

01;03

Возникновение и эволюция турбулентных течений во вращающемся сферическом слое

© Д.Ю. Жиленко, О.Э. Кривоносова

Институт механики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова,
119192 Москва, Россия
e-mail: jilenko@imec.msu.ru

(Поступило в Редакцию 11 марта 2009 г.)

Рассматриваются турбулентные течения вязкой несжимаемой жидкости, формирующиеся под действием встречного вращения границ в широком сферическом слое с толщиной, равной радиусу внутренней сферы. В физическом и численном эксперименте исследовались режимы, образующиеся при постоянной угловой скорости вращения внешней сферы и увеличении скорости вращения внутренней. Прямым расчетом получены усредненная меридиональная циркуляция и профили пульсаций всех компонент скорости. Показано, что турбулентные режимы вблизи границы своего формирования и в эксперименте, и в расчете характеризуются сплошным спектром пульсаций скорости. При переходе от ламинарного к хаотическому режиму значение корреляционной размерности увеличивается скачком и при дальнейшем возрастании числа Рейнольдса характеризуется слабой нелинейной зависимостью от последнего.

Введение

Целью настоящей работы является изучение пространственных структур и динамических свойств турбулентных режимов в сферическом течении Куэтта — течения вязкой несжимаемой жидкости между двумя концентрически расположенными сферическими границами, вращающимися вокруг общей оси. Такое модельное течение позволяет учитывать влияние сферической геометрии и вращения, присутствующих, например, в крупномасштабных геофизических процессах.

Параметрами подобия для течения в сферическом слое являются числа Рейнольдса $Re_k = \Omega_k r_k^2 / \nu$, рассчитанные для внутренней ($k = 1$) и внешней ($k = 2$) сфер, а также относительная толщина слоя жидкости $\delta = (r_2 - r_1) / r_1$. Здесь r_k , Ω_k ($k = 1, 2$) — радиус и угловая скорость вращения соответствующей сферы, ν — кинематическая вязкость жидкости в слое. По виду вторичного течения, формирующегося после потери устойчивости при вращении только внутренней сферы, сферические слои принято разделять на тонкие ($\delta \leq 0.24$) и широкие ($\delta \geq 0.42$) [1]. В тонких слоях вторичные течения стационарны и симметричны относительно плоскости экватора и оси вращения, в широких оба вида симметрии отсутствуют.

Свойства турбулентных режимов течения в сферических слоях наиболее полно изучены экспериментально для случая вращения только внутренней сферы ($Re_2 = 0$). Как правило, по измерениям скорости вычислялись спектр и величина корреляционной размерности D . По виду спектра и характеру изменения корреляционной размерности при увеличении числа Re_1 можно выделить два основных типа развития стохастичности. Согласно первому, наблюдавшемуся в широком слое с относительной толщиной $\delta = 1$ [2], при переходе к стохастичности в спектре пульсаций скорости сохраняются выделенные пики с амплитудами, не менее чем на

порядок превышающими уровень фона, размерность D возрастает до значений $D \leq 4.8$. Далее с увеличением числа Re_1 размерность также увеличивается: $D \geq 11$ при $Re_1 \geq 1300$. Такой же тип развития стохастичности — возрастание размерности до $D \leq 5$ на границе перехода к хаосу с последующим постепенным ростом — наблюдался как в широком слое $\delta = 0.5$ [3], так и в тонких слоях $\delta = 0.06, 0.206$ [4]. Второй тип развития стохастичности наблюдался в слое $\delta = 0.33$ [3]: резкое возрастание размерности при переходе к стохастичности до значений $D \approx 7$ и сохранение этого значения при увеличении числа Re_1 .

В настоящей работе свойства турбулентных режимов исследуются на примере встречного вращения сферических границ в слое $\delta = 1$. Этот случай интересен как переходом к хаосу при сравнительно низких числах $Re_1 \leq 500$ [5], так и возможностью формирования различных хаотических режимов [6] и неединственностью ламинарно-турбулентного перехода при различной предстории развития течения [7].

Здесь, так же как и в [8], рассматривается возникновение и развитие турбулентных режимов при постоянной скорости вращения внешней сферы, соответствующей числу $Re_2 = -900$ (знак минус отражает встречное направление вращения). При этом реализуется второй из перечисленных выше типов стохастичности [6,8].

Другие величины, кроме временного поведения скорости в одной точке течения, в эксперименте зачастую получить затруднительно, поэтому детальные свойства турбулентных режимов, такие как профили осредненных и пульсационных величин скорости, были получены прямым расчетом.

Методика проведения эксперимента

Сферический слой в эксперименте образован зазором между внутренней и внешней сферическими оболочками.

При радиусе сфер $r_1 = 0.075$ и $r_2 = 0.15$ м реализуется широкий слой с относительной толщиной $\delta = 1$. Сферы и рабочая жидкость, заполняющая зазор между ними, оптически прозрачны. Рабочая жидкость — силиконовое масло с вязкостью $\nu = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$, в которое в качестве светорассеивающей примеси для визуализации течения добавлено немного (менее 0.002% по объему) алюминиевой пудры. Температура рабочей жидкости измеряется датчиком, установленным в экваториальной плоскости внешней сферы и контактирующим с жидкостью на внешней границе слоя. Для стабилизации температуры жидкости в слое внешняя сфера располагается в термостате. Термостат заполняется принудительно подогреваемым или охлаждаемым силиконовым маслом, что позволяет поддерживать температуру в слое постоянной с погрешностью $\pm 0.1^\circ\text{C}$. Заданные величины скорости для каждой из сфер поддерживаются постоянными с погрешностью не более 0.05%.

