

01;03

К вопросу о гравитационном движении неравномерно нагретой твердой частицы в газообразной среде

© Н.В. Малай,¹ Е.Р. Щукин,² А.А. Стукалов,¹ К.С. Рязанов³¹ Белгородский государственный университет,
308015 Белгород, Россия² Институт высоких температур РАН,
127412 Москва, Россия³ ФГУП ВИОГЕМ, 308007 Белгород, Россия
e-mail: malay@bsu.edu.ru

(Поступило в Редакцию 16 апреля 2009 г.)

В приближении Стокса проведено теоретическое описание стационарного движения неравномерно нагретой аэрозольной частицы сферической формы в вязкой газообразной среде. При рассмотрении движения предполагается, что средняя температура поверхности частицы может существенно отличаться от температуры окружающей ее среды. В процессе решения газодинамических уравнений получено аналитическое выражение для силы сопротивления и скорости гравитационного падения неравномерно нагретой твердой сферической частицы с учетом зависимости плотности газообразной среды и коэффициентов молекулярного переноса (вязкости и теплопроводности) от температуры. Численные оценки показали, что нагрев поверхности частицы существенно влияет на силы сопротивления и скорость гравитационного падения.

Введение

На входящие в состав аэродисперсных систем аэрозольные частицы могут воздействовать силы различной природы. Самым распространенным видом движения является гравитационное, т.е. движение аэрозольных частиц в поле силы тяжести, происходящее за счет разности удельных весов частиц и окружающей среды. На гравитационном движении основаны такие технологические процессы, как флотация, определение гранулометрического состава аэродисперсных систем, тонкая очистка газов и т.п.

При проектировании экспериментальных установок, в которых необходимо обеспечить направленное движение частиц, при разработке методов тонкой очистки газов от аэрозольных частиц, при математическом моделировании процесса осаждения частиц в разнотемпературных плоскопараллельных каналах и т.п., а также в связи с обострением экологической ситуации требуется оценивать величину силы сопротивления движению частицы со стороны окружающей среды.

Величину силы сопротивления можно существенно корректировать, если проводить целенаправленный нагрев поверхности частицы. Это может происходить, например, в поле лазерного излучения. В этом случае движение частиц происходит при значительных относительных перепадах температуры в их окрестности. Под относительным перепадом температуры понимается разность температур между поверхностью частицы и областью вдали от нее. Относительный перепад температуры считается значительным, если $(t_{iS} - t_{e\infty})/t_{e\infty} \sim 0(1)$. Здесь t_{iS} — средняя температура поверхности частицы, $t_{e\infty}$ — температура газообразной среды вдали от частицы.

Нагретая поверхность аэрозольной частицы оказывает существенное влияние на теплофизические характеристики окружающей газообразной среды и в конечном итоге — на величину силы сопротивления.

Впервые решение задачи о силе сопротивления движению нагретой твердой сферической частицы было проведено в работе [1]. Однако полученные в [1] аналитические результаты из-за неудачно выбранного метода решения уравнений газодинамики непригодны для использования при больших перепадах температуры. К тому же авторы [1] ограничились рассмотрением случая линейной зависимости от температуры коэффициентов теплопроводности и динамической вязкости.

Коэффициенты молекулярного переноса в газе, как известно, описываются степенными зависимостями [2]. С учетом такой зависимости аналитическое решение задачи о силе сопротивления движению нагретой сферической частицы было впервые проведено в работах [3–6], полученные формулы позволяют проводить оценки при больших перепадах температуры. Решение уравнений газовой динамики в [3–6] было проведено предложенным Щукиным Е.Р. методом в виде степенных разложений относительно параметра $l(y) = \Gamma_0/(y + \Gamma_0)$, где $\gamma_0 = t_S^{1+\alpha} - 1$, $t_S = T_S/T_{e\infty}$, $y = r/R$ — безразмерная радиальная координата.

