

01;07

Предельно короткий оптический импульс в двухуровневых системах с кулоновским взаимодействием и дефектами

© М.Б. Белоненко

Волгоградский государственный педагогический университет,
400131 Волгоград, Россия
e-mail: mbelonenko@yandex.ru

(Поступило в Редакцию 8 декабря 2008 г.)

В рамках микроскопического псевдоспинового формализма рассмотрена динамика предельно короткого оптического импульса в ансамбле двухуровневых систем, в частности, в присутствии дефектов без ограничений на мощность импульса, в приближении однонаправленного распространения. Получены и численно решены эффективные уравнения для амплитуды электрического поля и поляризации двухуровневых систем. Выявлены квазисолитонные режимы распространения ультракоротких оптических импульсов и проанализированы зависимости от параметров микроскопического гамильтониана. Выявлено влияние дефектов различного типа на распространение предельно коротких импульсов.

Введение

Возникновение интереса к теории распространения предельно коротких оптических импульсов, которые содержат в себе несколько колебаний электромагнитного поля, вызвано прежде всего развитием экспериментальной техники генерации таких импульсов [1–4]. При распространении предельно коротких оптических импульсов уже не работает приближение медленно меняющихся амплитуд и фаз, поскольку невозможно произвести разделение импульса на части, связанные с несущей частотой и огибающей. Отметим, что в последнее время данная трудность была успешно преодолена в ряде теоретических работ, из которых необходимо выделить [5–7]. Однако подробный анализ данных работ показывает, что они требуют введения ряда феноменологических параметров, особенно в части, касающейся динамики предельно коротких оптических импульсов в твердых телах, которые определяются независимо. Само введение подобного рода параметров требует осторожности, в силу того что при своей малой длительности предельно короткий оптический импульс имеет широкий спектр и известно, что, например, константы нелинейной восприимчивости имеют сильную частотную дисперсию. Отметим также тот факт, что вещество обладает свойством насыщения отклика и в случае мощного поля предельно короткого оптического импульса требуется все больше и больше слагаемых в разложении, например, поляризации вещества по величине приложенного переменного поля, чтобы адекватно описать имеющиеся нелинейные свойства. Все вышеизложенное делает задачу построения теории распространения предельно коротких оптических импульсов исходя из микроскопической теории необходимой и актуальной.

В качестве веществ, которые будут рассматриваться с микроскопических позиций, были выбраны двухуровневые системы с кулоновским взаимодействием, которые обладают простым и достаточно детально исследованным модельным гамильтонианом. Частным случаем

таких веществ являются, в частности, в рамках эффективного формализма, сегнетоэлектрики с водородными связями. Отметим, что изучению взаимодействия данного класса водородосодержащих сегнетоэлектриков с мощным лазерным полем было посвящено достаточно много работ [8–11], но в этих работах не был проведен анализ взаимодействия двухуровневой подсистемы с полем электромагнитной волны для случаев малой длительности и большой интенсивности электромагнитного импульса.

Вместе с тем из экспериментов с сегнетоэлектриками типа порядок–беспорядок известно, что подобные системы склонны к образованию дефектов различной природы [12–15]. Например, за счет разрыва водородных связей сегнетоэлектрика и захвата разорванными связями свободных носителей заряда в изначально не допированном образце также могут возникать дефекты. В частности, на дефектах могут происходить рассеяние предельно короткого оптического импульса и его уширение. Отметим также, что учет данной подсистемы может оказать существенное влияние на характер и особенности собственного сегнетоэлектрического фазового перехода. Все вышеизложенное и послужило стимулом для написания данной работы.

Гамильтониан задачи и основные уравнения

Двухуровневые системы с кулоновским взаимодействием будем рассматривать в рамках псевдоспинового формализма, согласно которому величина спина $\pm 1/2$ будет соответствовать чистым состояниям системы на разных уровнях. В рамках этого подхода гамильтониан рассматриваемой задачи имеет вид [16,17]:

$$H = - \sum_j \Omega_j \sigma_j^x - \frac{1}{2} \sum_{j\Delta} J_{j\Delta} \sigma_j^z \sigma_{j+\Delta}^z + 2\mu \sum_j E_j(t) \sigma_j^z, \quad (1)$$

где Ω_j — интеграл туннелирования для j -й двухуровневой системы ячейки (может изменяться за счет

