

01;03

О физических закономерностях заряжения градины, свободно падающей в грозовом облаке

© А.И. Григорьев, Д.О. Корниенко, С.О. Ширяева

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова,
150000 Ярославль, Россия
e-mail: grig@uniyar.ac.ru

(Поступило в Редакцию 14 июля 2009 г.)

В расчете, выполненном в рамках электростатического метода изображений, исследованы особенности взаимодействия крупной заряженной обводненной градины с одноименно заряженными мелкими капельками в однородном внешнем электростатическом поле. Показано, что имеется диапазон внешних условий, характерных для грозового облака, при которых капельки притягиваются к одноименно заряженной градине. Свободно падающая в грозовом облаке градина за счет столкновений с мелкими одноименно заряженными капельками может „набирать“ заряды, достаточно большие для зажигания в ее окрестности „коронного разряда“.

Введение

Электрический разряд с поверхности крупных капель и тающих градин в грозовом облаке, сопровождающийся эмиссией во внешнюю среду значительного количества заряженных микрокапель и ионов [1–7], играет важную роль как в процессах микроразделения зарядов, так и в феномене реализации разряда молнии. Согласно существующим представлениям, инициирование разряда молнии связано с мощной электронной лавиной (переходящей в стример), зарождающейся при коронном разряде с группы близко расположенных капель или тающих градин, свободно падающих в грозовом облаке [1–7]. Однако для развития разрядных процессов в окрестности границы она должна иметь весьма большой электрический заряд, и постановка проблемы выделения физического механизма, определяющего накопление заряда градины до необходимых больших значений, представляется достаточно актуальной, поскольку в теории грозового электричества эта проблема до сих пор не решена. Очевидная идея увеличения заряда градины при ее столкновении с мелкими одноименно заряженными капельками нуждается в подтверждении конкретными расчетами, поскольку *a priori* не ясно, почему градина не будет отталкивать со своего пути мелкие одноименно заряженные капельки за счет электростатического взаимодействия.

Формулировка задачи

Рассмотрим электростатическое взаимодействие обводненной сферической градины радиусом R , имеющей заряд Q , с маленькой сферической капелькой радиусом r_0 , несущей заряд q того же знака, что и Q , если расстояние между центрами градины и капельки есть L . Примем $r_0 \ll R$ и $q \ll Q$, что вполне согласуется с реалиями грозового облака. Согласно справочным данным [8,9], максимум функции распределения

облачных капель по размерам приходится на капельки радиусом $r_0 \approx 10^{-3}$ см, которые содержатся в облаке с концентрацией $n = 10^2 - 10^3$ см $^{-3}$ [8, с. 131] и имеют заряды $q \sim 10^{-5}$ CGSE [9, с. 457]. Радиусы градин примем изменяющимися в диапазоне $0.1 \leq R \leq 1$ см. Тогда в приближении $(r_0/R) \ll 1$ маленькую капельку можно заменить точечным зарядом и провести исследование электростатического взаимодействия градины с точечным зарядом в рамках метода электростатических изображений, детально описанного в [10,11]. Собственно говоря, данное исследование можно провести, не заменяя маленькую капельку точечным зарядом, но рассматривая электростатическое взаимодействие шаров с учетом поляризационных эффектов, как это было сделано в [10,12–15]. Но в последнем случае аналитические уравнения для потенциала электрического поля и силы взаимодействия градины с каплей получатся весьма громоздкими (будут выражаться через плохо сходящиеся бесконечные ряды), а необходимые расчеты придется проводить численно. Поэтому в проводимом исследовании ограничимся идеализированной моделью взаимодействия шара с точечным зарядом.

Примем также, что под углом ϑ к оси симметрии системы наложено однородное внешнее электростатическое поле напряженностью \mathbf{E}_0 , как это изображено на рис. 1. Потенциал электростатического поля такой системы в произвольной точке пространства, определяемой радиусом-вектором \mathbf{r} , в сферической системе координат, связанной с центром градины, в системе физических единиц CGSE определится выражением:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \frac{q}{|\mathbf{r} - \mathbf{L}|} - \frac{q_*}{|\mathbf{r} - \mathbf{a}|} + \frac{q_*}{r} + \frac{Q}{r} + (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}) \frac{R^3}{|\mathbf{r}|^3} - (\mathbf{E}_0 \mathbf{r});$$

$$q_* \equiv \frac{qR}{L}; \quad \alpha = \frac{R^2}{L}.$$
(1)