В некоторых работах предполагалось, что при решении задач с неизотермическими течениями необходимо учитывать дополнительно „барнеттовские температурные напряжения“ [7]. Например, с учетом барнеттовских напряжений в работе [8] численно решена задача об обтекании сильно нагретой сферы. В [9] такая же задача была решена аналитически. Барнеттовские напряжения могут оказывать сильное влияние на движение частиц при числах Маха $M \rightarrow 0$ [8]. В настоящей работе дви-

жение частицы рассматривается при достаточно малых числах Кнудсена и не слишком малых числах Маха, когда температурными напряжениями можно пренебречь даже при перепадах температуры порядка единицы. Следует отметить, что в опубликованных ранее работах решения дифференциальных уравнений, описывающих поля скорости и давления, искались в виде степенных рядов методом понижения порядка, что приводило к довольно громоздким окончательным выражениям.

В настоящей работе решение уравнений газовой динамики находится непосредственно в виде обобщенных степенных рядов, что позволило существенно упростить вид окончательных выражений.

1. Постановка задачи

Рассматривается гравитационное движение твердой частицы сферической формы, внутри которой действуют неравномерно распределенные источники (стоки) тепла плотностью q_i в вязкой неизотермической газообразной среде.

При теоретическом описании обтекания аэрозольной частицы будем предполагать, что все процессы в системе частица–газ протекают квазистационарно вследствие малости времени тепловой релаксации системы. Движение частицы происходит при числах Пекле и Рейнольдса, много меньших единицы. Поскольку частица нагрета, то необходимо учитывать зависимость коэффициентов молекулярного переноса (вязкости и теплопроводности) и плотности газообразной среды от температуры. В работе используется степенной вид их зависимости [2]:

$$\mu_e = \mu_{e\infty} \left(\frac{T_e}{T_{e\infty}} \right)^\beta, \quad \lambda_e = \lambda_{e\infty} \left(\frac{T_e}{T_{e\infty}} \right)^\alpha, \quad 0 \leq \alpha, \beta \leq 1,$$

где $\mu_{e\infty} = \mu_e(T_{e\infty})$, $\lambda_{e\infty} = \lambda_e(T_{e\infty})$, μ_e и λ_e — коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности газообразной среды соответственно, T_e — температура газа. Частица считается однородной по своему составу, крупной (число Кнудсена $K_n = \lambda/R \ll 0.01$, где λ — средняя длина свободного пробега молекул газа). Фазовый переход на поверхности частицы отсутствует. Радиус частиц достаточно мал, чтобы можно было пренебречь влиянием гравитационной конвекции на распределение температур.

В рамках сформулированных выше допущений в приближении Стокса уравнения для массовой скорости \mathbf{U}_e , давления P_e и температуры T вне и внутри нагретой частицы запишутся в виде [10–12]:

$$\frac{\partial P_e}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu_e \left[\frac{\partial U_j^e}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k^e}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \delta_{jk} \frac{\partial U_m^e}{\partial x_m} \right] \right) + F_{mg},$$

$$\operatorname{div}(\rho_e \mathbf{U}_e) = 0, \quad (1.1)$$

$$\operatorname{div}(\lambda_e \nabla T_e) = 0, \quad \operatorname{div}(\lambda_i \nabla T_i) = -q_i. \quad (1.2)$$

Для замкнутости нашей системы уравнений необходимо добавить еще уравнение состояния.

Удобно рассматривать гравитационное движение нагретой частицы в системе координат, связанной с ее центром масс. В этом случае задача сводится к обтеканию частицы сферической формы плоскопараллельным потоком газа скоростью $\mathbf{U}_\infty (\mathbf{U}_\infty \parallel OZ)$.