Выход на исследуемый режим течения проводился в следующей последовательности: из состояния покоя внешняя сфера ускорялась до выбранного значения угловой скорости вращения, потом при постоянной скорости вращения внешней сферы квазистатически увеличивалась скорость внутренней сферы. Квазистатическое увеличение скорости вращения сфер предполагает обязательное присутствие участков с $\partial/\partial t(\text{Re}_1) = 0$.

Пульсации скорости измерялись лазерным доплеровским анемометром по оптической схеме прямого рассеивания [5] в двух различных точках течения. Первая точка удалена от плоскости экватора на расстояние 45 мм и от оси вращения на 120 мм, в этой точке измерялась проекция вектора скорости на плоскость, параллельную плоскости экватора. Вторая точка удалена от плоскости экватора на расстояние 85 мм и от оси вращения на 110 мм, и в ней измерялась азимутальная компонента скорости.

Метод численного решения

Численное исследование основано на решении полных, трехмерных уравнений Навье-Стокса и неразрывности, которые в случае изотермического течения вязкой несжимаемой жидкости можно представить в виде

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = \mathbf{U} \times \text{rot} \mathbf{U} - \text{grad} \left(\frac{P}{\rho} + \frac{|\mathbf{U}|^2}{2} \right) - \nu \text{rot} \text{rot} \mathbf{U},$$

$$\text{div} \mathbf{U} = 0.$$

\mathbf{U} , P , ρ — соответственно скорость, давление и плотность жидкости, ν — ее кинематическая вязкость. Скорость и давление являются функциями координат и времени. Течение жидкости в сферическом слое естественно описывать в сферической системе координат (r, θ, φ) с радиальным (r), полярным (θ) и азимутальным (φ) направлениями. На сферических границах выполняются

Зависимость расчетной величины осредненного момента сил трения M , передаваемого на внутреннюю сферу при $\text{Re}_2 = -900$, $\text{Re}_1 = 450$, от количества узлов в радиальном (r), меридиональном (θ), азимутальном (φ) направлениях и отношения минимального размера ячейки к максимальному

N_r	N_θ	N_φ	ε_r	ε_θ	$M \cdot 10^6$
50	180	128	0.25	0.25	7.054
50	180	128	0.5	0.5	7.074
75	180	64	0.25	0.25	7.029
50	180	64	0.25	0.25	7.036
50	240	64	0.25	0.25	7.048
50	120	64	0.25	0.25	7.036
75	120	64	0.25	0.25	6.987

условия прилипания и непротекания, которые в сферической системе координат имеют вид

$$u_\varphi(r = r_k, \theta, \varphi, t) = \Omega_k r_k \sin \theta,$$

$$u_r(r = r_2, \theta, \varphi, t) = 0,$$

$$u_\theta(r = r_k, \theta, \varphi, t) = 0, \quad k = 1, 2,$$

где u_r , u_θ , u_φ — радиальная, меридиональная и азимутальная компоненты скорости соответственно.

Вычислительный алгоритм, предназначенный для расчета различных течений, в том числе турбулентных, разработан Никитиным Н.В. для произвольных ортогональных криволинейных координат [9]. Метод основан на консервативной конечно-разностной схеме дискретизации уравнений Навье-Стокса по пространству и полуявной схеме Рунге-Кутты 3-го порядка точности для интегрирования по времени. Для дискретизации по пространству используются сетки, неравномерные не только в радиальном r [9], но и в полярном θ направлении [10].

Основная часть расчетов была проведена на сетке $N_\varphi : N_r : N_\theta = 64 : 50 : 180$ с отношением минимального размера ячейки к максимальному по каждому из направлений r и θ $\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = 0.25$. Здесь N_x — число узлов в направлении. Такая сетка была выбрана на основании анализа чувствительности расчетных параметров к параметрам сетки для двумерного течения [10] и расчетов ламинарных режимов течения при встречном вращении границ [11].

Возможность расчета на сетке с относительно небольшим числом узлов иллюстрируется таблицей, где приведена величина осредненного момента силы трения M , передаваемого на внутреннюю сферу при хаотическом режиме течения, рассчитанная с использованием нескольких сеток

$$M = -\nu r_1^3 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right) \sin^2 \theta d\theta d\varphi, \quad [m^5 s^{-2}].$$

Величина момента нормирована на плотность жидкости ρ . Видно, что при изменении общего числа узлов в два раза величина M изменяется не более чем на $\pm 0.6\%$.

Расчеты проводятся для размерных величин, соответствующих условиям проведения экспериментов [5], а именно при те же радиусах сфер, вязкости жидкости, и тех же угловых скоростях вращения $\Omega_2 = -2 \text{ s}^{-1}$ ($Re_2 = -900$), $\Omega_1 \leq 4.5 \text{ s}^{-1}$. В качестве начальных условий используются уже полученные решения при близких значениях числа Re_1 .