В (1) первое слагаемое соответствует потенциалу точечного заряда (маленькой капли), второе — потенциалу, создаваемому изображением $-q_*$ точечного заряда

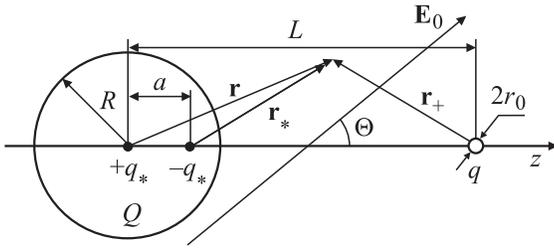


Рис. 1. Схематическое изображение взаимного расположения градины и капли.

в градине, третье — потенциалу заряда q_* , который помещается в центре градины и должен компенсировать заряд изображения $-q_*$ (отметим, что и заряд изображения, и компенсационный заряд являются фиктивными), четвертое — потенциалу заряда градины Q , пятое — потенциалу поляризованного заряда проводящей сферы в однородном электростатическом поле \mathbf{E}_0 , шестое — потенциалу поля \mathbf{E}_0 . В (1) r и ϑ — сферические координаты: радиальная переменная и полярный угол. Вектор \mathbf{a} направлен от центра сферы к заряду „изображению“ $-q_*$ и по величине равен отрезку a ; вектор \mathbf{L} направлен от центра сферы к заряду q и по величине равен отрезку L . Для определенности примем, что градина и капелька заряжены отрицательно.

Если теперь отбросить первое слагаемое, взять с отрицательным знаком градиент от оставшегося выражения и умножить на величину точечного заряда q , то получим выражение для силы взаимодействия точечного заряда с градиной:

$$\mathbf{F} = \left[-E_0|q| \cos \vartheta \left(1 + \frac{2R^3}{r^3} \right) - \frac{q^2 r R}{(r^2 - R^2)^2} + (q^2 R + Qqr) \frac{1}{r^3} \right] \mathbf{e}_r + \left[E_0 q \sin \vartheta \left(\frac{R^3}{r^3} - 1 \right) \right] \mathbf{e}_\vartheta, \quad (2)$$

где \mathbf{e}_r и \mathbf{e}_ϑ — орты сферической системы координат. Если вектор напряженности внешнего поля \mathbf{E}_0 коллинеарен оси, проходящей через центры градины и маленькой капли, то выражение (2) упрощается до

$$\mathbf{F} = \left[\mp E_0|q| \left(1 + \frac{2R^3}{r^3} \right) - \frac{q^2 r R}{(r^2 - R^2)^2} + (q^2 R + Qqr) \frac{1}{r^3} \right] \mathbf{e}_r, \quad (3)$$

где знак „ $-$ “ соответствует в (2) $\vartheta = 0$, а знак „ $+$ “ — $\vartheta = \pi$ (см. рис. 1). Обезразмерим это выражение, полагая $R = |q| = 1$, и получим

$$\mathbf{F} = \left[\mp E_0|q| \left(1 + \frac{2}{r^3} \right) - \frac{r}{(r^2 - 1)^2} + (1 + Qr) \frac{1}{r^3} \right] \mathbf{e}_r. \quad (4)$$

При принятом обезразмеривании единицами измерения напряженности электростатического поля и силы являются:

$$E_* \equiv \frac{|q|}{R^2}; \quad F_* \equiv \frac{q^2}{R^2}.$$

Для построения графических зависимостей примем, что $R = 0.1$ см, $Q \sim 0.1-1$ CGSE, [16, с. 176], $r_0 \approx \approx 10^{-3}$ см, $q \sim 10^{-5}$ CGSE [9, с. 457], $E \sim \sim 0.3-30$ CGSE [9, с. 440-441]. Тогда безразмерные величины заряда градины и напряженности внешнего электростатического поля будут изменяться в следующих диапазонах: $Q \sim 10^3-10^5$, $E \sim 300-3 \cdot 10^4$. Для определенности будем считать, что заряды Q и q отрицательны.

Из выражений (2)–(3) видно, что в зависимости от величин физических параметров задачи знак силы взаимодействия между одноименно заряженными градиной и каплей может быть как положительным (градина и капля будут отталкиваться), так и отрицательным (градина и капля будут притягиваться). Анализ условий, при выполнении которых градина и капля притягиваются друг к другу, и составляет основную цель настоящей работы.