Задача (1.1)–(1.2) решается со следующими граничными условиями в сферической системе координат r, θ, φ :

$$r = R, \quad U_r^e = 0, \quad U_\theta^e = 0, \quad T_e = T_i,$$

$$\lambda_e \frac{\partial T_e}{\partial r} = \lambda_i \frac{\partial T_i}{\partial r} + \sigma_0 \sigma_1 (T_i^4 - T_{e\infty}^4), \quad (1.3)$$

$$r \rightarrow \infty, \quad \mathbf{U}_e \rightarrow U_\infty \cos \theta \mathbf{e}_r - U_\infty \sin \theta \mathbf{e}_\theta,$$

$$P_e \rightarrow P_{e\infty}, \quad T_e \rightarrow T_{e\infty}, \quad (1.4)$$

$$r \rightarrow 0, \quad T_i \neq \infty. \quad (1.5)$$

Здесь U_r^e и U_θ^e — радиальная и тангенциальная компоненты массовой скорости \mathbf{U}_e ; σ_0 — постоянная Стефана–Больцмана; σ_1 — интегральная степень черноты; $U_\infty = |\mathbf{U}_\infty|$, \mathbf{U}_∞ — скорость набегающего потока, которая подлежит определению из обращения в нуль полной силы, действующей на частицу; $\lambda_i = \lambda_{i\infty} t_i^\omega$, $\lambda_{i\infty} = \lambda_i(T_{e\infty})$, $t_i = T_i/T_{e\infty}$, $-1 \leq \omega \leq 1$; \mathbf{e}_r и \mathbf{e}_θ — единичные орты сферической системы координат. Здесь и далее индекс „e“ относится к газу, а индексом „∞“ обозначены значения физических величин, характеризующих внешнюю среду в невозмущенном потоке.

В граничных условиях на поверхности капли (1.3) учтены условия непроницаемости для нормальной и касательной компонент массовой скорости, равенства температур и непрерывности потоков тепла. На большом расстоянии от капли справедливы граничные условия (1.4), а конечность физических величин учтена в (1.5).

Сила, действующая на частицу со стороны потока, определяется по формуле [9,10]

$$F_z = \int_{(S)} (-P_e \cos \theta + \sigma_{rr} \cos \theta - \sigma_{r\theta} \sin \theta) r^2 \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (1.6)$$

Здесь $\sigma_{rr}, \sigma_{r\theta}$ — компоненты тензора полных напряжений в сферической системе координат

$$\sigma_{rr} = \mu_e \left(2 \frac{\partial U_r^e}{\partial r} - \frac{2}{3} \operatorname{div} \mathbf{U}_e \right),$$

$$\sigma_{r\theta} = \mu_e \left(\frac{\partial U_\theta^e}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r^e}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^e}{r} \right).$$

Набегающий поток оказывает лишь возмущающее влияние, поэтому решение системы уравнений гидродинамики и теплопереноса следует искать в виде разложения по малому параметру $\varepsilon = \operatorname{Re}_\infty = (\rho_{e\infty} U_\infty R) / \mu_{e\infty}$.

Вид граничных условий (1.3)–(1.5) позволяет искать выражения для полей скорости, давления и температур методом разделения переменных

$$U_r^e(r, \theta) = U_\infty G(y) \cos \theta, \quad U_\theta^e(r, \theta) = -U_\infty g(y) \sin \theta, \\ P_e(r, \theta) = h(y) \cos \theta, \quad (1.7)$$

где $G(y)$, $g(y)$ и $h(y)$ — произвольные функции, зависящие от координаты y и свести систему уравнений для возмущенных величин к системе обыкновенных дифференциальных уравнений относительно функций $G(y)$, $g(y)$ и $h(y)$.

2. Поля скорости и температуры. Скорость гравитационного падения частицы

Чтобы найти силу, действующую на равномерно нагретую аэрозольную частицу и скорость ее гравитационного падения, необходимо знать распределение температуры, скорости и давления в ее окрестности. Общее решение уравнения теплопроводности, удовлетворяющее соответствующим граничным условиям, имеет вид:

$$t_e(y, \theta) = t_{e0}(y) = \left(1 + \frac{\Gamma_0}{y}\right)^{1/(1+\alpha)}, \quad (2.1)$$

$$t_i(y, \theta) = t_{i0}(y) = \left(B_0 + \frac{D_0}{y} + \frac{1}{y} \int_y^1 \psi_0 dy - \int_y^1 \frac{\psi_0}{y} dy\right)^{1/(1+\omega)}. \quad (2.2)$$

