01;07;09

Нелинейная теория коаксиальных мазеров на свободных электронах с двумерной распределенной обратной связью (квазиоптическое приближение)

© Н.С. Гинзбург, В.Ю. Заславский, Н.Ю. Песков, А.С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН,
603950 Нижний Новгород, Россия
e-mail: ginzburg@appl.sci-nnov.ru

(Поступило в Редакцию 16 июня 2009 г.)

В рамках квазиоптического приближения проведен анализ нелинейной динамики коаксиальных мазеров на свободных электронах (МСЭ) с двумерной распределенной обратной связью (РОС), реализуемой в двумерных брэгговских структурах. Показана возможность обеспечения на основе указанного механизма обратной связи пространственной синхронизации излучения трубчатых электронных пуков с периметром, превышающим 10^3 длин волн. Исследованы односекционная схема МСЭ с двумерной РОС, а также схема с комбинированным двухзеркальным резонатором, в котором входное двумерное брэгговское зеркало обеспечивает пространственную синхронизацию излучения, а небольших отражений от выходного традиционного брэгговского зеркала оказывается достаточно для самовозбуждения генератора. Достоинством последней схемы, по сравнению с односекционной, является уменьшение уровня омических потерь. Показана возможность обеспечения на основе указанного механизма обратной связи пространственной синхронизации излучения трубчатых электронных пучков с периметром, превышающим 10^3 длин волн. При различных типах граничных условий для поперечных (азимутальных) потоков энергии на краях брэгговской структуры продемонстрирована адекватность геометрооптического приближения, использованного ранее для описания динамики данного класса автогенераторов.

Введение

В настоящее время в Стратклайдском университете (Глазго, Великобритания) в сотрудничестве с ИПФ РАН ведутся экспериментальные исследования коаксиальной схемы мазера на свободных электронах (МСЭ) с двумерной распределенной обратной связью (РОС) [1–3]. Такой механизм обратной связи может быть реализован на основе двумерных брэгговских резонаторов [4,5] и позволяет получать мощное пространственно-когерентное излучение от трубчатых электронных потоков с периметром, на несколько порядков превосходящим длину волны. В упомянутых экспериментах продемонстрировано селективное возбуждение рабочей моды с заданным азимутальным индексом при периметре электродинамической системы, достигающем 25 длин волн, что следует рассматривать как подтверждение работоспособности новой схемы организации обратной связи. Прогресс в экспериментальных исследованиях обусловливает актуальность дальнейшего теоретического исследования механизмов синхронизации излучения в мазерах с двумерной РОС, включая анализ предельных возможностей указанных схем.

Как известно, в электронных СВЧ-генераторах можно выделить два механизма селекции мод — электродинамический и электронный [6]. Первый реализуется за счет использования электродинамических систем, в которых добротность рабочего колебания (моды) существенно превосходит добротность прочих мод. Электронный механизм селекции предполагает дополнительную дискриминацию паразитных мод либо по условиям синхронизма с электронным потоком, либо по коэффициенту (импедансу) связи электронов с волной. Кроме того, к электронным методам можно отнести подавление полем рабочей моды паразитных мод в результате нелинейной конкуренции. Последний механизм, как правило, эффективен при относительно небольшом превышении над порогом генерации и малом скоростном и позиционном резбросе электронов, когда, черпая энергию из одних и тех же фракций электронного пучка, моды взаимно подавляют друг друга. Следует отметить и еще одну возможность, которая заключается в формировании электронным потоком пространственной структуры поля из набора мод холодного резонатора с фиксированным соотношением фаз. В этом случае можно говорить о механизмах синхронизации мод.

В настоящей работе показано, что для МСЭ с коаксиальным двумерным брэгговским резонатором формирование пространственной структуры поля происходит вследствие как электродинамических, так и электронных механизмов селекции. При этом в случае, когда электронный поток обладает азимутальной симметрией, пространственное распределение поля в стационарном режиме генерации в значительной области параметров близко по структуре к основной азимутально-симметричной моде двумерного брэгговского резонатора. Соответственно оказывается возможной генерация пространственно-когерентного излучения при периметрах электродинамических систем и трубчатых электронных потоков, на несколько порядков превышающих длину волны, что позволяет в перспективе реализовать в миллиметровом диапазоне длин волн источники импульсного когерентного излучения гигаваттного уровня мощности.

Следует отметить, что в предшествующих исследованиях динамики МСЭ с двумерной РОС для описания распространения парциальных волновых потоков, формирующих поле двумерного брэгговского резонатора, в предположении больших параметров Френеля использовалось геометрооптическое приближение (см., например, [3,5,7]). В настоящей работе проведен учет дифракционных эффектов для азимутально-распространяющихся волновых потоков. Важность такого исследования обусловлена тем обстоятельством, что в пренебрежнии указанными эффектами в рамках геометрооптического приближения потери на излучение у азимутально-симметричных мод отсутствуют, и их добротность ограничена только омическими потерями [7,8]. В то же время для прочих мод потери на излучение (дифракционные потери) имеют конечную величину. Это обстоятельство, в конечном итоге, приводит к высокой селективности двумерных брэгговских резонаторов по азимутальному индексу и обусловливает выделенность возбуждения указанной моды электронным потоком. Тем не менее для более строгого анализа, включая определение границ возбуждения мод с различным числом азимутальных вариаций при увеличении периметра системы, представляется целесообразным построение нелинейной теории, последовательно учитывающей дифракцию азимутально-распространяющихся волновых потоков и соответственно определяющей конечность добротностей азимутально-симметричных мод. Ранее такой анализ только для „холодных" систем (резонаторов в отсутствие электронного пучка), что позволило указать границу их электродинамической селективности по периметру системы, которая с учетом реальных омических потерь составляет не менее 10^2 длин волн [9].

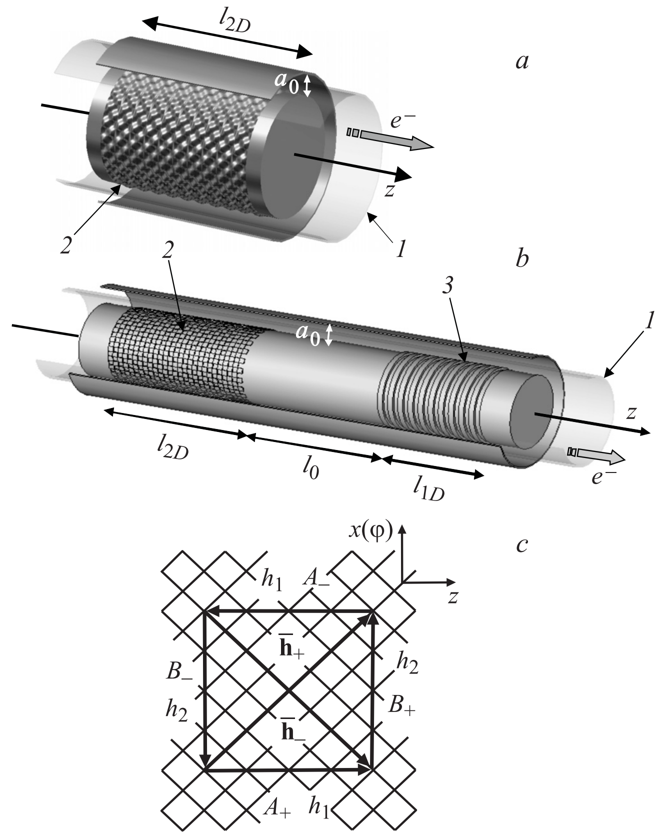

Рис. 1. Схема коаксиального МСЭ на основе (*a*) односекционного двумерного брэгговского резонатора и (*b*) гибридного брэгговского резонатора: *1* — электронный пучок, *2* — двумерная и *3* — одномерная брэгговские структуры. (*c*) — диаграмма, иллюстрирующая рассеяние парциальных волн на двумерной брэгговской решетке, $\bar{\mathbf{h}}_\pm = \bar{h}_x\mathbf{x}^0 \pm \bar{h}_z\mathbf{z}^0$ — векторы решетки. Показана реализация двумерной брэгговской структуры с помощью синусоидальной (*a*) и шахматной (*b*) гофрировки.