изотопической замены атомов, например замены водорода на дейтерий); $J_{j\Delta}$ — обменный интеграл, который описывает кулоновское взаимодействие двух двухуровневых систем образца, разнесенных в пространстве на вектор Δ , причем одна из них расположена в узле j . Отметим, что данный параметр может изменяться вследствие, например, разной локальной плотности двухуровневых систем. При $JZ > 2\Omega$ (Z — координационное число, т.е. число ближайших сегнетоэлектрических ячеек, соседствующих с данной ячейкой) возможен сегнетоэлектрический фазовый переход второго рода. $E_j(t)$ — амплитуда переменного электрического поля в j -й двухуровневой системе образца, μ — эффективный электрический дипольный момент одной двухуровневой системы образца.

Отметим, что по своему смыслу гамильтониан (1) в приложении для сегнетоэлектриков является эффективным (описывает сегнетоэлектрические свойства образца только через положение протонов на водородных связях), и поляризация j -й сегнетоэлектрической ячейки образца, описываемая выражением $P_j = 2\mu\sigma_j^z$, всегда направлена по полярной оси образца. Псевдоспиновый формализм (в случае сегнетоэлектриков) описывает динамику тяжелых ионов, ответственных за появление поляризации, направленной вдоль полярной оси, через смещение протонов на водородных связях благодаря тому факту, что положения тяжелых ионов и протонов однозначно связаны.

Далее будет рассматриваться распространение ультракороткого оптического импульса в геометрии, когда направление его распространения ξ перпендикулярно оптической оси образца, а направление вектора электрического поля импульса совпадает с направлением оптической оси.

Уравнения движения Гейзенберга для средних значений операторов:

$$\frac{d\langle A \rangle}{dt} = i\langle [H, A] \rangle,$$

расцепленные в приближении хаотических фаз, дают следующие уравнения [17,18]:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \sigma_j^x \rangle}{dt} &= \left(\sum_{\Delta} J_{j\Delta} \langle \sigma_j^z \rangle + 2\mu E_j(t) \right) \langle \sigma_j^y \rangle, \\ \frac{d\langle \sigma_j^y \rangle}{dt} &= \Omega_j \langle \sigma_j^z \rangle - \left(\sum_{\Delta} J_{j\Delta} \langle \sigma_j^z \rangle + 2\mu E_j(t) \right) \langle \sigma_j^x \rangle, \\ \frac{d\langle \sigma_j^z \rangle}{dt} &= -\Omega_j \langle \sigma_j^y \rangle. \end{aligned} \quad (2)$$

Заметим, что в уравнениях (2) опущены слагаемые, которые описывают релаксацию, поскольку характерные значения времени релаксации превышают как минимум на 4 порядка длительность предельно коротких оптических импульсов.

Уравнения (2) необходимо дополнить уравнениями Максвелла для электромагнитного поля, которые для

случая отсутствия свободных зарядов и токов могут быть записаны в виде одного уравнения [19]:

$$\frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = \frac{8\pi\mu n}{c^2} \frac{\partial^2 \langle \sigma_j^z \rangle}{\partial t^2}, \quad (3)$$

где учтено, что $P_j = 2\mu\sigma_j^z$, сделан переход к континуальному пределу для сегнетоэлектрических ячеек и введена концентрация двухуровневых систем n , c — скорость света.

В уравнениях (2) также необходимо перейти к континуальному пределу, и учитывая тот факт, что даже для импульсов фемтосекундной длительности характерный пространственный размер их локализации много больше расстояния между соседними двухуровневыми системами, получим [18,20]:

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \sigma^x \rangle}{dt} &= (J(\xi) \langle \sigma^z \rangle + 2\mu E) \langle \sigma^y \rangle, \\ \frac{d\langle \sigma^y \rangle}{dt} &= \Omega(\xi) \langle \sigma^z \rangle - (J(\xi) \langle \sigma^z \rangle + 2\mu E) \langle \sigma^x \rangle, \\ \frac{d\langle \sigma^z \rangle}{dt} &= -\Omega(\xi) \langle \sigma^y \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

где $J(\xi) = J_{j\Delta} Z$ и описывает кулоновское взаимодействие между сегнетоэлектрическими ячейками в точке с координатой ξ , Z — координационное число. $\Omega(\xi)$ описывает туннелирование в двухуровневой системе в точке с координатой ξ и позволяет учесть наличие областей с заменой атомов на изотопы в образце.