Результаты

Рассмотрим мгновенные и осредненные пространственные структуры турбулентных течений в сферических слоях. Наиболее интересным представляется вопрос о том, как эти структуры эволюционируют при возникновении и развитии стохастичности. Как правило, в уже сформировавшихся турбулентных течениях при небольшой надкритичности могут оставаться следы структур, возникших еще при потере устойчивости [12]. В рассматриваемом здесь случае ламинарные течения до возникновения стохастичности представляют собой систему волн, распространяющихся в азимутальном направлении [11]. Поэтому мгновенные пространственные структуры удобнее рассматривать в плоскостях, содержащих азимутальное направление — развертку на плоскости сферической поверхности θ, φ и развертку на плоскости конической поверхности r, φ . Осредненные пространственные структуры удобнее рассматривать в перпендикулярной азимутальному направлению меридиональной плоскости течения, где всегда присутствует течение от полюса к экватору вдоль одной или двух вращающихся сферических границ.

Как было установлено в экспериментах [5], переход к стохастическому режиму течения происходит с периодического симметричного относительно плоскости экватора режима локализованных вихрей, представляющего волну с азимутальным числом 3, распространяющуюся в направлении вращения внешней сферы. Позже и режим локализованных вихрей, и переход к стохастичности были получены прямым расчетом [11].

На рис. 1, *a* в координатах (θ, φ) представлены изолинии азимутальной компоненты скорости режима локализованных вихрей u_φ , демонстрирующие симметрию течения относительно плоскости экватора и периодичность в азимутальном направлении; на рисунке волна распространяется справа налево. Вблизи плоскости экватора наблюдаются наибольшие градиенты и самые мелкомасштабные структуры. Области вблизи полюсов $\theta < \pi/3$ и $\theta > 2\pi/3$, наоборот, являются областями менее интенсивных крупномасштабных движений.

Структура хаотических режимов течения (рис. 1, *b, c*) уже не является ни симметричной относительно плоскости экватора, ни периодической в азимутальном направлении. Также становится нерегулярным поведение любой из компонент скорости в зависимости от времени [11]. Мелкомасштабные структуры остаются, однако диапазон изменения их масштабов увеличивается, в то время как крупномасштабные почти полностью исчезают. Направление движения по азимутальной координате

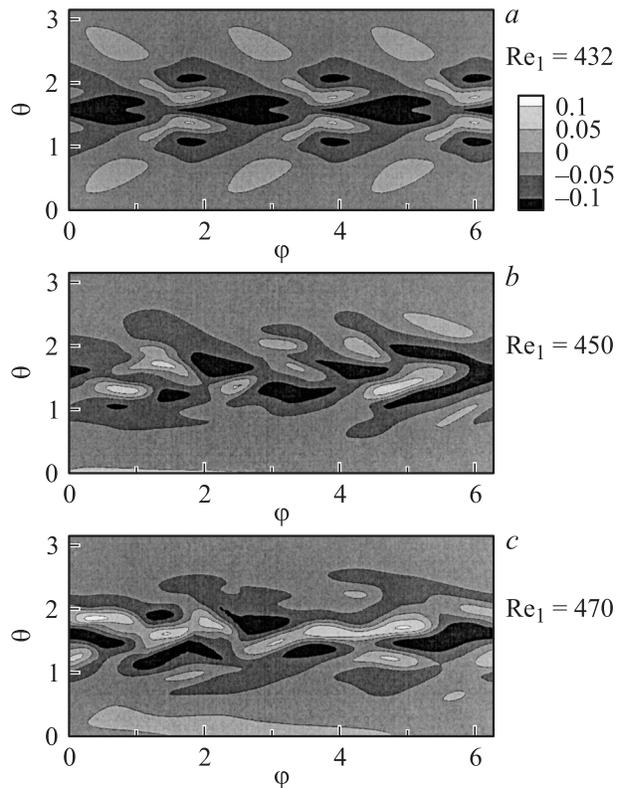


Рис. 1. Распределение азимутальной скорости u_φ [m/s] на расстоянии 0.2δ от внутренней сферы: *a* — до наступления стохастичности, *b, c* — после наступления стохастичности.

сохраняется. Структуру хаотических режимов течения вблизи плоскости экватора ($\theta = 0.46\pi$) рассмотрим на примере контуров меридиональной компоненты завихренности ω_θ

$$\omega_\theta = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \varphi} - \frac{1}{rr'} \frac{\partial r u_\varphi}{\partial r}$$

в координатах (φ, r) (рис. 2). От поверхности внутренней сферы отходят вихри, образующиеся при столкновении двух, имеющих противоположное направление по азимутальному углу, потоков.

Таким образом, в структурах хаотических режимов течения наблюдаются фрагменты структуры предшествующего режима, эти фрагменты появляются вблизи плоскости экватора и внутренней сферы, но распределены случайным образом и не имеют постоянного размера. Наибольшие градиенты скорости в хаотических, так же как и в ламинарных режимах, наблюдаются вблизи плоскости экватора и внутренней сферы. Это позволяет предположить, что и меридиональная циркуляция, отвечающая за перераспределение углового момента из области экватора к полюсам [1], не должна существенно изменяться при переходе от ламинарного к хаотическому режиму течения.