Квазиоптическая модель коаксиального МСЭ с двумерной РОС

Двумерная брэгговская структура представляет собой отрезок коаксиального волновода длины l_{2D} со средним радиусом r_0, на боковые стенки которого нанесена неглубокая двоякопериодическая гофрировка, представляющая собой суперпозицию двух винтовых гофрировок с противоположным направлением вращения (рис. 1, *a*):

$$a = \frac{a_{2D}}{4}\left[\cos(\bar{h}_z z - \bar{M}\varphi) + \cos(\bar{h}_z z + \bar{M}\varphi)\right], \qquad (1)$$

где a_{2D} — глубина гофрировки, $\bar{h}_z = 2\pi/d_z$, d_z — период гофрировки вдоль оси z, $\bar{M}$ — число заходов гофрировки по азимуту, z и φ — продольная и азимутальная координаты соответственно. Будем предполагать, что волновод имеет малую кривизну, т. е. радиус волновода существенно превосходит длину волны λ и расстояние (зазор) между проводниками a_0

$$r_0 \gg a_0, \quad r_0 \gg \lambda, \qquad (2)$$

что позволяет использовать квазиплоскую модель [10] с циклическими граничными условиями.

В случае малой глубины гофрировки $\bar{h}_{z,x}a_{2D} \ll 1$ поле в рассматриваемой системе можно представить в виде четырех связанных волновых потоков, два из которых (волны $A_\pm$) распространяются в продольном $\pm z$ направлении, а два других ($B_\pm$) — в азимутальном $\pm\varphi$ направлении

$$\mathbf{E} = \mathrm{Re}\Big[\big(A_+\mathbf{E}_1^0 e^{-ih_1 z} + A_-\mathbf{E}_1^0 e^{ih_1 z} + B_+\mathbf{E}_2^0 e^{-ih_2 x} + B_-\mathbf{E}_2^0 e^{ih_2 x}\big)e^{i\omega t}\Big], \qquad (3)$$

где $x = r_0\varphi$ — координата вдоль азимута волновода; $A_\pm(x,z,t)$, $B_\pm(x,z,t)$ — медленно меняющиеся по продольной и азимутальной координате, а также во времени амплитуды волновых потоков; $\mathbf{E}_{1,2}^0(r)$ — функции, описывающие их радиальную структуру, совпадающую с волнами коаксиального волновода.

Брэгговская решетка (1) обеспечивает связь и взаимное рассеяние парциальных волновых потоков (3), если проекции ее трансляционных векторов $\bar{h}_{x,z}$ удовлетворяют условию брэгговского резонанса с постоянными распространения волн $h_{1,2}$ (см. рис. 1, c)

$$h_1 \approx \bar{h}_z, \quad h_2 \approx \bar{h}_x, \tag{4}$$

где $\bar{h}_x = \bar{M}/r_0$. Будем считать далее

$$\bar{h}_x = \bar{h}_z = \bar{h}, \tag{5}$$

что соответствует случаю рассеяния на брэгговской структуре волновых потоков с одинаковым числом вариаций поля по радиусу. При этом геометрические параметры системы связаны соотношением: $\bar{M}/r_0 = 2\pi/d_z$. Ограничимся также рассмотрением случая рассеяния низших волн, не имеющих радиальных вариаций поля. В этом случае имеет место связь продольно распространяющихся волн $A_\pm$ $\mathrm{TE}_{M,0}$-типа с низкими азимутальными индексами, включая низшую ТЕМ-волну (которой соответствует $M = 0$), и поперечно (азимутально) распространяющихся волн $B_\pm$ $\mathrm{TE}_{M,0}$-типа с большими азимутальными индексами $M \gg 1$. Заметим, что при выполнении условия (2) структура волн $\mathrm{TE}_{M,0}$-типа близка к структуре основной ТЕМ-волны [10].

Будем предполагать, что электроны пучка, осциллирующие в поле ондулятора с периодом d_w, взаимодействуют только с парциальной волной A_+ в условиях ондуляторного синхронизма

$$\omega - hv_\parallel \approx \Omega_b, \tag{6}$$

где $\Omega_b = h_w v_\parallel$ — баунс-частота, $h_w = 2\pi/d_w$. В этих условиях взаимное рассеяние четырех электромагнитных потоков (3) и их возбуждение трубчатым электронным потоком могут быть описаны следующей системой уравнений:

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\mathrm{gr}}^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\hat{A}_+ + \sigma\hat{A}_+ + i\hat{\alpha}_{2D}(\hat{B}_+ + \hat{B}_-) = J,$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\mathrm{gr}}^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\hat{A}_- + \sigma\hat{A}_- + i\hat{\alpha}_{2D}(\hat{B}_+ + \hat{B}_-) = 0,$$

$$\left(\pm\frac{\partial}{\partial X} + \beta_{\mathrm{gr}}^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\hat{B}_\pm + \frac{iC}{2}\frac{\partial^2 \hat{B}_\pm}{\partial Z^2} + \sigma\hat{B}_\pm + i\hat{\alpha}_{2D}(\hat{A}_+ + \hat{A}_-) = 0. \tag{7}$$

При записи (7) использованы следующие нормированные переменные и параметры: $Z = z\bar{h}C$, $X = x\bar{h}C$, $L_{x,z} = l_{x,z}\bar{h}C$, $\tau = tC\bar{\omega}$, $(\hat{A}_\pm; \hat{B}_\pm) = (A_\pm; B_\pm)e\kappa\mu/\gamma mc\bar{\omega}C^2$, $\kappa \approx \beta_\perp/\beta_\parallel$ — параметр связи электронов с волной, $\mu \approx \gamma^{-2}$ — параметр инерционной группировки [11], γ — релятивистский масс-фактор электронов, $v_{\parallel,\perp} = \beta_{\parallel,\perp}c$ — продольная и поперечная скорости частиц соответственно, $v_{\mathrm{gr}} = \beta_{\mathrm{gr}}c$ — групповая скорость волн,

$$C = \left(\frac{e\mathbf{I}_0}{mc^3}\frac{\lambda^2\mu\kappa^2}{8\pi\gamma a_0}\right)^{1/3} \tag{8}$$

— параметр усиления (параметр Пирса), I_0 — погонный ток пучка, $\sigma = \delta/2a_0C$ — параметр омических потерь, δ — глубина скин-слоя, a_0 — расстояние между пластинами, $\hat{a}_{2D} = a_{2D}/\bar{h}C$, α_{2D} — коэффициент связи на двумерной брэгговской структуре, который в случае рассеяния ТЕМ-волн равен [9,10]

$$\alpha_{2D} = \alpha_{2D}\bar{h}/8a_0. \tag{9}$$

Заметим, что по сравнению с предшествующими исследованиями нелинейной динамики коаксиальных МСЭ с двумерной РОС, проведенными в геометрооптическом приближении [3–5,7], уравнения для азимутально-распространяющихся волновых потоков (7) дополнены членами $\frac{C}{2}\frac{\partial^2 \hat{B}_\pm}{\partial Z^2}$, учитывающими дифракционное расплывание указанных потоков.

Входящий в уравнения (7) электронный ток

$$J = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} e^{-i\theta}d\theta_0 \tag{10}$$

находится из усредненных уравнений движения частиц в поле синхронной волны A_+, которые могут быть представлены в виде, универсальном для генераторов с преобладающей инерционной группировкой электронов [11]

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_\parallel^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2\theta = \mathrm{Re}[\hat{A}_+e^{i\theta}]. \tag{11}$$

Граничные условия для немодулированного по фазам влета моноэнергетического пучка имеют вид

$$\theta|_{Z=0} = \theta_0 \in [0; 2\pi), \quad \left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_\parallel^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\theta\Big|_{Z=0} = \Delta, \tag{12}$$

где $\theta = \bar{\omega}t - hz - h_w z$ — фаза электронов относительно синхронной волны, $\Delta = (\bar{\omega} - hv_\parallel - h_w v_\parallel)/\bar{\omega}C$ — начальная расстройка ондуляторного синхронизма на несущей частоте.