Перейдем в уравнении (3) к приближению однонаправленного распространения [21], поскольку, хотя система уравнений (3),(4) является замкнутой, но она все еще сложна для рассматривания и анализа:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial \eta} &= \frac{8\pi\mu n}{c^2} \frac{\partial \langle \sigma^z \rangle}{\partial t}, \\ \eta &= t + \xi / c^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Для упрощения уравнения (4) подставим выражение для $\langle \sigma^y \rangle$ из третьего уравнения во второе и заметим, что с учетом (5) первое уравнение системы (4) можно проинтегрировать:

$$\langle \sigma^x \rangle = C(\xi) - \frac{J(\xi)}{2\Omega(\xi)} \langle \sigma^z \rangle^2 - \frac{c^2}{8\pi n \Omega(\xi)} \int_{-\infty}^t dt_1 \frac{\partial(E^2(t_1))}{d\eta},$$

где константа $C(\xi)$ определяется из начальных условий, и в частном случае высокотемпературной фазы сегнетоэлектрика с водородными связями, например, равна [11,16]:

$$C(\xi) = \frac{1}{2} \tanh \left(\frac{\Omega}{2kT} \right), \quad (6)$$

k — постоянная Больцмана, T — температура образца. Заметим, что константа C в (6) определяется для локальной области образца.

Окончательно уравнение для сегнетоэлектрической системы образца принимает вид:

$$\frac{d^2\langle\sigma^z\rangle}{dt^2} + \Omega(\xi)^2\langle\sigma^z\rangle = \Omega(\xi)(J(\xi)\langle\sigma^z\rangle + 2\mu E) \times \left(C(\xi) - \frac{J}{2\Omega(\xi)}\langle\sigma^z\rangle^2 - \frac{c^2}{8\pi n\Omega(\xi)} \int_{-\infty}^t dt_1 \frac{\partial(E^2(t_1))}{d\eta} \right). \quad (7)$$

Уравнения (5), (7) есть искомая система, описывающая динамику предельно короткого оптического импульса в двухуровневых системах с кулоновским взаимодействием. Данная система уравнений имеет ряд преимуществ в сравнении с подходами, предлагаемыми в [8–11]. Во-первых, это система, выведенная из микроскопического гамильтониана, содержит только кубические нелинейности и описывает насыщение поляризации во внешних полях без привлечения более высоких слагаемых разложения поляризации по степеням электрического поля. Во-вторых, данная система требует меньшего количества параметров, а требуемые параметры легко устанавливаются по термодинамическим данным и данным о поляризации насыщения. В-третьих, она достаточно просто описывает зависимость от температуры основных параметров системы, которые могут быть важны в частном случае рассмотрения сегнетоэлектриков с водородными связями. В-четвертых, данная система учитывает временную дисперсию двухуровневой подсистемы задачи исходя из первых принципов и не требует введения дополнительных слагаемых. В-пятых, она может быть достаточно легко обобщена и на другие типы дефектов.

Основные результаты численного моделирования

Система уравнений (5), (7) достаточно сложна для аналитического исследования, поскольку содержит интегральное слагаемое, и поэтому была исследована численно. Отметим, что наличие решений, которые зависят только от $\eta \pm vt$ (см., например, [8,11]), позволяет ожидать устойчивого распространения предельно короткого оптического импульса и в рассматриваемом случае.

При численном моделировании системы уравнений (5), (7) параметры микроскопического описания брались как для типичных представителей класса двухуровневых систем с кулоновским взаимодействием, а именно — для сегнетоэлектриков с водородными связями (дигидрофосфата калия). Так, брались (если иное не оговорено): $\Omega = 2.8 \cdot 10^{-22}$ J, $J = 1.7 \cdot 10^{-21}$ J, $\mu = 3.2 \cdot 10^{-29}$ Q · m, $T = 300$ K. Начальный импульс электрического поля брался гауссовой формы с амплитудой порядка 10^{10} V/m и длительностью порядка десятков фемтосекунд. Отметим, что здесь приведены параметры в бездефектном случае.