Анализ результатов

На рис. 2 приведены результаты расчета по (4) силы F взаимодействия точечного заряда (маленькой капли) с одноименно заряженной градиной, когда внешнее поле направлено коллинеарно оси, проходящей через центры масс градины и капли, так, что $\vartheta = 0$. Геометрическое место точек $\{Q, r\}$, на котором рассчитанные поверхности расположены ниже плоскости $F = 0$, соответствуют притяжению между градиной и каплей. Это притяжение обусловлено влиянием поляризованного заряда, появившегося на градине в результате влияния внешнего поля \mathbf{E}_0 и имеющего при $\vartheta \sim \pi$ знак, противоположный знаку собственного заряда градины. В итоге на градину вдоль оси симметрии системы будет падать поток одноименно заряженных мелких капелек, что приведет к увеличению ее заряда и массы. Когда при заданной напряженности электростатического поля заряд на градине достигнет величины

$$Q_{cr} = \frac{\left[E_0 \left(1 + \frac{2}{r^3} \right) + \frac{r}{(r^2 - 1)^2} \right] r^3 - 1}{r}, \quad (5)$$

при которой последнее слагаемое в (4), имеющее положительный знак и соответствующее отталкиванию капли и градины, превысит сумму остальных двух слагаемых, описывающих взаимодействие капли с поляризованным зарядом, поток капелек на градину прекратится. Согласно расчетам, при $E_0 = 325$ величина $Q_{cr} \approx 1000$, а при $E_0 = 600$ получим $Q_{cr} \approx 1800$ (см. рис. 2, *b*). Из (5) видно, что с ростом E_0 величина Q_{cr} увеличивается линейно, что подтверждается расчетами, проиллюстрированными рис. 2, *c-d*. На рис. 2, *d* приведены результаты расчета для напряженности поля, максимальной из обнаруженных при натурных измерениях в облаках под Ленинградом [9, с. 440]: $E_0 = 20$ кВ/см. Согласно рис. 2, *d*, градина радиусом $R = 0.1$ см за счет сбора зарядов с одноименно заряженных капелек может приобрести