В случае коаксиальной геометрии парциальные волны должны удовлетворять условию цикличности

$$\hat{A}_\pm(X + L_x; Z; \tau) = \hat{A}_\pm(X; Z; \tau),$$
$$\hat{B}_\pm(X + L_x; Z; \tau) = \hat{B}_\pm(X; Z; \tau), \tag{13}$$

где $L_x = 2\pi r_0\bar{h}C$ — нормированный средний периметр резонатора. Условие цикличности (13) позволяет разложить поля в ряд Фурье

$$\hat{A}_\pm(X; Z; \tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_\pm^m(Z; \tau)e^{2\pi imX/L_x},$$

$$\hat{B}_\pm(X; Z; \tau) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_\pm^m(Z; \tau)e^{2\pi imX/L_x} \tag{14}$$

и рассматривать каждую гармонику как моду резонатора с азимутальным индексом m. Следует отметить, что мода с индексом m представляет собой комбинацию парциальных волн регулярного коаксиального волновода, у которых бегущие в продольном направлении волны $A_\pm$ имеют азимутальный индекс m, а волны B_+ и B_-, согласно (3), имеют азимутальный индекс $\bar{M}+m$ и $-\bar{M}+m$ соответственно. Следует отметить, что с точки зрения как электродинамической, так и электронной селекции выделенной является мода с индексом $m=0$. Эта мода далее называется „симметричной" хотя в действительности к симметричному типу относятся только поля парциальных волн $A_\pm$, в то время как поля парциальных волн $B_\pm$ обладают азимутальным индексом $\bar{M}$. Соответственно моды с индексом $m \neq 0$ далее называются азимутально-несимметричными.

Уравнения (7) с учетом (14) принимают вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z}+\beta_{\mathrm{gr}}^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)A_+^m+\sigma A_+^m+i\hat{\alpha}_{2D}(B_+^m+B_-^m)=J^m,$$

$$\left(-\frac{\partial}{\partial Z}+\beta_{\mathrm{gr}}^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)A_-^m+\sigma A_-^m+i\hat{\alpha}_{2D}(B_+^m+B_-^m)=0,$$

$$\left(\pm ism+\beta_{\mathrm{gr}}^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)B_\pm^m+\frac{iC}{2}\frac{\partial^2 B_\pm^m}{\partial Z^2}$$
$$+\sigma B_\pm^m+i\hat{\alpha}_{2D}(A_+^m+A_-^m)=0, \qquad (15)$$

где $s=2\pi/L_x$,

$$J^m=\frac{1}{2\pi L_x}\int\limits_0^{L_x} Je^{-ismX}dX.$$

Электронный КПД определяется соотношениями

$$\eta=\frac{C}{\mu(1-\gamma_0^{-1})}\,\hat{\eta},$$

$$\hat{\eta}=\frac{1}{2\pi L_x}\int\limits_0^{l_x}\int\limits_0^{2\pi}\left(\left(\frac{\partial}{\partial Z}+\beta_\parallel^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\theta-\Delta\right)\Bigg|_{Z=l_{2D}} d\theta_0 dX.$$

Система уравнений (15) должна быть дополнена граничными условиями на краях гофра $Z=0$ и $Z=L_{2D}$. Для циркулирующих в азимутальном направлении парциальных волновых потоков $B_\pm$ представляется целесообразным рассмотреть два предельных случая: полностью согласованной и полностью закрытой для вытекания этих потоков системы. В первом случае следует использовать условия излучения, которые для отдельных азимутальных гармоник можно представить в виде [12]

$$B_\pm^m-\sqrt{\frac{C}{2\pi i}}\int\limits_0^\tau \frac{e^{-(\sigma\pm ism)(\tau-\tau')}}{\sqrt{\tau-\tau'}}\frac{\partial B_\pm^m}{\partial Z}d\tau'=0\Bigg|_{Z=0},$$

$$B_\pm^m+\sqrt{\frac{C}{2\pi i}}\int\limits_0^\tau \frac{e^{-(\sigma\pm ism)(\tau-\tau')}}{\sqrt{\tau-\tau'}}\frac{\partial B_\pm^m}{\partial Z}d\tau'=0\Bigg|_{Z=L_{2D}}. \qquad (16)$$

Чтобы реализовать закрытую для азимутальных волновых потоков $B_\pm$ систему, на краях гофра следует поместить закритические сужения. При этом граничные условия можно записать в виде

$$B_\pm^m=0\big|_{Z=0,L_{2D}}. \qquad (17)$$

Указанные сужения не оказывают существенного влияния на параксиальные волновые потоки энергии. Таким образом, для парциальных волн, распространяющихся в продольных $\pm z$ направлениях, в предположении отсутствия потоков извне в резонатор в обоих указанных выше предельных случаях граничные условия можно представить в виде

$$A_+\big|_{Z=0}=0, \quad A_-\big|_{Z=L_{2D}}=0. \qquad (18)$$

Результаты моделирования односекционной системы

Как следует из предшествующего анализа спектра мод коаксиального двумерного брэгговского резонатора (квазиоптическое приближение в методе связанных волн [9]) и результатов прямого численного моделирования в рамках стандартного кода [13], наибольшей дифракционной добротностью в исследуемой системе обладает так называемая азимутально-симметричная мода $m=0$. Согласно соотношению (3), данная мода представляет собой суперпозицию азимутально-симметричных волновых потоков $A_\pm$, распространяющихся вдоль оси резонатора, и бегущих по азимуту волновых потоков $B_\pm$ с числом азимутальных вариаций, равным числу заходов гофра $\bar{M}$.

Моделирование взаимодействия с электронным потоком в рамках геометрооптического приближения также демонстрирует, что в большой области параметров имеет место установление стационарного режима генерации на этой, рабочей, моде [5,7]. Тем не менее при увеличении периметра системы добротности прочих азимутально-несимметричных мод приближаются к добротности основной моды [9,13]. Кроме того, к выравниванию добротностей мод с различными азимутальными индексами ведет наличие омических потерь. Однако наряду с электродинамической селекцией важным фактором является электронная селекция, обусловленная различием пространственных структур мод, включая соотношение амплитуд парциальных волновых потоков. В этой связи представляется целесообразным проведение дополнительного анализа нелинейной динамики коаксиальных МСЭ с двумерной РОС в рамках квазиоптического приближения при различных типах граничных условий (см. (16),(17)) и сопоставление результатов с полученными ранее в рамках геометрооптического приближения.

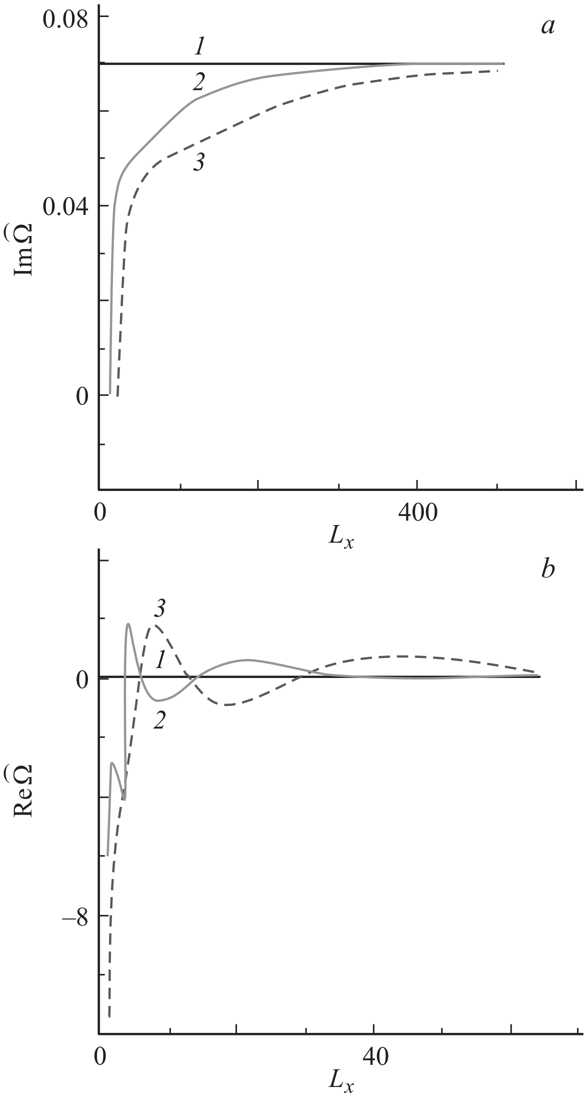

Рис. 2. Зависимость от нормированного периметра L_x (a) инкремента $\mathrm{Im}\hat{\Omega}$ и (b) электронного сдвига частоты $\mathrm{Re}\hat{\Omega}$ для мод с различным азимутальным индексом m (*1* — $m = 0$, *2* — 1, *3* — 2): $\hat{\alpha}_{2D} - 0.4$, $L_{2D} = 3.9$, $\Delta = -2$.