Результаты численных расчетов, согласно уравнениям (5), (7), показали, что импульс в начальный момент

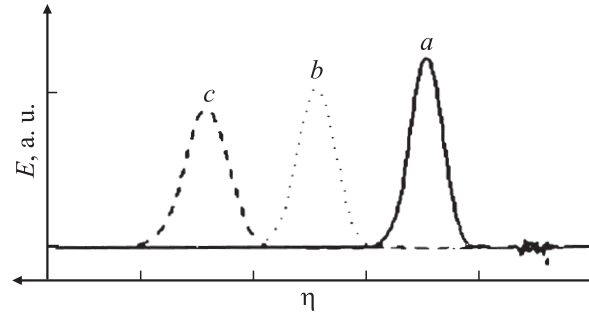


Рис. 1. Распространение предельно короткого оптического импульса в образце. Показаны положения импульса в моменты времени, отличающиеся от начала, на: $a — 5 \cdot 10^{-14}$; $b — 1.5 \cdot 10^{-13}$; $c — 5 \cdot 10^{-13}$ s. Длительность импульса 10^{-14} s. По оси η одно деление координаты примерно соответствует $1 \mu\text{m}$. Биения показывают область первоначальной локализации импульса.

времени вызывает в образце локализованные биения электрического поля, которые затухают далее вследствие дисперсии и после этого движется, практически не изменяя свою форму, но уменьшая амплитуду (рис. 1).

Результаты, представленные на рис. 1, можно объяснить тем, что на начальном этапе взаимодействия электромагнитного импульса с образцом в последнем происходит возбуждение псевдоспиновых волн [14,15]. Псевдоспиновые волны обязаны своим возникновением кулоновскому взаимодействию между двухуровневыми системами. В силу своей малой длительности импульс покидает область, в которой происходит возбуждение поляризации, и далее распространяется в режиме, когда изменения поляризации и электрического поля происходят согласованно.

Заметим, что согласно результатам, представленным на рис. 1, при распространении предельно короткого импульса происходит уменьшение его амплитуды, что связано с потерями энергии импульса на возбуждение поляризации в образце. Также при этом предельно короткий импульс увеличивает свою длительность, что можно связать с дисперсией в сегнетоэлектрической подсистеме.

Характер распространения предельно короткого импульса в образце сильно зависит от отношения между константами Ω и J . Так, при малой величине кулоновского взаимодействия (рис. 2) за предельно коротким импульсом начинает образовываться колебательный „хвост“, который, на наш взгляд, обязан своим происхождением возбуждению вследствие кулоновского взаимодействия системы псевдоспиновых волн.

В присутствии дефектов, обязанных своим появлением областям с различным значением интеграла туннелирования Ω (т.е. в образцах, где часть атомов, описываемых в рамках двухуровневых систем, заменена на изотопы), прежде всего за предельно коротким импульсом образуется волнообразный хвост, который обусловлен взаимодействием импульса электромагнитного поля с дефектом. Иными словами, происходит

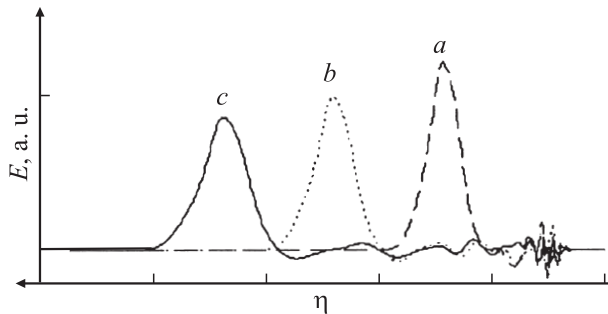


Рис. 2. Распространение предельно короткого оптического импульса в образце. $J = 1.7 \cdot 10^{-22}$ J. Показаны положения импульса в моменты времени, отличающиеся от начала, на: $a - 5 \cdot 10^{-14}$; $b - 1.5 \cdot 10^{-13}$; $c - 5 \cdot 10^{-13}$ s. Длительность импульса 10^{-14} s. Величины, размерности и значения по осям аналогичны рис. 1. Биения показывают область первоначальной локализации импульса.