Здесь B_0, D_0 — константы, определяемые из соответствующих граничных условий на поверхности частицы (1.3);

$$\psi_0 = -\frac{R^2}{2\lambda_{i\infty}} y^2 \frac{1+\omega}{T_{e\infty}} \int_{-1}^{+1} q_i dx,$$

$x = \cos \theta$, $\Gamma_0 = t_{eS}^{1+\alpha} - 1$ — безразмерный параметр, характеризующий нагрев поверхности частицы, $t_{eS} = T_{eS}/T_{e\infty}$.

Среднее значение температуры поверхности частицы t_{iS} определяется из решения следующей трансцендентной системы уравнений:

$$\begin{cases} t_{iS} = t_{eS}, \\ \frac{l^{(S)}}{1+\alpha} \frac{\lambda_{eS}}{\lambda_{iS}} t_{eS} = \frac{R^2}{3\lambda_{iS} T_{e\infty}} J_0 - \sigma_0 \sigma_1 \frac{RT_{e\infty}^3}{\lambda_{iS}} (t_{iS}^4 - 1), \end{cases} \quad (2.3)$$

в котором $\lambda_{eS} = \lambda_{e\infty} t_{eS}^\alpha$, $\lambda_{iS} = \lambda_{i\infty} t_{iS}^\omega$, $t_{iS} = t_{i0}|_{y=1}$, $t_{eS} = t_{e0}|_{y=1}$, $t_{iS} = T_{iS}/T_{e\infty}$, $J_0 = \frac{1}{V} \int_V q_i(r, \theta) dV$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,

$l^{(S)} = \frac{\Gamma_0}{1+\Gamma_0}$. В (2.3) интегрирование ведется по всему объему частицы.

С учетом (2.1) выражение для динамической вязкости можно представить в виде

$$\mu_e = \mu_{e\infty} t_{e0}^\beta. \quad (2.4)$$

Формула (2.4) в дальнейшем используется при нахождении полей скорости и давления в окрестности нагретой капли.

Подставив (2.4) и (1.7) в линейризованное по скорости уравнение Навье–Стокса и разделив переменные, получим следующее неоднородное дифференциальное уравнение для функции $G(y)$:

$$y^3 \frac{d^3 G}{dy^3} + y^2(4 + \gamma_1 l) \frac{d^2 G}{dy^2} - y(4 + \gamma_2 l - \gamma_3 l^2) \frac{dG}{dt} - (2-l)\gamma_3 l^2 G = -\frac{D}{y t_{e0}^\beta}, \quad (2.5)$$

в котором

$$\gamma_1 = \frac{1-\beta}{1+\alpha}, \quad \gamma_2 = 2\frac{1+\beta}{1+\alpha}, \quad \gamma_3 = \frac{2+2\alpha-\beta}{(1+\alpha)^2},$$

$$D = \text{const}, \quad l(y) = \frac{\Gamma_0}{y + \Gamma_0}.$$

Решение уравнения (2.5) будем искать в виде обобщенного степенного ряда [13,14]. Найдем сначала решение однородного уравнения (2.5)

$$y^3 \frac{d^3 G}{dy^3} + y^2(4 + \gamma_1 l) \frac{d^2 G}{dy^2} - y(4 + \gamma_2 l - \gamma_3 l^2) \frac{dG}{dt} - (2-l)\gamma_3 l^2 G = 0. \quad (2.6)$$

Точка $y = 0$ для однородного уравнения (2.6) является регулярной точкой [13], и его решение ищем в виде

$$G = y^\rho \sum_{n=0}^{\infty} C_n l^n, \quad C_0 \neq 0. \quad (2.7)$$

Подставив (2.7) в (2.6), получим определяющее уравнение $\rho(\rho+3)(\rho-2) = 0$, корни которого равны соответственно $\rho_1 = -3$, $\rho_3 = 0$, $\rho_2 = 2$.