На рис. 2 показаны зависимости временны́х инкрементов $\mathrm{Im}\hat{\Omega}$ и собственных частот $\mathrm{Re}\hat{\Omega}$ мод с различным числом азимутальных вариаций поля m от нормированного периметра системы L_x при параметре усиления $C = 7 \cdot 10^{-3}$. Видно, что инкремент азимутально-симметричной моды от периметра не зависит и превышает инкременты прочих мод (зависимость инкремента этой моды от параметра расстройки синхронизма Δ показана на рис. 3). Например, при $L_x = 50$ ($l_x/\lambda \approx 10^3$) инкремент основной моды $m = 0$ примерно вдвое превосходит инкремент конкурирующей моды с $m = -1$. Таким образом, в области периметров $l_x/\lambda \leq 10^3$ двумерные брэгговские структуры обеспечивают эффективную селекцию мод по временны́м инкрементам. Тем не менее при дальнейшем увеличении периметра происходит сближение инкрементов и собственных частот мод с различным числом азимутальных вариаций. Одновременно имеет место сближение продольных распределений амплитуд парциальных волн различных азимутальных мод.

Эффективность использования двумерных брэгговских структур подтверждается и анализом нелинейной стадии взаимодействия с помощью численного моделирования уравнений (11), (15). На рис. 4 показаны области, в которых реализуются различные режимы генерации на плоскости параметров: нормированный периметр L_x — электронная расстройка синхронизма Δ. При выбранных параметрах системы область самовозбуждения азимутально-симметричной моды $m = 0$ составляет $-2.5 \leq \Delta \leq 0.2$. Эта мода побеждает в процессе нелинейной конкуренции в области „I“, в то время как в области „II“ выживает одна из азимутально-несимметричных мод с $m \neq 0$ (наблюдалось возбуждение мод с азимутальными индексами в пределах $|m| \leq 5$).

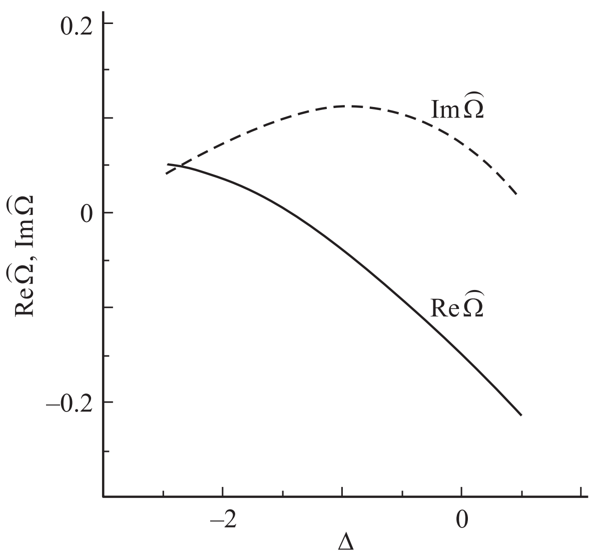

Рис. 3. Зависимость от параметра расстройки синхронизма Δ электронного сдвига частоты $\mathrm{Re}\hat{\Omega}$ (сплошная кривая) и инкремента $\mathrm{Im}\hat{\Omega}$ (пунктир) для моды $m = 0$: $\hat{\alpha}_{2D} = 0.4$, $L_{2D} = 3.9$.

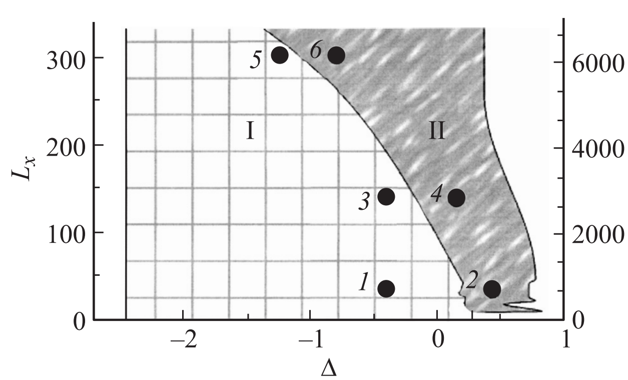

Рис. 4. МСЭ с односекционным двумерным брэгговским резонатором. Зоны возбуждения мод с различным числом азимутальных вариаций m на плоскости параметров: нормированный периметр $L_x(l_x/\lambda)$ — расстройка синхронизма Δ ($\hat{\alpha}_{2D} = 0.4$, $L_{2D} = 3.9$, $\sigma = 0.05$).

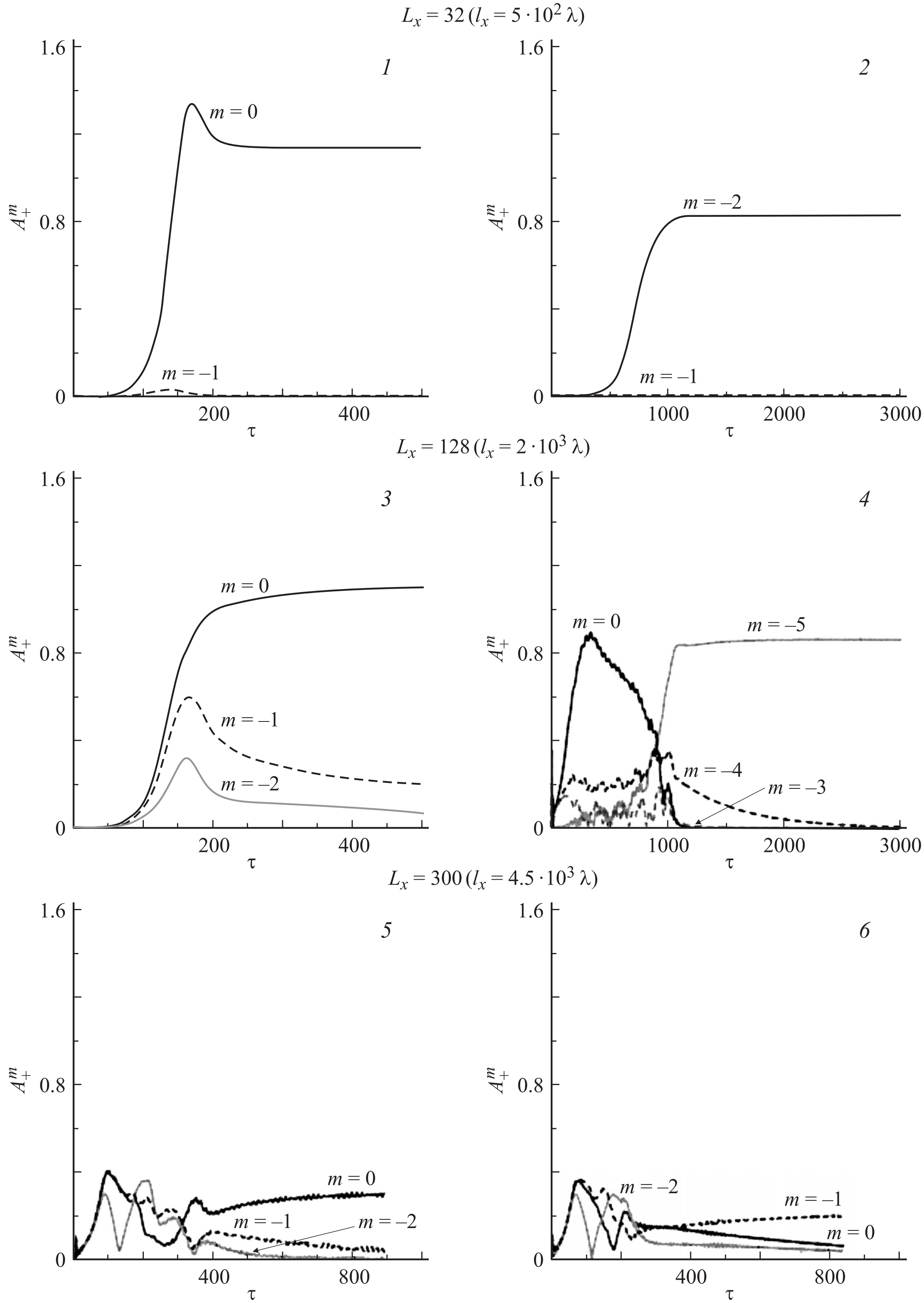

Рис. 5. Зависимость амплитуд мод с различным азимутальным индексом от времени m в реперных точках, указанных на рис. 4. В левом столбце представлены сценарии конкуренции мод, в которых стационарный режим генерации устанавливается на азимутально-симметричной моде $m = 0$. В правом столбце имеет место установление стационарного режима генерации на одной из азимутально-несимметричных мод $m \neq 0$.