рассеяние предельно короткого импульса на дефекте, т.е. образование колебаний, которые распространяются за импульсом. Отметим, что в случае сегнетоэлектриков с водородными связями дефект возникает, прежде всего, вследствие наличия в образце дейтерированных областей, т.е. в некоторой области образца водород при росте кристалла сегнетоэлектрика изоморфного KDP был заменен дейтерием. Математически такая область описывалась зависимостью интеграла туннелирования от пространственной координаты ξ вида:

$$\Omega(\xi) = \Omega - \Omega_0 \exp(-\xi^2/l^2),$$

где Ω_0 зависит от степени дейтерирования дефектной области. При полностью дейтерированной области $\Omega_0 = \Omega$, для недейтерированной области $\Omega_0 = 0$. l описывает характерный пространственный размер дефектной области. В рамках применяемого нами приближения однонаправленного распространения не отслеживается волна, образовавшаяся при рассеянии на дефекте и бегущая в сторону, противоположную направлению рас-

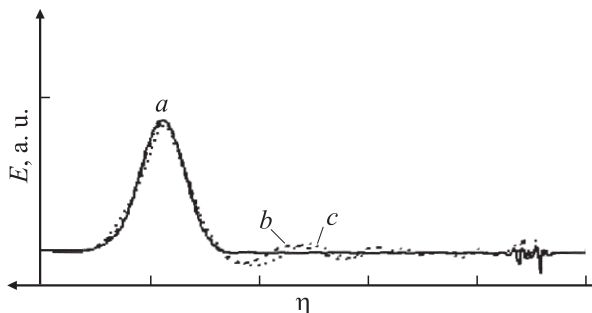


Рис. 3. Взаимодействие ультракороткого оптического импульса с дефектом, связаны с дейтерированием в сегнетоэлектрике. Длительность импульса 10^{-14} s. Биения показывают область первоначальной локализации импульса. В случае кривой b рассеяние произошло на дефекте, локализованном в области большей в 10 раз, чем в случае кривой c .

пространения импульса. Возникновение биений за областью локализации предельно короткого импульса можно связать с изменением дисперсии сегнетоэлектрической подсистемы в области дефекта (это хорошо видно из линеаризованного уравнения (7)).

На рис. 3 представлены результаты моделирования рассеяния предельно короткого импульса на дефектах, локализованных в областях различного размера. Так, при рассеянии на дефекте, локализованном в области большего размера, возникающий за предельно коротким оптическим импульсом хвост имеет больший период колебаний и затухает слабее. Такое поведение также можно связать с изменением дисперсии в системе псевдоспинов. Отметим, что подобное поведение может иметь значение и для экспериментального исследования дефектных сегнетоэлектриков, а именно по величине колебаний, возникающих за импульсом, определять наличие в образце дейтерированных областей.

Помимо дефектов, связанных с изменением в микроскопическом гамильтониане параметра Ω , возможны также дефекты, которые обязаны своим существованием наличию в образце областей, в которых параметр микроскопического гамильтониана J принимает различные значения. Появление таких областей можно связать с включением в сегнетоэлектрический кристалл несегнетоэлектрических областей, наличием в образце разного рода дислокаций и дисклинаций. В несегнетоэлектрических образцах это можно связать с разной плотностью двухуровневых систем в различных пространственных частях образца, что приводит к изменению расстояния между системами и, следовательно, к изменению кулоновского взаимодействия.

Отметим, что температура фазового перехода в сегнетоэлектриках типа порядок-беспорядок определяется приближенно как [16,17]:

$$kT_c = \frac{\Omega}{2 \operatorname{arctanh}(2\Omega/J)};$$

такие дефекты для случая сегнетоэлектриков часто определяют как дефекты типа „локальной температуры перехода“ [22,23]. Математически дефектная область описывалась зависимостью интеграла обмена от пространственной координаты ξ вида:

$$J(\xi) = J - J_0 \exp(-\xi^2/l^2).$$

На рис. 4 приведены результаты моделирования рассеяния предельно короткого импульса на дефектах, связанных с изменением константы кулоновского взаимодействия двухуровневых систем.

