1\right)^2} \int_{\sqrt{\epsilon - \frac{1+\epsilon}{2v^{(s)}}}}^{\infty} R_{\text{PXR}}^{(s)} d\eta^{(s)}(\omega), \quad (30b)$$

которая следует (15a). Видно, что данный динамический эффект может существенно увеличить угловую плотность ПРИ. Максимум в угловом распределении ПРИ смещается в сторону малых углов наблюдения излучения в условиях проявления эффекта аномального фотопоглощения.

Так как максимум спектра ДПИ находится в частотной области полного отражения (см. рис. 6) и энергия падающей волны перекачивается в отраженную, то падающая и рассеянная рентгеновские волны в этой области частот стоячей волны образовать не могут и, следовательно, эффект Бормана проявляется очень слабо.

## Заключение

В настоящей работе на основе динамической теории дифракции получены аналитические выражения для спектрально-углового распределения параметрического рентгеновского и дифрагированного переходного излучения релятивистского электрона, пересекающего кристаллическую пластинку в геометрии рассеяния Брэгга в общем случае асимметричного отражения. Показано, что при уменьшении угла падения электрона на кристаллическую пластинку при неизменном угле Брэгга ширина спектра параметрического рентгеновского излучения существенно растет, что приводит к росту угловой плотности (данный этот эффект не связан с поглощением). Показаны условия, при которых каждая из двух ветвей ПРИ и их интерференции существенны.

Выявлено, что уменьшение угла падения электрона на пластинку приводит к росту частотной области полного отражения и как следствие — к росту ширины спектра ДПИ, что способствует значительному увеличению угловой плотности ДПИ. В работе показано, что, изменяя степень отражения, можно создать условия, при которых длина пути электрона в пластинке будет мала, что позволит пренебречь многократным рассеянием электрона, а путь фотона ПРИ в кристалле станет больше длины фотопоглощения, что приведет к более яркому проявлению эффекта Бормана в ПРИ.

## Список литературы

- [1] Тер-Микаэлян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. Ереван: АН АрмССР, 1969. 459 с.
- [2] Гарибян Г.М., Ян Ши // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 930.

- [3] Барышевский В.Г., Феранчук И.Д. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 944.
- [4] Caticha A. // Phys. Rev. A. 1989. Vol. 40. P. 4322.
- [5] Nasonov N.N. // Phys. Lett. A. 1998. Vol. 246. P. 148.
- [6] Artru X., Rullhusen P. // Nucl. Instr. Meth. B. 1998. Vol. 145. P. 1.
- [7] Пинскер З.Г. Динамическое рассеяние рентгеновских лучей в идеальных кристаллах. М.: Наука, 1974. 369 с.
- [8] Насонов Н.Н., Носков А.В., Сергиенко В.И., Сыщенко В.Г. // Изв. вузов. Физика. 2001. Т. 44. № 6. С. 75.
- [9] Kubankin A.S., Nasonov N.N., Sergienko V.I., Vnukov I.E. // Nucl. Instr. Meth. B. 2003. Vol. 201. P. 97.
- [10] Adishev Y.N., Arishev S.N., Vnukov A.V. et al. // Nucl. Instr. Meth. B. 2003. Vol. 201. P. 114.
- [11] Nasonov N.N., Kaplin V.V., Uglov S.R. et al. // Nucl. Instr. Meth. B. 2005. Vol. 227. P. 41.
- [12] Blazhevich S.V., Noskov A.V. // Nucl. Instr. Meth. B. 2008. Vol. 266. P. 3770.
- [13] Блажевич С.В., Носков А.В. // ЖТФ. 2008. Т. 78. Вып. 9. С. 84.
- [14] Блажевич С.В., Носков А.В. // Изв. вузов. Физика. 2007. Т. 50. № 6. С. 48.
- [15] Borrmann G. // Zh. Phys. 1941. Bd 42. S. 157.
- [16] Базылев В.А., Жеваго Н.К. Излучение быстрых частиц в веществе и внешних полях. М.: Наука, 1987. 272 с.