Более детальный анализ областей возбуждения различных азимутальных мод показывает, что пока периметр не превышает значения $L_x \leq 10$ $(l_x/\lambda \leq 2 \cdot 10^2)$, имеет место возбуждение исключительно азимутально-симметричной моды $m = 0$ во всей области изменений параметра Δ, т.е. во всем допустимом диапазоне изменений энергии частиц происходит генерация на указанной моде. По мере увеличения периметра инкременты азимутально-несимметричных мод приближаются к инкременту симметричной моды. Соответственно имеет место заметный рост амплитуд нескольких азимутальных мод на линейной стадии взаимодействия и подавление одной модой других мод на нелинейной стадии. Тем не менее пока нормированные значения периметра $L_x < 50$ $(l_x/\lambda \leq 10^3)$ во всей зоне расстроек синхронизма, в которой выполнены условия самовозбуждения для азимутально-симметричной моды $m = 0$, указанная мода выигрывает в нелинейной конкуренции (генерация на модах с $m \neq 0$ имеет место только в дополнительной зоне расстроек Δ, в которой симметричная мода не возбуждается).

В качестве иллюстрации на рис. 5 для $L_x = 32$ показано установление стационарного режима генерации при возбуждении азимутальной симметричной моды $m = 0$ при $\Delta = -0.2$ (точка „1" на рис. 4) и несимметричной моды $m = -2$ при $\Delta = 0.5$ (точка „2" на рис. 4). Продольное распределение полей парциальных волн в стационарном режиме генерации в указанных реперных точках приведено на рис. 6. Интересно отметить, что у симметричной моды амплитуды азимутальных волновых потоков $B_\pm$ совпадают, в то время как для несимметричной моды эти амплитуды существенно отличаются. При этом возбуждению несимметричных мод соответствует значительно меньший электронный КПД, и, кроме того, как следует из рис. 2, *a*, эти моды в рассматриваемой области параметров обладают меньшими временными инкрементами.

При $L_x > 50$ зона генерации „I" на моде с $m = 0$ начинает сокращаться, и уже внутри полосы возбуждения симметричной моды появляется зона расстроек синхронизма Δ, в которой генерация устанавливается на одной из азимутально-несимметричных мод. При этом генерации на этой моде соответствует несколько больший (приблизительно на 5%) электронный КПД, чем для основной моды при данном значении параметра Δ. Таким образом, при больших периметрах, когда инкременты мод сближаются, система стремится к состоянию, в котором энергоотдача электронного пучка максимальна. Типичные зависимости амплитуд мод от времени для этой области параметров (точки „*3*" и „*4*"на рис. 4) представлены на рис. 5 фрагментами с соответствующими индексами.

Для предельно больших периметрах $L_x > 300$ характеристики стационарного режима генерации при возбуждении мод с различным азимутальным индексом m практически не меняются. Динамика мод в этом случае показана на рис. 5 фрагментами с индексами „*5*" и „*6*".

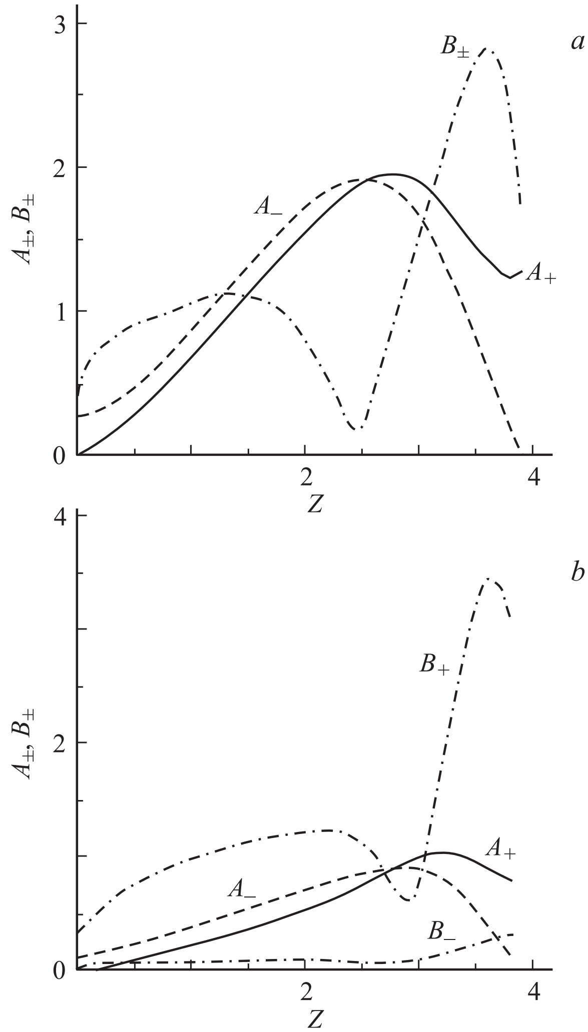

Рис. 6. Продольное распределение полей парциальных волн в условиях стационарной генерации на (*a*) азимутально-симметричной $m = 0$ и (*b*) азимутально-несимметричной $m = -2$ модах ($\hat{\alpha}_{2D} = 0.4$, $L_{2D} = 3.9$, $L_x = 32$, $\sigma = 0.05$).

Фактически в этой области параметров следует говорить о вырождении мод с различным числом азимутальных вариаций по инкременту, частоте и продольной структуре (рис. 7). Следует, однако, иметь в виду, что такое вырождение возникает при сверхбольших значениях периметра $l_x/\lambda \sim 10^4$. Тем не менее во всей области параметров представленных на рис. 4, т.е. по крайней мере при периметрах системы до $l_x/\lambda \leq 10^4$, происходит установление стационарного режима генерации. Время установления стационарного режима генерации, естественно, возрастает с увеличением периметра L_x (см. рис. 5) за счет удлинения процессов, связанных с нелинейной конкуренцией мод.

Моделирование показывает, что представленные выше результаты, полученные в рамках квазиоптического приближения и излучательных граничных условий (16), практически полностью совпадают с результатами ана-

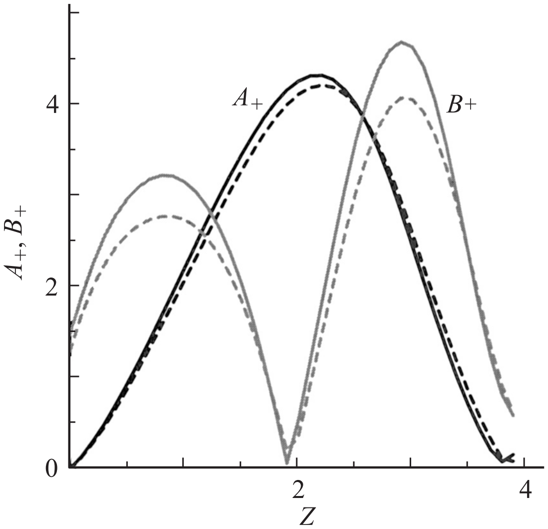

Рис. 7. Вырождение продольных распределений полей парциальных волн при большой сверхразмерности $L_x = 300$: сплошные кривые — распределение полей в условиях генерации на азимутально-симметричной моде $m = 0$ $(\Delta = -1.3)$, пунктир — то же при генерации на несимметричной моде $m = -1$ $(\Delta = -0.8)$.

лиза в рамках геометрооптического приближения. Пренебрежение дифракционными эффектами лишь несколько расширяет область возбуждения несимметричных мод.