Понятие меридиональной циркуляции широко используется для описания основного, стационарного, симметричного относительно плоскости экватора и оси

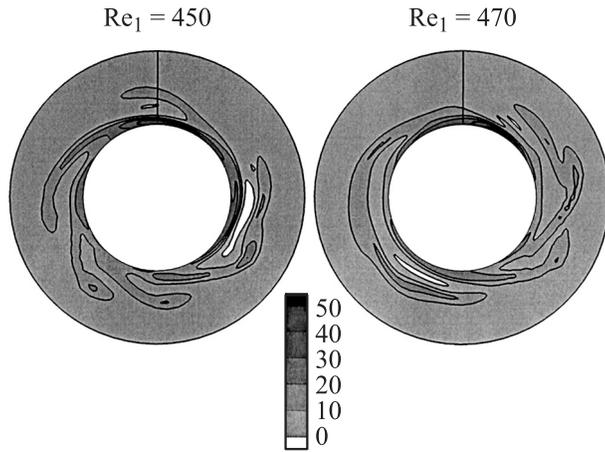


Рис. 2. Распределение меридиональной компоненты завихренности ω_θ [1/s] для турбулентных режимов течения в координатах (r, φ) вблизи плоскости экватора ($\theta = 0.46\pi$).

вращения, течения [1]. В этом случае меридиональную циркуляцию удобно представлять функцией тока Ψ

$$u_r = \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}, \quad \Psi(r = r_1) = 0.$$

Для рассматриваемого случая ($Re_2 = -900$) основное течение существует только в области $Re_1 \leq 315$, далее оно теряет устойчивость [5,11]. Тем не менее можно рассчитать двумерное течение с условиями осевой и экваториальной симметрии и при больших значениях числа Re_1 . Численный эксперимент [11] показал, что такое течение стационарно до $Re_1 = 425$, далее оно становится нестационарным.

На рис. 3 представлена структура основного течения в меридиональной плоскости при $Re_1 = 100, Re_2 = 200$ не только изолиниями функции тока Ψ (рис. 3, c), а также линией нулевой азимутальной скорости (рис. 3, a) и изолиниями азимутальной компоненты завихренности ω_φ (рис. 3, b). Обратим внимание на некоторые свойства этой меридиональной циркуляции. Контуры как азимутальной компоненты завихренности, так и функции тока состоят из двух вихрей с противоположным направлением вращения (направления вращения показаны

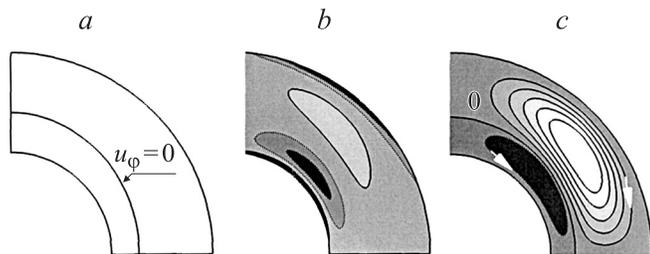


Рис. 3. Структура основного течения в меридиональной плоскости при $Re_1 = 100, Re_2 = 200$: a — положение линии нулевой азимутальной скорости, b — распределение азимутальной компоненты завихренности ω_φ , c — распределение функции тока Ψ ; белыми стрелками показаны направления циркуляции.

на рис. 3, c). В плоскости экватора направление вращения совпадает с направлением радиальной компоненты скорости, таким образом, в точке пересечения линией раздела вихрей радиальная компонента скорости изменяет знак. Хотя линия нулевой азимутальной скорости и не является частью окружности (рис. 3, a), величину, вычисленную по расстоянию от внутренней сферы до этой линии, можно использовать для определения эффективной относительной толщины слоя [13]. В случае вращения только внутренней сферы эффективная относительная толщина слоя совпадает с относительной толщиной слоя, в случае встречного вращения границ — меньше [13].

Рассмотрим циркуляцию в меридиональной плоскости для трех случаев. Первые два — осредненное турбулентное течение и „двумерное“ течение с условием симметрии относительно оси вращения и плоскости экватора при тех же числах Re_1, Re_2 ; третий случай — стационарное основное течение с тем же соотношением Re_1/Re_2 , что и для турбулентного течения.

Вид меридиональной циркуляции для двух нестационарных течений может характеризоваться усредненной по времени азимутальной компонентой завихренности $\bar{\omega}_\varphi$ (рис. 4):

$$\bar{\omega}_\varphi = \frac{1}{rr'} \frac{\partial ru_\theta}{\partial r} - \frac{1}{r\theta'} \frac{\partial u_r}{\partial \theta}.$$

Усреднение проводится за время порядка 5000 шагов, что соответствует 80 периодам вращения внутренней или 40 внешней сфер. Структура меридиональной циркуляции хаотических режимов (рис. 4, a) представляется развитием структуры циркуляции основного течения (рис. 3, c), рассчитанного при том же соотношении $Re_1/Re_2 = -0.5$.

В каждой из полусфер осредненная меридиональная циркуляция турбулентных режимов течения состоит из двух вихрей с противоположным направлением вращения, вытянутых вдоль внутренней границы и достигающих плоскости экватора, и одного вихря вблизи внешней границы в ее приполярной области. Вихрь, прилегающий к внутренней границе, более интенсивный, чем два другие. Основное отличие от меридиональной циркуляции основного течения состоит в появлении дополнительного вихря вблизи полюса внешней сферы. Вихри, вызванные вращением внутренней сферы, вытянуты вдоль нее и касаются друг друга в плоскости экватора. Наблюдается небольшая асимметрия структуры относительно плоскости экватора (рис. 4, a). Рост числа Re_1 приводит к небольшим изменениям в структуре усредненной циркуляции. При $Re_1 = 470$ (рис. 4, b) локальные максимумы вблизи плоскости экватора становятся более выраженными, в среднем вихре внешней полусферы также появляется локальный максимум. Можно сказать, что и в этом случае увеличение числа Re_1 приводит к уменьшению масштаба структур, в первую очередь — вблизи плоскости экватора и внутренней сферы.