Большему из корней отвечает решение

$$G_1 = \frac{1}{y^3} \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(1)} l^n, \quad C_0 = 1.$$

Второе решение однородного уравнения (2.6), удовлетворяющее конечности при $y \rightarrow \infty$, и частное решение уравнения (2.5) ищем соответственно в виде

$$G_3 = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(3)} l^n + \omega_3 \ln y \frac{1}{y^3} \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(1)} l^n,$$

$$G_2 = \frac{1}{y} \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(2)} l^n + \frac{\omega_2}{y^3} \ln y \sum_{n=0}^{\infty} C_n^{(1)} l^n.$$

Коэффициенты $C_n^{(1)}$ ($n \geq 1$), $C_n^{(3)}$ ($n \geq 4$) и $C_n^{(2)}$ ($n \geq 3$) определяются методом неопределенных коэффициентов

и имеют вид:

$$C_n^{(1)} = \frac{1}{n(n+3)(n+5)} \left\{ [(n-1)(3n^2 + 13n + 8) + \gamma_1(n+2)(n+3) + \gamma_2(n+2)] C_{n-1}^{(1)} - [(n-1)(n-2)(3n+5) + 2\gamma_1(n^2-4) + \gamma_2(n-2) + \gamma_3(n+3)] C_{n-2}^{(1)} + (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_1(n-3) + \gamma_3] C_{n-3}^{(1)} \right\},$$

$$C_n^{(2)} = \frac{1}{(n+1)(n+3)(n-2)} \times \left\{ [(n-1)(3n^2 + n - 6) + \gamma_1 n(n+1) + n\gamma_2] C_{n-1}^{(2)} - [\gamma_3(n+1) + (n-1)(n-2)(3n-1) + 2\gamma_1 n(n-2) + \gamma_2(n-2)] C_{n-2}^{(2)} + (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_3 + \gamma_1(n-3)] C_{n-3}^{(2)} + \frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} \sum_{k=0}^{n-2} (n-k-1) \Delta_k - 6(-1)^n \frac{\omega_0!}{n!(\omega_0-n)!} \right\},$$

$$C_n^{(3)} = \frac{1}{n(n+2)(n-3)} \times \left\{ (n-1)[3n^2 - 5n - 4 + \gamma_1 n + \gamma_2] C_{n-1}^{(3)} - [(n-1)(n-2)(3n-4) + 2\gamma_1(n-1)(n-2) + \gamma_2(n-2) + n\gamma_3] C_{n-2}^{(3)} + (n-2)[(n-1)(n-3) + \gamma_1(n-3) + \gamma_3] C_{n-3}^{(3)} + \frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} \sum_{k=0}^{n-3} (n-k-2)(n-k-1) \Delta_k \right\},$$

$$\Delta_k = (3k^2 + 16k + 15) C_k^{(1)} - ((k-1)(6k+13) + \gamma_1(2k+5) + \gamma_2) C_{k-1}^{(1)} + (3(k-1)(k-2) + 2\gamma_1(k-2) + \gamma_3) C_{k-2}^{(1)}.$$

При вычислении коэффициентов $C_n^{(1)}$, $C_n^{(2)}$ и $C_n^{(3)}$ по рекуррентным формулам необходимо учитывать, что $C_0^{(1)} = 1$, $C_0^{(3)} = 1$, $C_1^{(3)} = 0$, $C_2^{(3)} = \frac{1}{4}\gamma_3$, $C_3^{(3)} = 1$,

$$\frac{\omega_3}{2\Gamma_0^3} = -\frac{\gamma_3}{60}(10 + 3\gamma_1 + \gamma_2), \quad C_0^{(2)} = 1, \quad C_2^{(2)} = 1,$$

$$\frac{\omega_2}{\Gamma_0^2} = \frac{1}{15} \left[\frac{1}{4}(2\gamma_1 + \gamma_2 + 6\omega_0)(4 + 3\gamma_1 + \gamma_2) + 3\gamma_3 + 3\omega_0(\omega_0 - 1) \right], \quad C_1^{(2)} = -\frac{1}{8}(2\gamma_1 + \gamma_2 + 6\omega_0),$$

$\omega_0 = \frac{\beta}{1+\alpha}$, $C_n^{(k)}$ ($k = 1, 2, 3$) при $n < 0$ равны нулю.