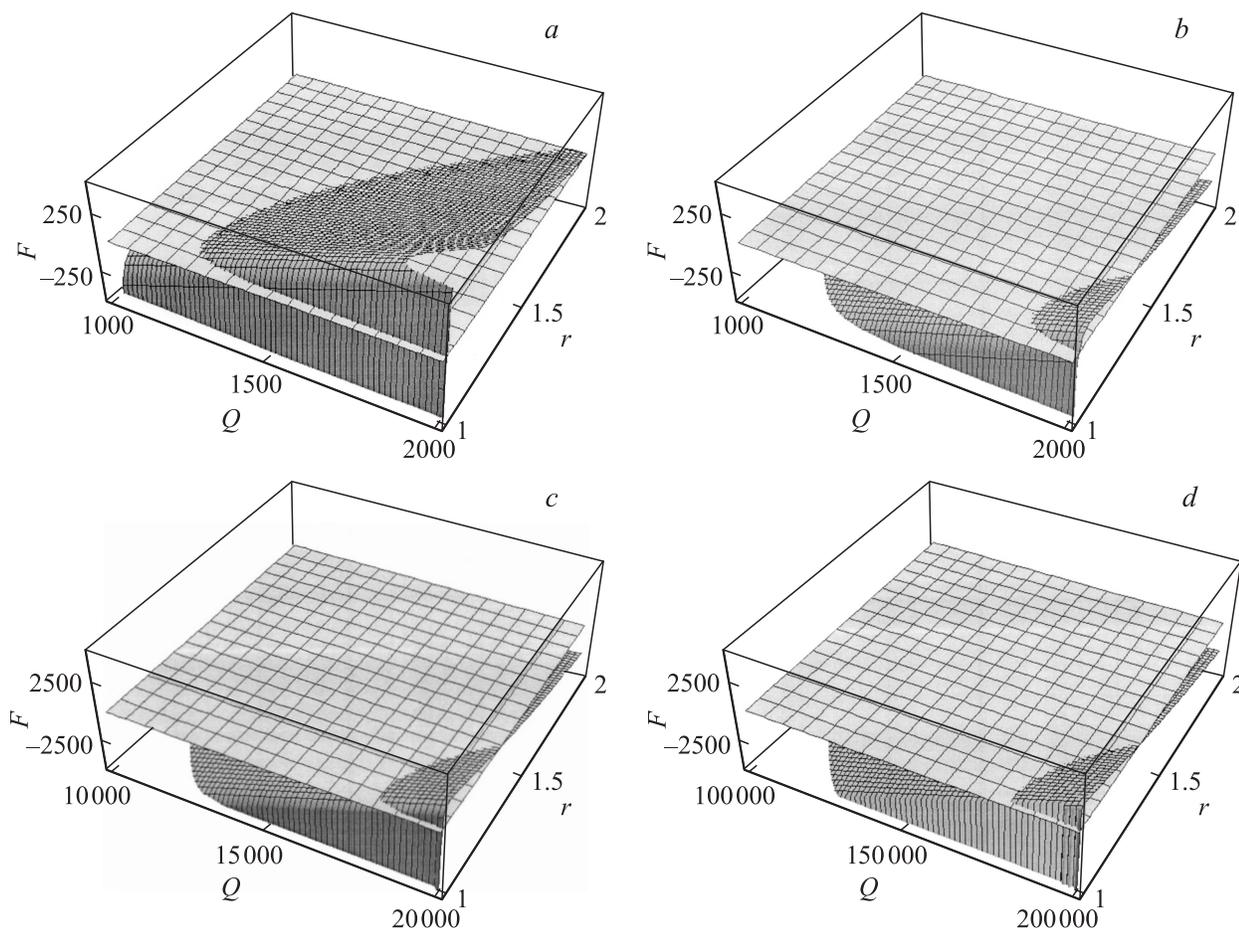


Рис. 2. Пересеченная плоскостью $F = 0$ зависимость безразмерной силы F взаимодействия градины и точечного заряда от величины безразмерного заряда градины Q и безразмерного расстояния между ними r , рассчитанная при $\vartheta = 0$ и различных величинах безразмерной напряженности внешнего электростатического поля, коллинеарного оси симметрии: a — $E_0 = 400$; b — 600 ; c — 6000 ; d — $60\,000$.

безразмерный заряд $Q \approx 1.8 \cdot 10^5$, что в размерном виде соответствует $Q \approx 1.8$ CGSE. Напряженность поля собственного заряда у поверхности такой градины составит $E \approx 180$ CGSE = 54 kV/cm. Такая напряженность поля существенно превосходит то значение, при котором у поверхности градины загорается коронный разряд [5–7,16,17]. Но даже если электрическое поле будет иметь на порядок меньшую величину, заряд, приобретенный градиной за счет столкновения с более мелкими капельками, будет иметь значительную в смысле реальных грозного облака величину $Q \approx 0.18$ CGSE (см. рис. 2, c).

На рис. 3 приведены результаты расчета по (4) для случая $\vartheta = \pi$, т.е. для противоположной части градины, где поляризационный заряд, обусловленный действием поля E_0 , имеет тот же знак, что и собственный заряд градины, и отталкивает одноименно заряженные капли от поверхности градины.

Из рис. 3 видно, что даже в описанных жестких условиях градина будет притягивать одноименно заряженные капли с весьма малого расстояния $\sim 0.01R$. Из рис. 2 видно, что независимо от величины собственного заряда градины на расстояниях $\sim 0.01R$ всегда имеет место

притяжение одноименно заряженных капель к градине. Это притяжение обусловлено взаимодействием капли с поляризационным зарядом, индуцированным в градине

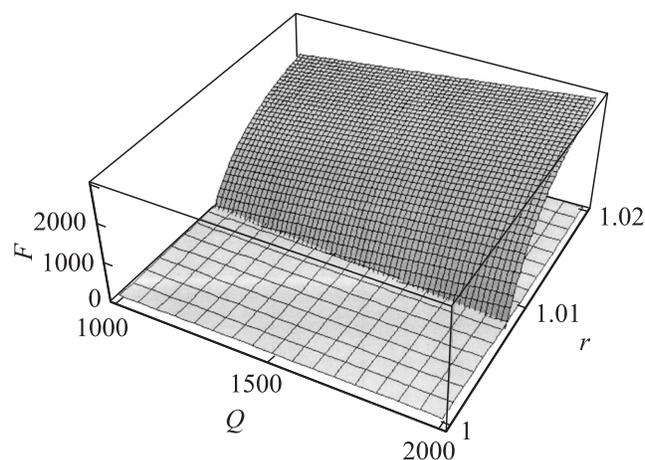


Рис. 3. То же, что на рис. 2, b , но для $\vartheta = \pi$.