Вследствие ограниченности влияния дифракционных эффектов на характер режима генерации не оказывает существенного влияния и тип граничных условий для азимутально распространяющихся волн. На рис. 8 для сравнения представлены результаты моделирования системы, в которой на краях гофра помещены закритические сужения для волн $B_\pm$, т.е. выполнены граничные условия (17). При этом как сценарий конкуренции мод, так и распределение полей парциальных волн в стационарном режиме генерации мало отличаются от имеющих место в случае излучательных граничных условий и по существу вполне точно описываются геометрооптическим приближением. В частности, при одинаковых параметрах электронный сдвиг частоты в стационарном режиме генерации для согласованной системы (условия излучения (16)) составляет $\Omega = 0.054$, для системы с закритическими сужениями (граничные условия (17)) $\Omega = -0.049$, а при моделировании в рамках геометрического приближения тот же сдвиг равен $\Omega = -0.057$.

Важным фактором для рассматриваемой схемы генератора являются омические потери, прежде всего, для бегущих по азимуту парциальных волн. В рамках модели, основанной на геометрооптическом приближении [8], учет таких потерь необходим для установления стационарного режима генерации (в противном случае азимутально-симметричные моды обладают бесконечной добротностью). В рамках квазиоптического приближения дифракционные потери для волновых потоков $B_\pm$ приводят к конечности добротности азимутально-симметричных мод и соответственно к возможности установления стационарных режимов в отсутствие оми-

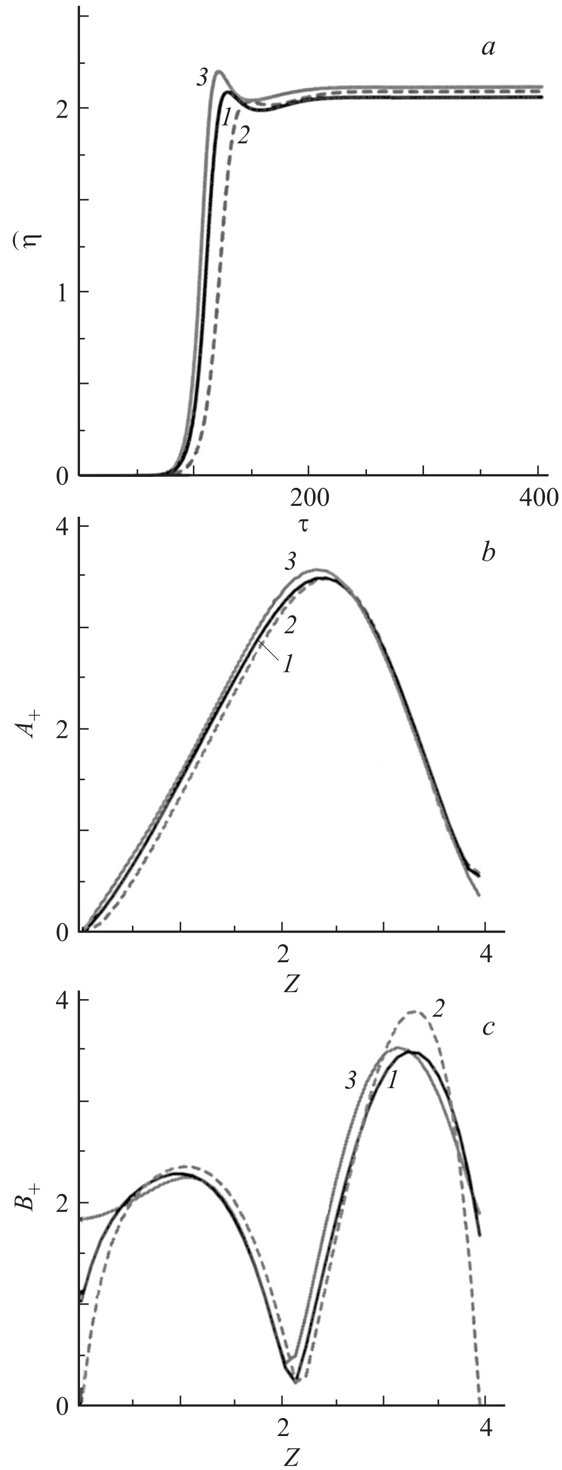

Рис. 8. Зависмость электронного КПД от времени (a) и продольные структуры полей парциальных волн A_+ (b) и B_+ (c) в стационарном режиме генерации, найденные в предположении условий излучения (16) (1) и запирания азимутальных волновых потоков (граничные условия (17), 2). Кривой 3 обозначены соответствующие решения в рамках геометрооптического приближения ($\hat{\alpha}_{2D} = 0.4$, $L_{2D} = 3.9$, $L_x = 32$, $\sigma = 0.05$).

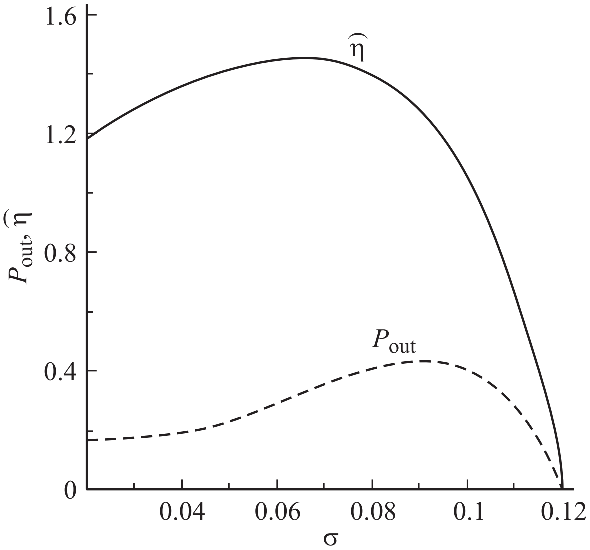

Рис. 9. Зависимость нормированной мощности выходного излучения P_{out} и приведенного КПД $\hat{\eta}$ от параметра омических потерь σ ($\hat{\sigma}_{2D} = 0.4$, $L_{2D} = 3.9$, $L_x = 32$, $\Delta = -0.4$).

ческих потерь, т.е. в предположении об идеальной проводимости стенок резонатора. Тем не менее учет конечности проводимости оказывает значительное влияние на энергетический баланс.

На рис. 9 приведена зависимость выходной мощности $P_{\mathrm{out}} = |A_+(L_{2D})|^2/4$ и электронного КПД $\hat{\eta}$ от параметра омических потерь. Видно, что существует оптимальное значение параметра $\sigma = 0.06$, при котором достигается наилучшее соотношение между мощностью, отдаваемой электронным потоком, и излучаемой мощностью. Однако и в этом случае доля омических потерь превышает 50%. Заметим, что при больших значениях параметров потерь добротности всех мод, в независимости от азимутального индекса, сравниваются и определяются омической добротностью. Тем не менее разделение зон режимов генерации на плоскости параметров $(L_x; \Delta)$ остается аналогичным представленному на рис. 4. При этом преобладающей, в том числе и при больших периметрах, остается зона генерации, связанная с возбуждением азимутально-симметричной моды.

Результаты моделирования МСЭ с гибридным резонатором, составленным из одномерного и двумерного брэгговских зеркал

Для уменьшения влияния омических потерь в [14] было предложено использовать гибридный резонатор, состоящий из двумерного входного и традиционного однопериодического (одномерного), выходного брэгговских зеркал (рис. 1, b). Двумерное брэгговское зеркало обеспечивает азимутальную селекцию мод. Усиление волны электронным потоком происходит в основном в регулярной части резонатора. При этом небольших отражений от выходного одномерного брэгговского зеркала, связывающего две встречные волны, оказывается достаточно для самовозбуждения генератора. Проведенное ниже моделирование показывает, что при оптимальных условиях в описанной схеме возможен устойчивый режим одночастотной одномодовой генерации с существенно более низкими омическими потерями по сравнению с односекционной схемой. Важно подчеркнуть, что подобная схема слабо чувствительна к изменениям параметров электронного потока, и с точностью до электронной перестройки частота генерации оказывается близкой к частоте отсечки квазикритической моды, возбуждающейся во входном зеркале.