Входящая в выражение для U_θ^e функция $g(y)$ связана с функцией $G(y)$ следующим функциональным соотношением, которое получается из уравнения непрерывности (второе выражение из (1.1)) с учетом зависимости плотности газообразной среды от температуры ($\rho_e = 1/t_{e0}$):

$$g(y) = G(y) + \frac{1}{2}y \left(\frac{dG(y)}{dy} - fG(y) \right),$$

$$f = \frac{1}{t_{e0}} \frac{dt_{e0}}{dy} = -\frac{l}{y(1+\alpha)}.$$

Таким образом, для компонент массовой скорости имеем следующие выражения:

$$U_r^e = U_\infty \cos \theta (A_1 G_1 + A_2 G_2 + G_3), \quad (2.8)$$

$$U_\theta^e = -U_\infty \sin \theta (A_1 G_4 + A_2 G_5 + G_6), \quad (2.9)$$

где

$$G_k = \left(1 + \frac{l}{2(1+\alpha)} \right) G_{k-3} + \frac{1}{2}y G_{k-3}^1, \quad (k = 4, 5, 6);$$

G_1^l, G_2^l, G_3^l — первые производные по y от соответствующих функций G_1, G_2, G_3 .

Постоянные интегрирования A_1 и A_2 определяются при подстановке выражений (2.8), (2.9) в соответствующие граничные условия на поверхности частицы. После их определения и интегрирования (1.6) получаем следующую формулу для силы сопротивления нагретой твердой частицы сферической формы, внутри которой действуют неравномерно распределенные тепловые источники плотностью q_i :

$$\mathbf{F}_\mu = 6\pi R \mu_\infty f_\mu U_\infty \mathbf{n}_z, \quad (2.10)$$

где $f_\mu = \frac{2N_2}{3N_1}$, $N_1|_{y=1} = G_1 G_2^l - G_2 G_1^l$, $N_2|_{y=1} = G_1 G_3^l - G_3 G_1^l$, \mathbf{n}_z — единичный вектор в направлении оси z .

Сферическая частица, падающая под действием силы тяжести в вязкой среде, начинает двигаться с постоянной скоростью, при которой действие силы тяжести уравновешивается гидродинамическими силами. Сила тяжести, действующая на частицу, с учетом выталкивающей силы равна

$$\mathbf{F} = (\rho_i - \rho_e) g \frac{4}{3} \pi R^3 \mathbf{n}_z, \quad (2.11)$$

где g — ускорение свободного падения. Здесь индекс „ i “ относится к частице.

Приравнявая выражения (2.10) и (2.11), получаем скорость гравитационного падения неравномерно нагретой сферической частицы (аналог формулы Стокса)

$$U_p = h_\mu \mathbf{n}_z \left(h_\mu = \frac{2}{9} R^2 \frac{\rho_i - \rho_e}{\mu_\infty f_\mu} g \right). \quad (2.12)$$

3. Анализ полученных результатов

Таким образом, формулы (2.10) и (2.11) позволяют оценивать силу, действующую на неравномерно нагретую сферу, и скорость ее гравитационного падения с учетом зависимости плотности газообразной среды и коэффициентов молекулярного переноса (вязкости и теплопроводности) от температуры при произвольных перепадах температуры между поверхностью частицы и областью вдали от нее.