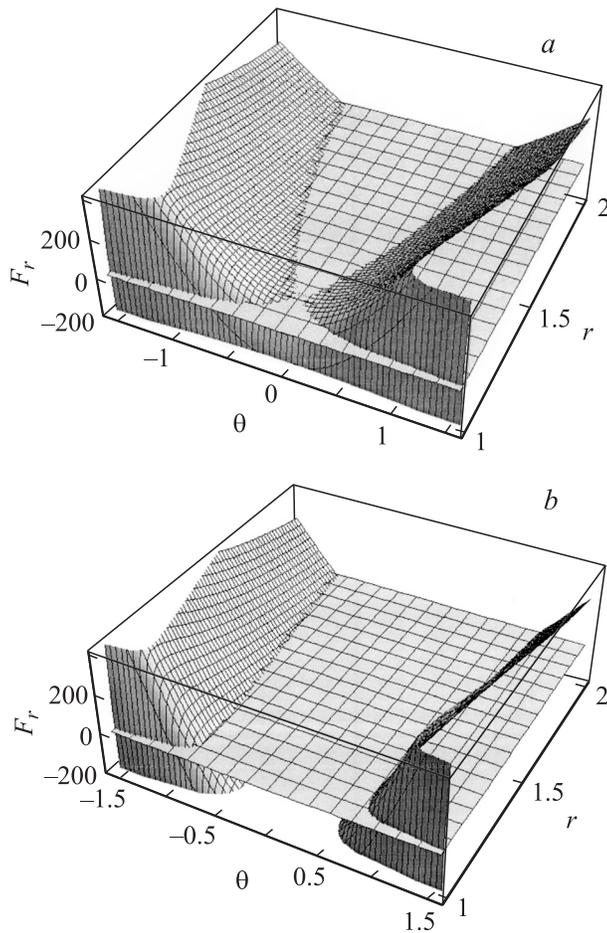


Рис. 4. Пересеченная плоскостью $F = 0$ зависимость радиальной компоненты силы F взаимодействия градины и точечного заряда от величины угла ϑ , выраженного в радианах, и безразмерного расстояния между ними r , рассчитанная при заряде градины $Q = 1000$ и различных величинах E_0 : a — $E_0 = 325$; b — 460.

зарядом самой капли, описываемым вторым слагаемым в (3), величина которого быстро растет при $r \rightarrow 1$.

На рис. 4 приведены результаты расчета на геометрическом месте точек $\{r, \vartheta\}$ при $Q = \text{const}$, $E_0 = \text{const}$ радиальной компоненты силы, согласно выражению (2), для ситуации, когда направление поля \mathbf{E}_0 составляет угол ϑ с направлением оси, проходящей через центры градины и капельки (угол ϑ измеряется в радианах). Из рис. 4, a видно, что при $E_0 = 325$ и $Q = 1000$ телесный угол, внутри которого маленькие капли могли попасть на одноименно заряженную градину, весьма мал, и угол его раствора измеряется единицами градусов. С увеличением напряженности внешнего электростатического поля раствор телесного угла быстро увеличивается и уже при $E_0 = 460$ (см. рис. 4, b) равен $\pi/2$. Увеличение E_0 при прочих равных условиях приводит к росту угла раствора телесного угла, внутри которого маленькие капельки могут попасть на одноименно заряженную градину. Увеличение заряда градины Q при прочих равных условиях приводит к уменьшению угла раствора

телесного угла. Это означает, что по мере увеличения заряда градины в постоянном поле E_0 скорость набора ею заряда уменьшается.