На рис. 4, c, d представлены результаты расчета азимутальной компоненты завихренности для двумерного

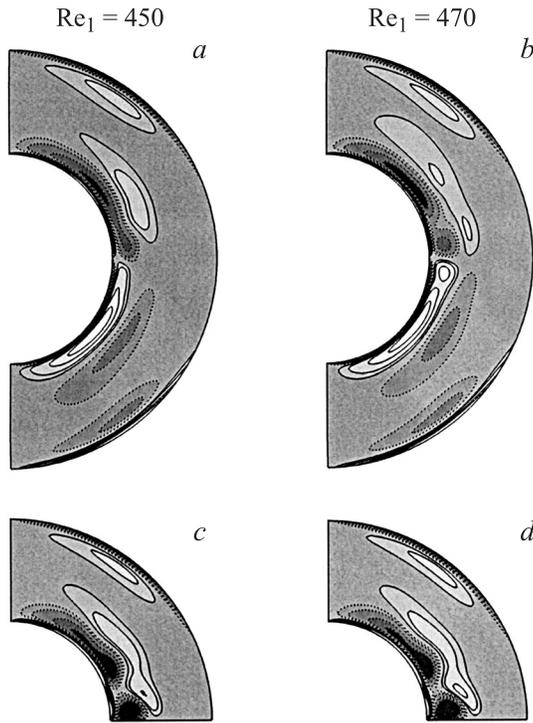


Рис. 4. Распределение осредненной величины азимутальной компонентой завихренности $\overline{\omega}_\varphi$ [1/s] в меридиональной плоскости трехмерного течения (*a, b*) и двумерного течения, симметричного относительно оси вращения и плоскости экватора (*c, d*). Уровни завихренности: $\overline{\omega}_{\varphi \max} = 6$, $\overline{\omega}_{\varphi \min} = -6$, $\Delta\overline{\omega} = 2$, пунктир и темный цвет соответствует отрицательным значениям завихренности.

симметричного относительно оси вращения и плоскости экватора нестационарного течения. Осредненная азимутальная завихренность в этом случае сильно неоднородна в меридиональном направлении.

На рис. 5 приводится сравнение зависимости азимутальной компонентой завихренности от меридионального угла θ для трех случаев: основное, двумерное нестационарное и трехмерное течения. Зависимости представлены при тех расстояниях от внутренней сферы, для которых в данном течении наблюдаются максимумы завихренности. Основное течение рассчитано для отношения $Re_1/Re_2 = 0.5$ и показано в верхней части рисунка ($Re_1 = 450$), в этом течении зависимость имеет один максимум, расположенный посередине между полюсом ($\theta = 0$) и экватором ($\theta = \pi/2$). Для наглядности значение завихренности основного течения увеличено в 10 раз.

Двумерное нестационарное течение и при $Re_1 = 450$, и при $Re_1 = 470$ характеризуется наибольшим количеством экстремумов и наибольшими значениями азимутальной компонентой завихренности, причем абсолютный максимум находится вблизи экватора внутренней сферы. Зависимость азимутальной компонентой при $Re_1 = 450$ в трехмерном течении характеризуется двумя относительно слабо выраженными максимумами,

причем величина приближенного к внутренней сфере меньше. При увеличении числа Re_1 до 470 экстремумы на кривой становятся более выраженными, тогда как их положение изменяется очень незначительно. Таким образом, распределение усредненной азимутальной завихренности трехмерного течения в меридиональном направлении близко к поведению этой величины в основном течении с тем же отношением чисел Рейнольдса, конечно, с учетом разницы в интенсивности вихрей.

На рис. 6 представлены зависимости усредненной радиальной компоненты скорости \overline{u}_r в экваториальной

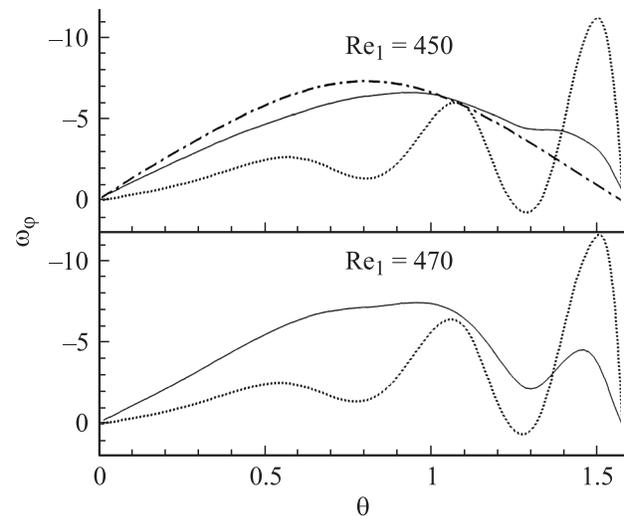


Рис. 5. Распределение осредненной величины азимутальной компонентой завихренности $\overline{\omega}_\varphi$ вдоль меридионального угла θ при тех расстояниях от внутренней сферы, для которых в данном течении наблюдаются максимумы завихренности. Сплошные линии — трехмерное течение (3D), пунктир — двумерное течение с симметрией относительно оси вращения и плоскости экватора (2D), штрихпунктир — основное стационарное течение (величина завихренности увеличена в 10 раз).