Представленные на рис. 4 результаты численного моделирования могут быть объяснены тем, что при уменьшении значения J в дефектной области падает величина наведенной поляризации и, следовательно, уменьшается показатель преломления среды. Это, в свою очередь, приводит к тому, что импульс распространяется быстрее (пунктир на рис. 4). Возникновение более интенсивного

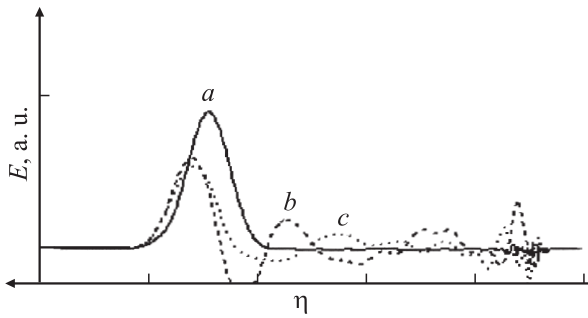


Рис. 4. Взаимодействие ультракороткого оптического импульса с дефектом связано с изменением константы кулоновского взаимодействия двухуровневых систем. Длительность импульса 10^{-14} s. Биения показывают область первоначальной локализации импульса. В случае кривой *b* рассеяние произошло на дефекте ($J_0 = 0.99J$), локализованном в области, большей в 3 раза, чем в случае кривой *c*. Сплошная кривая *a* — случай бездефектного образца. По оси η одно деление координаты примерно соответствует $10 \mu\text{m}$. Промежуток времени выбран равным 10^{-13} s.

„хвоста“ за предельно коротким импульсом можно, как и ранее, связать с изменением дисперсии в псевдоспиновой системе и нарушением баланса между нелинейностью и дисперсией, который необходим для того, чтобы импульс распространялся без изменения формы.

Отметим, что помимо описанного выше движения импульсов с большей скоростью, предельно короткий оптический импульс, рассеивающийся на дефекте, локализованном в большей области, обладает и большим „хвостом“. Рост амплитуды „хвоста“ с ростом области локализации дефекта можно связать с тем, что баланс дисперсии и нелинейности нарушается в большей области, и следовательно, возникающая неустойчивость действует большее время. Это, в свою очередь, позволяет определять экспериментально по измерениям „хвоста“ наличие и размер областей с локальным изменением плотности двухуровневых систем.

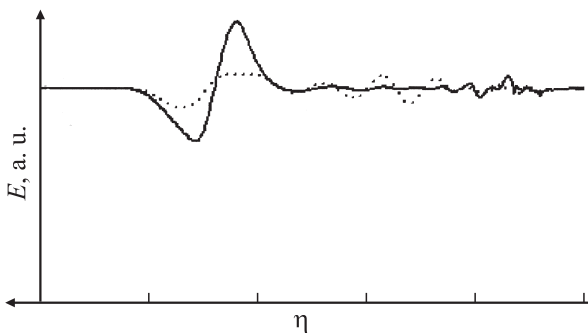


Рис. 5. Эволюция входного импульса с нулевой площадью от времени в случае различных амплитуд. Начальная амплитуда уменьшена для пунктира в два раза. Параметры задачи даны в тексте статьи. По оси η одно деление координаты примерно соответствует $10 \mu\text{m}$. Промежуток времени выбран равным 10^{-13} s.

Иной характер носит распространение импульса, имеющего нулевую площадь, площадь импульса стандартно определим как $\int_{-\infty}^{+\infty} E(\eta = 0, t) dt$, и состоящего, например, из одного колебания электрического поля с гауссовой огибающей (рис. 5).

За импульсом образуется „хвост“ колебаний, амплитуда в котором может быть сравнима с амплитудой самого импульса в случае малых начальных амплитуд. Импульс с большей амплитудой распространяется более устойчиво и имеет „хвост“ меньшей амплитуды. Такое поведение можно связать с тем, что в этом случае спектр импульса смещен в сравнении с рассматриваемым ранее случаем в высокочастотную область, т.е. не имеет нулевой компоненты. При этом в силу нелинейного характера рассматриваемой задачи возможно взаимодействие волн, соответствующих частотам, разнесенным в разные стороны от максимума. Возникающие в результате взаимодействия колебания могут быть устойчивыми, о чем свидетельствует и наличие у системы (5), (7) стационарных решений, описываемых функциями Якоби. Суммируя все вышесказанное, можно интерпретировать образовавшийся за импульсом хвост как аналог конечного решения системы уравнений (5), (7).

Заключение

В заключение сформулируем основные выводы.

1. Исходя из микроскопического гамильтониана получено эффективное уравнение, описывающее динамику ультракороткого оптического импульса в двухуровневых системах с кулоновским взаимодействием.

2. Предельно короткий оптический импульс распространяется с затухающей амплитудой, что является следствием потерь его энергии на возбуждение двухуровневых систем.