В случае, когда величина нагрева поверхности частицы достаточно мала, т.е. средняя температура поверхности частицы незначительно отличается от температуры окружающей среды вдали от нее ($\Gamma_0 \rightarrow 0$), зависимостью плотности и коэффициентов молекулярного переноса от температуры можно пренебречь, и тогда $G_1 = 1, G_1^1 = -3, G_2 = 1, G_2^1 = -1, G_3 = 1, G_3^1 = 0, N_1 = 2, N_2 = 3$. В этом случае формула (2.10) и (2.11) переходит в известное выражение для сферы, полученной Стоксом [11].

Константа Γ_0 зависит от средней относительной температуры поверхности t_{eS} , которая в случае неравномерного нагрева поверхности определяется из решения трансцендентного уравнения (2.3) и, следовательно, зависит от плотности тепловых источников, неоднородно распределенных в объеме частицы. Отсюда следует, что и функции G_1, G_2 и т.д. также зависят от плотности тепловых источников, поскольку в эти функции входит параметр $l = \frac{\Gamma_0}{y + \Gamma_0}$.

Чтобы оценить, какой вклад внутренние источники тепла (нагрев поверхности) оказывают на скорость гравитационного движения аэрозольной частицы сферической формы, можно рассмотреть наиболее простой случай, когда частица поглощает излучение как черное тело. В этом случае поглощение происходит в тонком слое толщиной $\delta R \ll R$, прилегающем к нагреваемой части поверхности частицы. При этом плотность тепловых источников внутри слоя толщиной δR определяется с помощью формулы:

$$q_i(r, \theta) = \begin{cases} -\frac{I_0}{\delta R} \cos \theta, & \frac{\pi}{2} \leq \theta \leq \pi, \quad R - \delta R \leq r \leq R, \\ 0, & 0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}, \end{cases}$$

где I_0 — интенсивность падающего излучения.

В этом случае интеграл $\int_V q_i dV$ легко считается и равен $\int_V q_i dV \approx \pi R^2 I_0$. Таким образом, задавая интенсивность падающего излучения, по формуле (2.3) можно оценить среднюю относительную температуру поверхности частицы

$$T_{eS} \approx T_{e\infty} \left(1 + \frac{1 + \alpha}{4\lambda_{e\infty} T_{e\infty}} R I_0 \right)^{1/(1+\alpha)}.$$

Из этой формулы видно, что средняя относительная температура поверхности твердой неравномерно

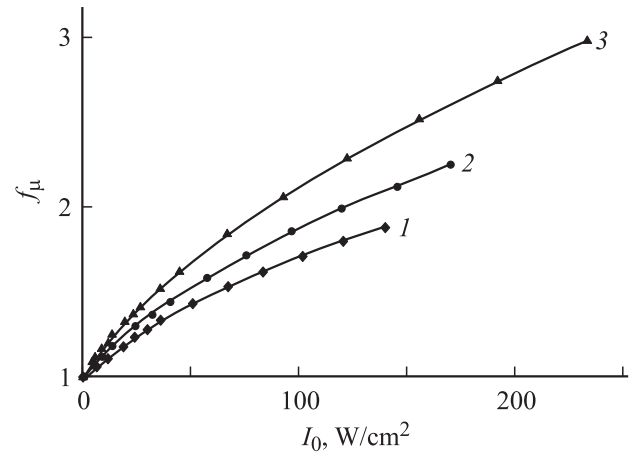


Рис. 1. График зависимости функции f_μ от интенсивности падающего излучения I_0 . $\alpha = \beta = 0.5$ (1), 0.7 (2), 1 (3).

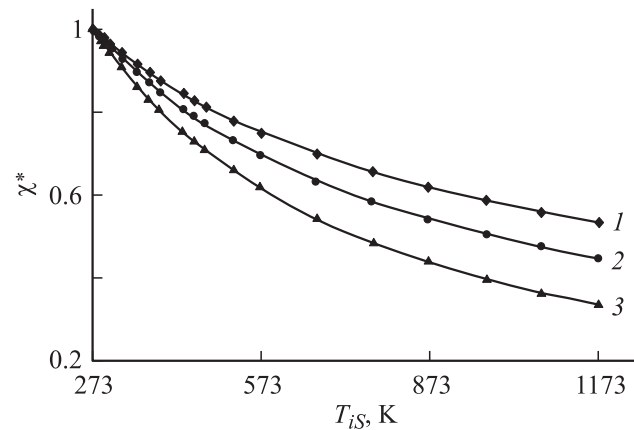


Рис. 2. График зависимости функции χ^* от средней температуры поверхности частицы T_{iS} . $\alpha = \beta = 0.5$ (1), 0.7 (2), 1 (3).