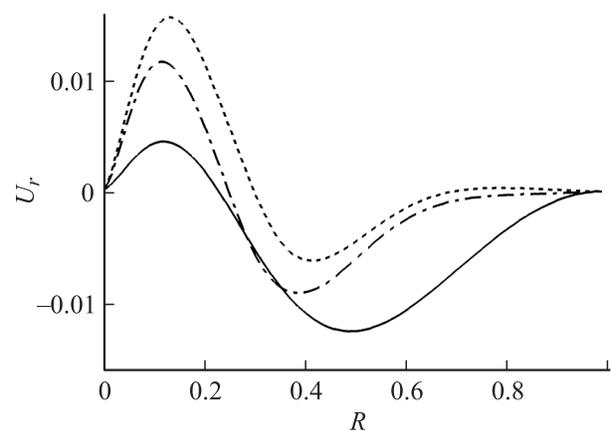


Рис. 6. Зависимость осредненной величины радиальной компонентой скорости \overline{u}_r от нормализованного расстояния R от внутренней сферы в экваториальной плоскости течения. Данные для основного стационарного течения (сплошная кривая) для наглядности увеличены в 10 раз. Пунктир — $Re_1 = 470$, штрихпунктир — 450.

плоскости от нормированного расстояния между границами $R = (r - r_1)/(r_1 - r_2)$. Зависимости представлены для двух хаотических режимов ($Re_1 = 450, 470$; $Re_2 = 900$) и основного течения ($Re_1 = 100, Re_2 = 200$). Все зависимости качественно подобны, имеют по два экстремума, которые образуются вследствие ускорения течения около сферических границ. В середине слоя течение замедляется, и $\bar{u}_r = 0$. Причем слева от точки нулевого значения \bar{u}_r , скорость направлена от внутренней сферы, а справа — от внешней.

Поведение усредненных азимутальной компоненты завихренности и радиальной компоненты скорости показывают, что усредненная меридиональная циркуляция хаотических режимов течения наследует структуру, присущую меридиональной циркуляции основного течения с тем же отношением чисел Рейнольдса. Усредненные циркуляции хаотических режимов течения характеризуются тем же распределением завихренности вдоль меридионального угла и положением линии, разделяющей вихри с противоположными направлениями.

Определим поверхность нулевой усредненной по времени азимутальной компоненты скорости хаотического режима (рис. 7) по аналогии с такой же поверхностью, построенной для соответствующего основного течения (рис. 3, а). Теперь и для хаотического режима можно определить понятие эффективной относительной толщины слоя δ^* как расстояние от внутренней сферы до этой поверхности, нормированное на радиус внутренней сферы. Такое определение не является вполне строгим, поскольку даже в основном течении поверхность нулевой азимутальной компоненты скорости не сферическая. Тем не менее, можно определить максимальное значение δ^*_{max} как нормированное расстояние от внутренней сферы до поверхности нулевой азимутальной компоненты скорости в плоскости экватора. Как для турбулентных режимов течения, так и для основного

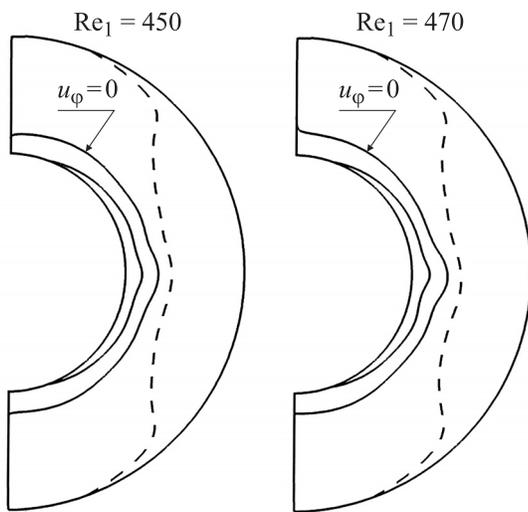


Рис. 7. Изолинии усредненной величины азимутальной компоненты скорости для уровней $\bar{u}_\phi = 0.1, 0, -0.1$ м/с в меридиональной плоскости течения; пунктир соответствует отрицательному значению скорости.

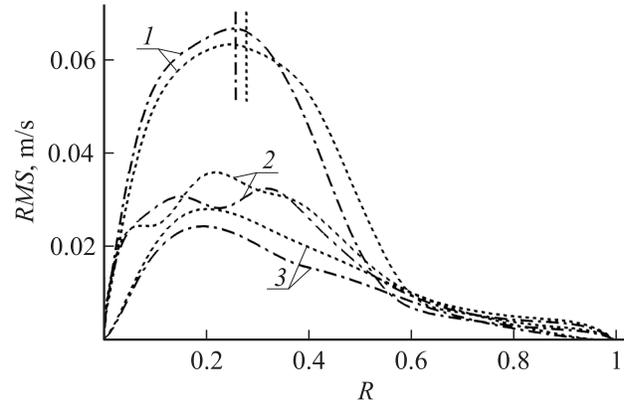


Рис. 8. Средние квадратические отклонения (rms) азимутальной (1), меридиональной (2) и радиальной (3) компоненты скорости в зависимости от нормированного расстояния R в экваториальной плоскости течения. Вертикальные линии соответствуют положению нулевых значений усредненной величины азимутальной компоненты скорости \bar{u}_ϕ для соответствующих чисел Рейнольдса (пунктир — $Re_1 = 470$, штрихпунктир — 450).