Представляет интерес и вопрос о скорости увеличения размера градины при столкновении с множеством мелких капелек. Для нижеследующих оценок примем, что градина радиусом R падает в облаке под действием сил тяжести и аэродинамического сопротивления с постоянной скоростью V , сталкиваясь при этом с существенно более мелкими каплями радиусом $r_0 \ll R$, несущими заряды q , содержащимися в облаке с объемной концентрацией n . Полагая для оценки по порядку величины, что сечение столкновения градины с мелкими каплями равно πR^2 , несложно подсчитать, что за единицу времени градина столкнется с $N = \pi R^2 V n$ мелкими каплями, приобретет заряд $Q = Nq$ и увеличит свою массу на

$$\Delta M = \pi R^2 V n (4\pi r_0^3 \rho / 3).$$

Примем для оценки, согласно справочным данным [8,9]: $R = 0.1$ см; $V = 649$ см \cdot с $^{-1}$ [8, с. 260]; $r_0 = 10^{-3}$ см; $q \sim 10^{-5}$ CGSE [9, с. 457]; $n = 10^2 - 10^3$ см $^{-3}$ [8, с. 131]. Тогда легко сосчитать, что за одну секунду градина столкнется с $N \approx 2 \cdot (10^3 - 10^4)$ мелкими каплями и увеличит свой заряд на $\Delta Q \approx 0.02 - 0.2$ CGSE. При этом ее масса увеличится на $\Delta M \approx 10^{-5} - 10^{-4}$ г, что составит $\approx 0.2 - 2$ процента массы градины принятого размера. Таким образом, ежесекундный прирост массы, а следовательно, и увеличение радиуса градины малы.

Интересно отметить, что из выражений (2)–(4) для силы электростатического взаимодействия градины и капли следует асимметрия взаимодействия точечного заряда и градины относительно смены знака заряда. Видно, что при смене знака заряда градины Q при неизменном q (так же, как при смене знака заряда капли q при неизменном Q) не происходит простого изменения направления действия силы взаимодействия даже при $E_0 = 0$, как это ожидается (по аналогии с законом Кулона или с выражением для силы, действующей на точечный заряд со стороны электрического поля). По всей видимости, это является следствием невыполнения закона парности взаимодействий в феномене поляризации [18].

Заключение

В проведенном анализе выяснилось, что в достаточно сильных внутриоблачных электростатических полях свободно падающая в грозном облаке заряженная градина может набирать весьма большие электрические заряды при столкновении с мелкими одноименно с нею заряженными каплями, поскольку электростатическое взаимодействие градины с каплей в обсуждаемой ситуации носит характер притяжения.

Работа выполнена при поддержке грантов Рособразования № 2.1.1/3776 и РФФИ № 09-01-00084.

Список литературы

- [1] Дьячук В.А., Мучник В.А. // ДАН СССР. 1979. Т. 248. № 1. С. 60–63.
- [2] Бейтуганов М.Н. // Метеорология и гидрология. 1989. № 9. С. 49.
- [3] Grigor'ev A.I., Shiryayeva S.O. // Physica Scripta. 1996. Vol. 4. P. 660–666.
- [4] Ширяева С.О., Григорьев А.И. Заряженная капля в грозовом облаке. Ярославль: Изд-во ЯрГУ им. П.Г. Демидова, 2008. 535 с.
- [5] Григорьев А.И., Ширяева С.О., Волкова М.В. // ЖТФ. 2003. Т. 73. Вып. 11. С. 31–36.
- [6] Ширяева С.О., Григорьев А.И., Волкова М.В. // ЖТФ. 2005. Т. 75. Вып. 7. С. 40–47.
- [7] Григорьев А.И., Коромыслов В.А., Ширяева С.О. // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 11. С. 10–19.
- [8] Мазин И.П., Шметер С.М. Облака. Строение и физика образования. Л.: Гидрометеиздат, 1983. 280 с.
- [9] Облака и облачная атмосфера. Справочник / И.П. Мазин, А.Х. Хргиан, И.М. Имянитов. Л.: Гидрометеиздат, 1989. 647 с.
- [10] Смайт В. Электростатика и электродинамика. М.: ИЛ, 1954. 606 с.
- [11] Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
- [12] Саранин В.А. // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 12. С. 12–17.
- [13] Саранин В.А. // УФН. 1999. Т. 169. № 4. С. 453–458.
- [14] Щерба Е.А., Григорьев А.И., Коромыслов В.А. // ЖТФ. 2002. Т. 72. Вып. 1. С. 15–19.
- [15] Саранин В.А. // УФН. 2002. Т. 172. № 12. С. 1449–1454.
- [16] Мучник И.М., Фишман Б.Е. Электризация грубодисперсных аэрозолей в атмосфере. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 208 с.
- [17] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987. 592 с.
- [18] Григорьев А.И. // Тез. докл. науч.-методич. конф. „Проблемы качества подготовки специалистов“. Ярославль: Изд-во ЯрГУ, 2005. С. 20–22.