3. Предельно короткий оптический импульс нулевой площади при распространении вызывает появление за собой „хвоста“ из колебаний электрического поля, что можно связать с возбуждением импульсов нелинейных волн.

4. Как дефекты, связанные с дейтерированными областями в образце, так и дефекты, связанные с изменением константы кулоновского взаимодействия, влекут появление „хвоста“ за предельно коротким оптическим импульсом. Амплитуда колебаний электрического поля в „хвосте“ связана со степенью дейтерированности дефектной области и с величиной изменения константы кулоновского взаимодействия, что позволяет экспериментально исследовать вещества дефектами при помощи предельно коротких оптических импульсов.

5. Величина амплитуды колебаний электрического поля в „хвосте“, возникающем при рассеянии предельно короткого оптического импульса, определяется в основном размерами дефектной области в образце. Это, в свою очередь, позволяет по колебаниям, следующим за

предельно коротким оптическим импульсом, установить размер дефектной области.

б. В присутствии дефектов, связанных с изменением константы кулоновского взаимодействия, предельно короткий оптический импульс распространяется с большей скоростью, что дает дополнительные возможности определять степень дефектности образца по времени прохождения предельно короткого оптического импульса.

Список литературы

- [1] *Tamura K., Nakazawa M.* // Opt. Lett. 1998. Vol. 21. P. 68.
- [2] *Желтиков А.М.* // УФН. 2002. Т. 172. С. 743.
- [3] *Brabec T., Krausz F.* // Rev. Mod. Phys. 2000. Vol. 72. P. 545.
- [4] *Ким А.В., Рябикин М.Ю.* // УФН. 1999. Т. 169. С. 58.
- [5] *Сазонов С.В., Соболевский А.Ф.* // ЖЭТФ. 2003. Т. 123. С. 1160.
- [6] *Козлов С.А., Сазонов С.В.* // ЖЭТФ. 1997. Т. 111. С. 404.
- [7] *Маймистов А.И.* // Опт. и спектр. 1999. Т. 87. С. 104.
- [8] *Сазонов С.В.* // ФТТ. 1995. Т. 37. Вып. 6. С. 1612.
- [9] *Belonenko M.B., Kabakov V.V.* // Laser Physics. 1997. Vol. 17. N 6. P. 1197.
- [10] *Сазонов С.В.* // Изв. вузов. Физика. 1993. Т. 7. С. 94.
- [11] *Белоненко М.Б., Кабаков В.В.* // Квант. электрон. 1996. Т. 23. № 8. С. 704.
- [12] *Галиярова Н.И., Горин С.В., Вологирова Л.Х., Шильников А.В., Шувалов Л.А.* // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1990. Т. 54. № 4. С. 795.
- [13] *Galijarova N.M., Gorin S.V., Shilnikov A.V.* // Ferroelectrics. 1993. Vol. 143. P. 277.
- [14] *Белоненко М.Б., Кабаков В.В.* // Изв. РАН. Сер. физ. 1998. Т. 62. № 8. С. 1497.
- [15] *Вугмейстер Б.Е., Глинчук М.Д.* // УФН. 1985. Т. 146. № 3. С. 459.
- [16] *Блиц Р., Жекки Б.* Сегнетоэлектрики и антисегнетоэлектрики. М.: Мир, 1975. 398 с.
- [17] *Вакс В.Г.* Введение в микроскопическую теорию сегнетоэлектриков. М.: Наука, 1973. 328 с.
- [18] *Белоненко М.Б., Шакирзянов М.М.* // ЖЭТФ. 1991. Т. 99. № 5. С. 860.
- [19] *Солитоны в действии / Под ред. К. Лонгрена, Э. Скотта.* М.: Мир, 1981. 312 с.
- [20] *Белоненко М.Б., Шакирзянов М.М.* ФТТ. 1994. Т. 36. Вып. 7. С. 2026.
- [21] *Maimistov A.I., Basharov A.M.* Nonlinear optical waves. Dordrecht–Boston–London: Kluwer Academic Publisher, 1999. 426 p.
- [22] *Levanyuk A.P., Sigov A.S.* Defects and structural phase transitions. NY: Gordon and Breach Science publishers, 1988. 208 p.
- [23] *Hilczner B.* Key Engineering Materials. Trans. Techn. Publ. 1995. 360 p.