Процесс взаимодействия во входной двумерной брэгговской структуре описывается уравнениями (11), (15). В выходном одномерном брэгговском рефлекторе

$$a = \frac{a_{1D}}{2} \cos \bar{h}_{1D} z \qquad (19)$$

($\bar{h}_{1D} = 2\pi/d_{1D}$, d_{1D} — период структуры) с длиной l_{1D} присутствуют только две парциальные волны A_+ и A_-, взаимное рассеяние которых на одномерной брэгговской решетке после разложения по азимутальным гармоникам описывается уравнениями

$$\begin{aligned} &\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\mathrm{gr}}^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)A_+^m + \sigma A_+^m - i\hat{\alpha}_{1D}A_-^m = J^m, \\ &\left(-\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_{\mathrm{gr}}^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)A_-^m + \sigma A_-^m - i\hat{\alpha}_{1D}A_+^m = 0, \end{aligned} \qquad (20)$$

где $\hat{\alpha}_{1D} = a_{1D}/2a_0C$ — нормированный коэффициент связи на одномерной брэгговской структуре [11]. Усиле-

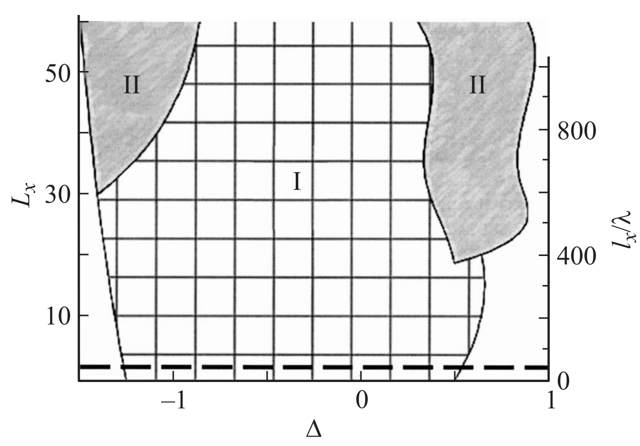

Рис. 10. Зоны возбуждения мод с различным азимутальным индексом m для МСЭ с комбинированным брэгговским резонатором на плоскости параметров: нормированный периметр L_x (l_x/λ) — расстройка синхронизма Δ ($L_{2D} = 0.6$, $L_0 = 4$, $L_{1D} = 0.4$, $\hat{\alpha}_{2D} = 0.5$, $\hat{\alpha}_{1D} = 0.35$, $\sigma = 0.01$). Пунктир соответствует периметру 37 GHz МСЭ, реализованного в Стратклайдском университете [1–3].

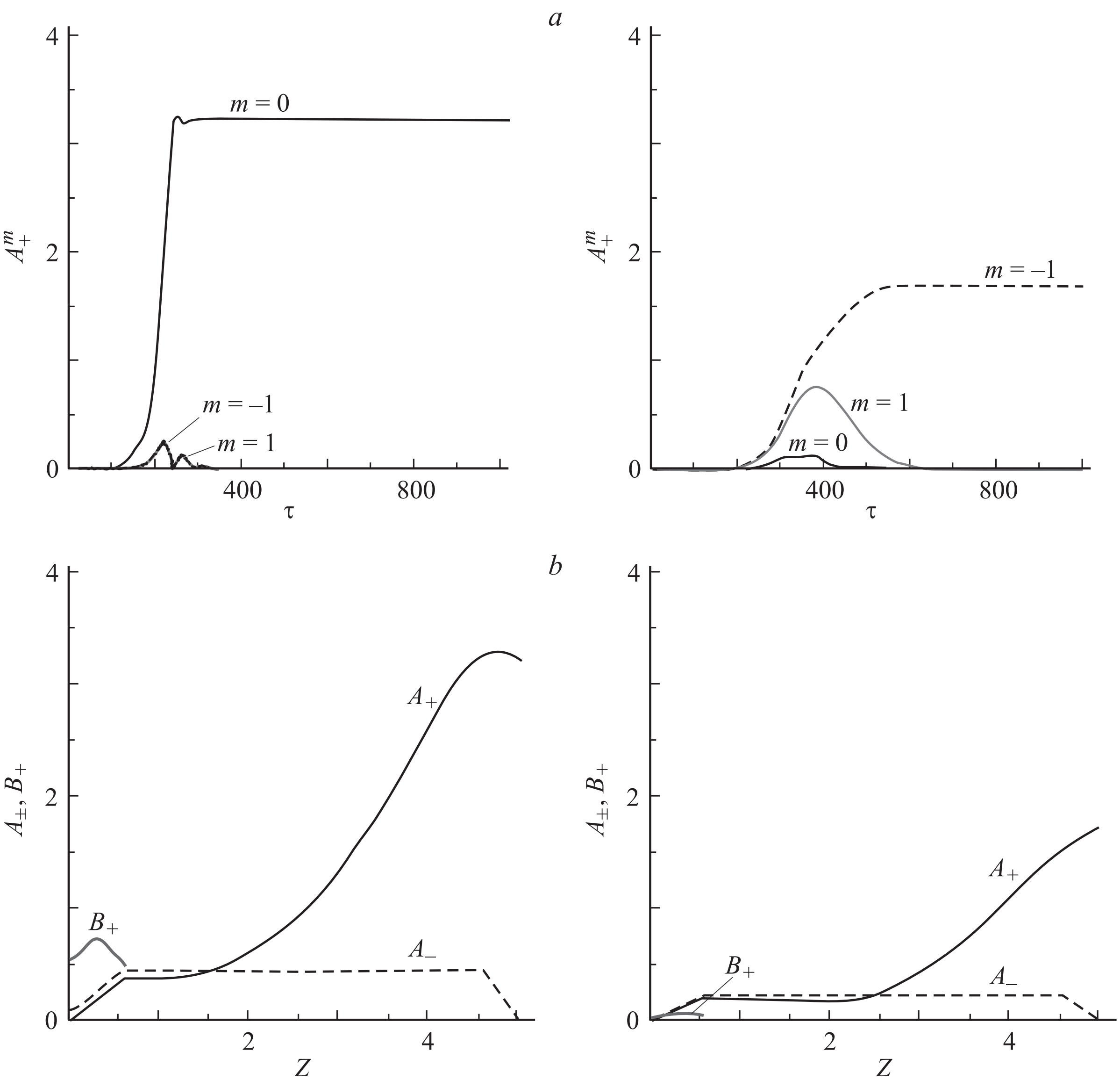

Рис. 11. Левый столбец — установление стационарного режима генерации на азимутально-симметричной моде $m = 0$ $(\Delta = -1)$, правый столбец — установление стационарного режима генерации на несимметричной моде $m = -1$ $(\Delta = 0.6)$: a — зависимость от времени амплитуд азимутальных мод A_+^m, b — продольные распределения полей парциальных волн $A_\pm$ и B_+ в стационарном режиме генерации $(L_x = 32)$.

ние синхронной волны A_+ в регулярной секции резонатора с длиной l_0 описывается уравнениями (11), (20), где следует положить $\hat{a}_{1D} = 0$. При моделировании предполагалось, что внешние потоки энергии отсутствуют, т.е. амплитуда парциальных волн $A_\pm$ на соответствующих границах равна нулю (ср. с (18)).

Моделирование проводилось при длине различных секций и коэффициенте усилений, близких к 37 GHz коаксиальному МСЭ с двумерной РОС, реализованному в Стратклайдском университете [1–3]: длина входной, выходной и регулярной секций $l_{2D} = 10.4$ cm, $l_{1D} = 6$ cm, $l_0 = 65$ cm соответственно, параметр усиления $C \approx 0.007$. В качестве материала стенок резонатора была взята медь: $\sigma = 0.01$. Нормированные длины секций состаляли соответственно $L_{2D} = 0.6$, $L_{1D} = 0.4$, $L_0 = 4$, коэффициенты связи $\hat{\alpha}_{2D} = 0.5$, $\hat{\alpha}_{1D} = 0.35$.

На рис. 10 показаны области, в которых реализуются различные режимы генерации, на плоскости параметров $(L_x; \Delta)$. Из сравнения с рис. 4 можно сделать вывод, что область по расстройке синхронизма Δ, в которой имеет место возбуждение азимутально-симметричной моды (показана штриховкой), несколько сужается, но типологически остается близкой к односекционной системе. При этом пока периметр системы не превышает значения $L_x \leq 20$, во всей области изменений параметра Δ имеет место исключительно установление стационарного режима генерации на азимутально-симметричной моде с частотой, близкой к брэгговской.