стационарного течения с тем же соотношением Re_1/Re_2 δ^*_{max} составляет 0.26 для $Re_1 = 450$ и 0.28 для $Re_1 = 470$ (рис. 7).

На рис. 8 представлены средние квадратические отклонения (СКО) всех трех компонент скорости в плоскости экватора в зависимости от нормированного расстояния R . Для каждого из представленных режимов $Re_1 = 450$ и 470 максимум среднего квадратического отклонения азимутальной компоненты скорости расположен вблизи соответствующей поверхности $\bar{u}_\phi = 0$ (вертикальные линии на рис. 8). Максимумы всех СКО расположены в диапазоне $0.4 \geq R \geq 0.15$. Правее этого интервала интенсивность флуктуаций убывает, и при $R = 0.6$ все СКО практически сравниваются по величине. В цилиндрическом течении Куэтта при вращении только внутренней границы численно был получен другой результат: максимумы пульсаций скорости наблюдались около каждой из цилиндрических границ [14]. Тем не менее профили флуктуаций скорости с одним максимумом, удаленным от границ, наблюдались в слоях смешения [15]. Сферическое течение Куэтта при встречном вращении границ можно рассматривать как своеобразный замкнутый слой смешения, в котором сталкиваются два потока, движущихся в противоположных направлениях по азимутальному углу.

Хаотические режимы течения характеризуются спектрами пульсаций скорости и корреляционной размерностью D_c :

$$C(r) \sim r_c^D, \quad C(r) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m^2} \sum_{i,j=1}^m H(r^p - |x_i^{(p)} - x_j^{(p)}|).$$

Здесь H — функция Хевисайда, $r^{(p)}$ — расстояние в p -мерном пространстве, $x_i^{(p)} \{x(t_i), x(t_i + \tau), \dots, x(t_i + (p-1)\tau)\}$ — точка в p -мерном пространстве,

характеризующая состояние системы в момент времени t_i [16]. Ряд $x(t_0 + k\Delta t)$ представляет собой дискретную запись пульсаций скорости с интервалом дискретизации Δt . Под знаком суммы вычисляется число пар точек $x_i^{(p)}$ и $x_j^{(p)}$, расстояние между которыми меньше $r^{(p)}$. Величина $C(r)$ вычисляется при возрастающих значениях r . Тангенс угла наклона кривой $\log(C(r)) = f(\log(r))$ равен корреляционной размерности D_c .

Для расчета этих величин обычно используются временные ряды пульсаций скорости в одной или нескольких точках потока [2–4,6]. В настоящей работе спектры и корреляционная размерность определяются как из экспериментальных, так и из численных данных. Экспериментальные данные получены при измерении пульсаций скорости лазерным доплеровским измерителем скорости. Численные данные представляют собой рассчитанные с постоянным шагом по времени значения скорости в двух расположенных вблизи внутренней сферы и симметричных относительно плоскости экватора точках ($R = 0.135$, $\theta = 0.346\pi$, 0.654π).

На рис. 9 представлены спектры пульсаций азимутальной компоненты скорости. Все спектры, экспериментальные и численные, хорошо согласуются друг с другом, имеют одинаковый вид и углы наклона, экспоненциально затухают при частотах выше 0.3 Hz. Амплитуды отдельных пиков в спектрах не превышают среднего уровня более чем в два раза.

Корреляционная размерность представлена как функция числа Re_1 для экспериментально и численно полученных данных (рис. 10). Длина записи составляла не менее $3.2 \cdot 10^4$ точек, $\tau = 12$ s. Переходу к стохастическому режиму течения как в эксперименте, так и в расчете соответствует скачкообразный рост корреляционной размерности до значений $D_c \approx 8$. После скачка величина D_c незначительно возрастает, не более чем на 0.75, затем так же медленно начинает убывать. Сдвиг расчетных и экспериментальных значений D_c по числу Re_1 составляет около 15. Такой систематический сдвиг между расчетом и экспериментом $\Delta Re_1 = 15$ обнаружен в [11] в тех случаях, когда после бифуркации изменяется симметрия течения относительно плоскости экватора, в противном случае этот сдвиг составляет

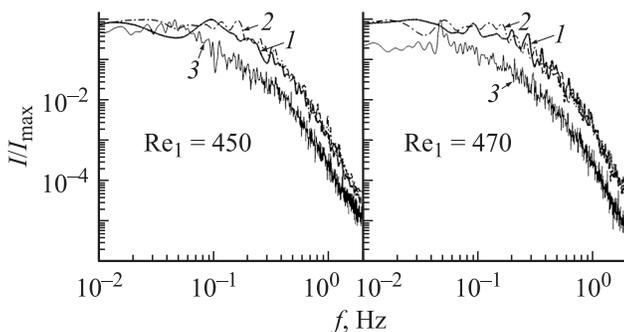


Рис. 9. Спектры пульсаций азимутальной компоненты скорости u_ϕ : расчет при $\theta = 0.34\pi$ (1) и $\theta = 0.654\pi$ (2) в сравнении с экспериментом (3).