частицы сферической формы зависит от ее радиуса и интенсивности падающего излучения.

На рис. 1 приведены кривые, связывающие значения функции f_μ от интенсивности падающего излучения I_0 , а на рис. 2 — кривые, связывающие значения функции

$$h_\mu(\chi^* = h_\mu/h_\mu|_{T_{iS}=273\text{K}})$$

со значениями T_{iS} . Численные оценки проводились для частиц меди радиусом $100 \mu\text{m}$, взвешенных в воздухе при нормальных условиях. Как видно из приведенных кривых, нагрев поверхности частицы существенно влияет на силу и скорость ее гравитационного движения. Полученные теоретические выводы подтверждаются и экспериментальными данными, например, [15].

Заключение

В работе получены выражения, обобщающие формулу Стокса в случае стационарного движения неравномерно

нагретой твердой сферической частицы в вязкой несжимаемой газообразной среде в поле силы тяжести при произвольных перепадах температуры между поверхностью частицы и областью вдали от нее с учетом зависимости плотности газообразной среды и коэффициентов молекулярного переноса (вязкости и теплопроводности) от температуры.

Список литературы

- [1] *Kassoy D.R., Adomcon T.C., Messiter J.R., Messiter A.F.* // *J. Physics Fluids*. 1966. Vol. 9. N 4. P. 671–681.
- [2] *Бретинайдер Ст.* Свойства газов и жидкостей. Инженерные методы расчета. М.: Химия, 1966. 535 с.
- [3] *Щукин Е.Р., Шулиманова З.Л.* Движение нагреваемых внутренними источниками тепла твердых частиц в бинарных газовых смесях с заданными внешними градиентами температуры и концентрации. М.: МОПИ им. Н.К. Крупской, 1984. 25 с.
- [4] *Щукин Е.Р.* // Тез. докл. III Всесоюзного совещания по распространению лазерного излучения в дисперсной среде. Обнинск: Инст. экспер. метеор., 1985. С. 4. С. 183–185.
- [5] *Шулиманова З.Л.* Теория термодиффузиофоретического, фотофоретического и броуновского осаждения частиц в полоскопараллельных каналах. Автореф. канд. физ.-мат. наук. Одесса, 1986.
- [6] *Щукин Е.Р., Малай Н.В.* // *ИФЖ*. 1988. Т. 54. № 4. С. 630–635.
- [7] *Коган М.Н., Галкин В.С., Фридлендер О.Г.* // *УФН*. 1976. Т. 119. Вып. 1. С. 111–124.
- [8] *Галкин В.С., Коган М.Н., Фридлендер О.Г.* // *ПММ*. 1972. Т. 36. Вып. 5. С. 880–885.
- [9] *Щукин Е.Р.* Влияние нелинейных характеристик газообразной среды на движение, улавливание и кинетику фазовых переходов аэрозольных частиц. Автореф. док. физ.-мат. наук. М., 1999.
- [10] *Борн К.Ф., Хафмен Д.Р.* Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
- [11] *Ханпель Дж., Бреннер Г.* Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М.: Мир, 1976. 630 с.
- [12] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
- [13] *Смирнов В.И.* Курс высшей математики. М.: Наука, 1974. Т. 2, 3.
- [14] *Коддингтон Э.А., Левинсон Н.* Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958. 474 с.
- [15] *Бабий В.И., Иванова И.П.* // *Теплоэнергетика*. 1965. № 9. С. 19–23.