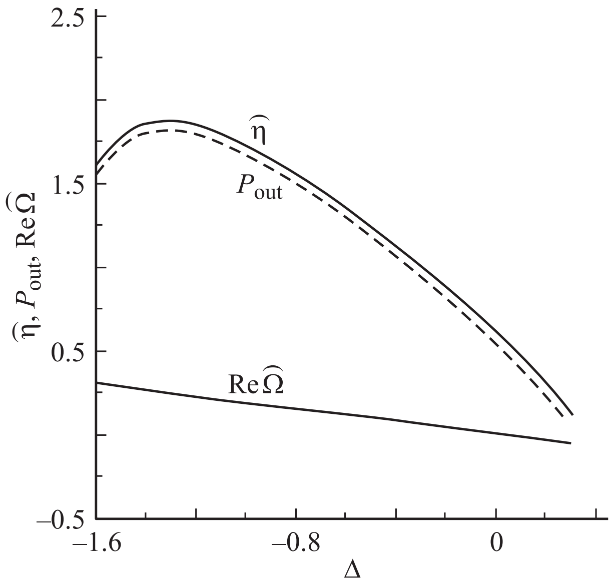

Рис. 12. Зависимость приведенного КПД $\widehat{\eta}$, мощности излучения P_{out} и электронного сдвига частоты $\text{Re}\widehat{\Omega}$ от параметра расстройки Δ ($L_{2D} = 0.6$, $L_0 = 4$, $L_{1D} = 0.4$, $\hat{\alpha}_{2D} = 0.5$, $\hat{\alpha}_{1D} = 0.35$, $\sigma = 0.01$).

Важно подчеркнуть, что условиям Стратклайдского эксперимента с периметром пучка $l_x \sim 25\lambda$ соответствует безразмерный периметр $L_x = 1.2$. В настоящий момент наиболее мощный трубчатый пучок реализован в ИСЭ СО РАН [15], его периметр составляет около 50 cm, чему в 8-миллиметровом диапазоне соответствует нормированный периметр $L_x \approx 2.5$. Таким образом, в рассматриваемом диапазоне длин волн использование гибридных брэгговских резонаторов позволяет обеспечить режим одномодовой одночастотной генерации практически для любых существующих электронных пучков.

Как видно из рис. 10, зоны генерации мод с другими азимутальными индексами появляются только при значении нормированного периметра $L_x > 20$.[1] Тем не менее зона возбуждения основной моды остается достаточно широкой при $L_x \sim 60$, т.е. при периметре, превышающем 10^3 длин волн. Заметим, что и в зонах расстроек, где имеет место возбуждение мод с другими азимутальными индексами, также устанавливается стационарный режим генерации, которому соответствует синхронизация излучения отдельных частей электронного потока.

Распределение полей парциальных волн в стационарном режиме генерации представлено на рис. 11, который подтверждает, что основное усиление сигнала происходит после входного зеркала. В результате значения амплитуды квазикритических волн $B_{\pm}$, возбуждающихся в двумерной брэгговской структуре, относительно невелики. Соответственно невелики и обусловленные этой модой омические и дифракционные потери. В таких условиях до 95% энергии, излученной электронным потоком, выносится с бегущей волной A_+. Заметим, что в случае, когда в моделируемом эксперименте в качестве выходного зеркала использовалась двумерная брэгговская структура, более половины энергии излучения диссипировалось в этом зеркале [2,3]. Переход к гибридной схеме [14] позволил при сохранении расчетного электронного КПД на уровне $\sim 20\%$ в несколько раз поднять регистрируемую выходную мощность излучения [16,17].

При использовании релятивистских электронных потоков, энергия частиц которых изменяется в течение одного импульса, а также от импульса к импульсу, принципиальное значение имеет некритичность частоты генерации к изменению параметров пучка. Это обстоятельство иллюстрируется рис. 12, на котором представлен сдвиг частоты генерации от несущей частоты $\text{Re}\hat{\Omega}$ как функция параметра расстройки синхронизма Δ. Видно, что во всей полосе генерации частота излучения близка к частоте отсечки квазикритической моды.

Выводы

Таким образом, проведенный анализ демонстрирует возможность использования двумерных брэгговских структур коаксиальной геометрии для пространственной синхронизации излучения трубчатых электронных потоков, периметр которых составляет $10^2 - 10^3$ длин волн. Соответственно в миллиметровом диапазоне длин волн использование гибридных брэгговских резонаторов позволяет обеспечить режим одномодовой одночастотной генерации практически для любых существующих электронных пучков. Например, на базе пучка с периметром 50 cm [15] при погонной плотности тока 100 A/cm и энергии частиц ~ 2 MeV выходная мощность излучения при электронном КПД $\sim 10\%$ может достигать 1 GW.

Путем сопоставления с результатами анализа динамики коаксиальных МСЭ с двумерной РОС в рамках квазиоптического и геометрооптического приближений продемонстрирована корректность использования последнего в предшествующих работах по данной проблематике [5,7,8]. Важно также подчеркнуть, что высокие селективные характеристики двумерых брэгговских структур коаксиальной геометрии подтверждены в рамках моделирования стандартными коммерческими кодами [13]. Заметим, что теоретические [18,19] и экспериментальные [20] исследования показывают, что столь же эффективно двумерная РОС может быть использована в генераторах планарной геометрии пространства взаимодействия, в том числе оптического диапазона (лазеры с двумерной РОС). Это позволяет сделать вывод, что двумерная РОС является перспективным методом генерации мощного пространственно-когерентного излуче-

[1] Заметим для сравнения, что в случае двухзеркального коаксиального резонатора, составленного из двух традиционных (одномерных) брэгговских зеркал, при изменении параметра расстройки синхронизма перескоки между модами с различными азимутальными индексами возникают уже при $L_x \leq 1$.

ния в различных устройствах классической и квантовой электроники.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 07-02-00617 и 08-08-00966).

Список литературы

[1] *Cross A.W., Konoplev I.V., Ronald K.* et al. // Appl. Phys. Lett. 2002. Vol. 80. P. 1517.

[2] *Konoplev I.V., McGrane P., He W.* et al. // Phys. Rev. Lett. 2006. Vol. 96. P. 035 002.

[3] *Konoplev I.V., Cross A.W., Phelps A.D.R.* et al. // Phys. Rev. E. 2007. Vol. 76. P. 056 406.

[4] *Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С.* // Письма в ЖТФ. 1992. Т. 18. Вып. 9. С. 23.

[5] *Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S.* // Opt. Comm. 1994. Vol. 112. P. 151.

[6] *Ковалев Н.Ф., Петелин М.И.* / Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. Вып. 2. С. 62.

[7] *Гинзбург Н.С., Сергеев А.С., Коноплев И.В.* // ЖТФ. 1996. Т. 66. Вып. 5. С. 108.

[8] *Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С.* и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44. № 5–6. С. 533.

[9] *Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 12. С. 54.

[10] *Вайнштейн Л.А.* Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1957. 483 с.

[11] *Bratman V.L., Dinisov G.G., Ginzburg N.S., Petelin M.I.* // IEEE J. Quant. Electr. 1983. Vol. QE-19. N 3. P. 282.

[12] *Гинзбург Н.С., Завольский Н.А., Нусинович Г.С., Сергеев А.С.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 1. С. 106.

[13] *Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю., Песков Н.Ю.* и др. // Препринт № 778. ИПФ РАН, Н.Новгород, 2009; Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S. et al. // J. of Appl. Phys. 2009. (accepted).

[14] *Гинзбург Н.С., Песков Н.Ю., Сергеев А.С.* // ЖТФ. 2001. Т. 71. Вып. 8. С. 80.

[15] *Бастриков А.Н., Бугаев С.П., Киселев И.Н.* и др. // ЖТФ. 1988. Т. 55. С. 483.

[16] *McInnes P., Konoplev I.V., Cross A.W.* et al. // Proc. 35th IEEE Int. Conf. on Plasma Science (ICOPS-2008). Karlsruhe, Germany, 2008. P. 36.

[17] *Ginzburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S.* et al. // Proc. 7th Int. Workshop „Strong Microwaves: Sources and Applications“. N.Novgorod, Russia, 2008. P. S28.

[18] *Ginsburg N.S., Peskov N.Yu., Sergeev A.S.* et al. // Phys. Rev. E. 1999. Vol. 60. N 1. P. 935.

[19] *Барышев В.Р., Гинзбург Н.С., Сергеев А.С.* // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. Вып. 3. С. 47.

[20] *Аржанников А.В., Гинзбург Н.С., Заславский В.Ю.* и др. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. № 11. С. 715.