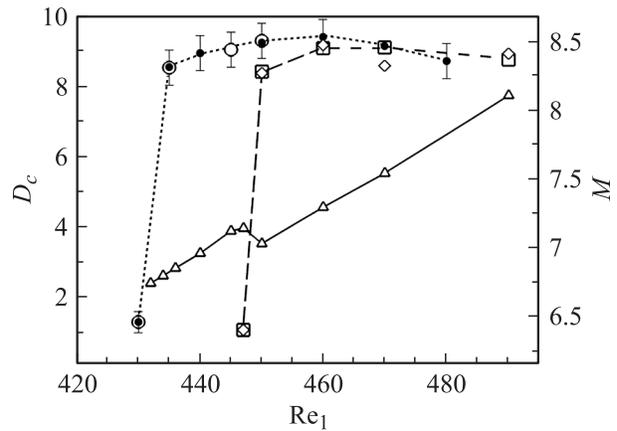


Рис. 10. Зависимости корреляционной размерности D_c (\circ , \bullet , \square , \diamond) и осредненной величины момента сил трения M , передаваемого на внутреннюю сферу (\triangle), от числа Re_1 . \circ , \bullet — эксперимент, \square , \diamond — расчет при $\theta = 0.346\pi$ и 0.654π соответственно, \triangle — расчетная величина M . Вертикальные линии демонстрируют разброс значений корреляционной размерности D_c .

$\Delta Re_1 = 4$. Поэтому можно предположить, что причиной рассматриваемого сдвига может служить слабая асимметрия в эксперименте из-за наличия в сферическом слое вала подвески внутренней сферы.

На рис. 10 и экспериментальные данные, и расчетные представлены в двух точках потока. За исключением расчета при $Re_1 = 470$, величины D_c совпадают между собой в различных точках течения как в расчете, так и в эксперименте. Различие в величине D_c при $Re_1 = 470$, по-видимому, можно объяснить слабой несимметрией усредненного течения относительно плоскости экватора (рис. 4).

Таким образом, в рассматриваемом здесь случае наблюдается второй тип развития стохастичности, но и величина эффективной относительной толщины слоя $\delta_{\max}^* \approx 0.3$ близка к относительной толщине слоя из работы [3] $\delta = 0.33$.

На рис. 10 также представлена зависимость момента, передаваемого на внутреннюю сферу, от числа Рейнольдса. При переходе от ламинарного к турбулентному режиму происходит скачкообразное уменьшение момента. Зависимость величины M является практически линейной как для ламинарного течения, так и для хаотического.

Заключение

Турбулентные режимы течения вблизи границы своего возникновения изучены экспериментально и численно для случая встречного вращения сферических границ и постоянной скорости вращения внешней сферы ($\delta = 1$, $Re_2 = -900$, $Re_1 = 440-490$). Возникновение стохастичности и в эксперименте, и в расчете сопровождается скачкообразным увеличением корреляционной размерности. При дальнейшем возрастании Re_1 размерность

изменяется незначительно, сначала повышаясь, затем уменьшаясь.

Установлено, что максимумы профилей турбулентных пульсаций всех компонент скорости удалены от обеих сферических границ и эти максимумы в экваториальной плоскости расположены вблизи нулевого значения осредненной азимутальной скорости.

По распределению осредненной азимутальной завихренности в меридиональной плоскости течения и осредненной радиальной скорости в экваториальной плоскости определен вид осредненной меридиональной циркуляции турбулентного течения. Показано, что структура осредненной циркуляции трехмерного турбулентного течения качественно аналогична структуре циркуляции осесимметричного, стационарного течения до потери устойчивости с тем же соотношением чисел Рейнольдса Re_1/Re_2 , что и в турбулентном течении. Вместе с тем искусственное наложение условий осевой и экваториальной симметрии существенно искажает структуру осредненной циркуляции, препятствуя выравниванию параметров течения в меридиональном направлении.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 07-08-00247.

Список литературы

- [1] *Беляев Ю.Н., Яворская И.М.* // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1980. Т. 15. С. 3–80.
- [2] *Беляев Ю.Н., Яворская И.М.* // Изв. АН СССР. МЖГ. 1991. № 1. С. 10–18.
- [3] *Wulf P., Egbers C., Rath H.J.* // Phys. Fluids. 1999. Vol. 11. N 6. P. 1359–1372.
- [4] *Nakabayashi K., Sha W., Tsuchida Y.* // J. Fluid. Mech. 2005. Vol. 34. P. 327–350.
- [5] *Герценштейн С.Я., Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.* // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 2. С. 56–63.
- [6] *Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.* // Изв. РАН. МЖГ. 2008. № 5. С. 30–38.
- [7] *Герценштейн С.Я., Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э.* // Докл. РАН. 2003. Т. 390. № 4. С. 478–483.
- [8] *Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В.* // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. Вып. 24. С. 15–21.
- [9] *Никитин Н.В.* // Ж. вычислит. физ. 2006. Т. 217. № 2. С. 759–781.
- [10] *Кривоносова О.Э.* Дис. канд. физ.-мат. наук. М.: МГУ, 2007. 128 с.
- [11] *Жиленко Д.Ю., Кривоносова О.Э., Никитин Н.В.* // Изв. РАН. МЖГ. 2007. № 6. С. 22–33.
- [12] *Рабинович М.И., Суцук М.М.* // УФН. 1990. Т. 160. Вып. 1. С. 3–64.
- [13] *Астафьева Н.М.* // Изв. РАН МЖГ. 1998. № 1. С. 75–86.
- [14] *Dong S.* // J. Fluid Mech. 2007. Vol. 587. P. 373–393.
- [15] *Ansari A.* // Phys. Fluids. 1997. Vol. 9. N 6. P. 1714–1728.
- [16] *Grassberger P., Procaccia I.* // Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. N 5. P. 346–349.