01

Взаимосвязь термодинамических процессов в движущихся системах

© Э.В. Вейцман

Научно-производственная фирма «Технолазер»,
121351 Москва, Россия
e-mail: ev_veitsman@mail.ru

(Поступило в Редакцию 8 апреля 2009 г. В окончательной редакции 8 июня 2009 г.)

С учетом преобразований Лоренца в рамках 4-формализма сформулирован заменяющий принцип Кюри некий обобщенный принцип, определяющий взаимовлияние обобщенных термодинамических потоков различного тензорного ранга в интервале скоростей движения изучаемой среды от нуля до c — скорости света в вакууме.

Введение

В работе [1] был исследован вопрос, связанный с феноменологическими коэффициентами в изотропных и анизотропных средах, например в межфазных областях раздела (МОР) типа жидкость–газ, твердое тело–пары его и в жидких кристаллах. В частности, было показано, что взаимое влияние обобщенных потоков разных тензорных рангов в изотропных средах гораздо проще устанавливается посредством тензорной алгебры (тензорного сложения), чем посредством ортогональных преобразований типа инверсии и произвольных вращений. Именно ортогональные преобразования используются авторами работы [2] с целью установления факта существования влияния друг на друга обобщенных потоков различного тензорного ранга в изотропных средах. Взаимная корреляция обобщенных потоков формально будет иметь место в случае, когда они имеют одинаковый тензорный ранг или когда они могут быть сведены к нему посредством объекта Кронекера $\delta_{\alpha\beta}$, т. е. безразмерного единичного тензора. В этом суть принципа Кюри. Доказательства этого, приведенные в [2], с нашей точки зрения, сложны и порой не очень убедительны, в то время как тензорная алгебра позволяет прийти к аналогичным выводам чрезвычайно простым путем. Покажем это на следующем простом примере, не выходя пока за рамки термодинамики необратимых процессов Онзагера–Пригожина.

Следует установить, могут ли коррелировать между собою в изотропной среде обобщенный поток теплопереноса $I_{\alpha\beta}$, являющийся вектором (тензором первого ранга) и вязкое течение $P_{\alpha\beta}$, являющееся тензором второго ранга (впрочем, процесс вязкого течения при $\alpha = \beta$ может быть записан и в скалярном виде). Очевидно, что нет, покажем это.

Процесс теплопереноса в изотропной среде при стационарных условиях при отсутствии других термодинамических процессов будет описываться в реальном пространстве следующей зависимостью в характеристической системе центра масс [3]:

$$I_\alpha^{(q)} = \alpha_{qq}\frac{\mathrm{grad}T}{T}, \tag{1}$$

где T — абсолютная температура, α_{qq} — феноменологический коэффициент теплопереноса. Теплопоток является вектором, как и градиент температуры.

В свою очередь, вязкое, стационарное течение (при $\alpha = \beta$) будет описываться следующей формулой в случае изотропии среды и при отсутствии других термодинамических процессов (реальное пространство):

$$P = -\xi\,\mathrm{div}\mathbf{w}, \tag{2}$$

где ξ — коэффициент объемной вязкости, $\mathbf{w}$ — вектор скорости вязкой жидкости.

Допустим, что в некой системе имеют место теплоперенос и вязкое течение. Предположим, в частности, что можно записать (см., например, [1,3]):

$$I_\alpha^{(q)} = \alpha_{qq}\frac{\mathrm{grad}T}{T} - C^{qp}\xi\,\mathrm{div}\mathbf{w}, \tag{3}$$

где $C^{(qp)}$ — коэффициент корреляции, связывающий между собой обобщенный поток теплопереноса с обобщенным потоком вязкого течения для случая так называемой объемной вязкости.

Очевидно, что в случае изотропии среды величины α_{qq}, ξ и $C^{(qp)}$ должны быть скалярами, но тогда в правой части (3) из вектора вычитается скалярная величина, что недопустимо, согласно правилам тензорной алгебры. Следовательно, коэффициент корреляции $C^{(qp)}$ в этом случае должен быть равен нулю. Как видим, ортогональные преобразования в данном случае не нужны.

Ситуация резко изменится для случая, когда среда анизотропна, например, в МОР. Формула (3) теперь может быть записана так [1]:

$$I_\alpha^{(q)} = \alpha_{\alpha\beta}^{(q)}\nabla_\beta T/T - C_{\alpha\beta\gamma}^{(qp)}\delta_{\beta\gamma}\xi\,\mathrm{div}\mathbf{w}, \tag{4}$$

т. е. коэффициент теплопроводности становится тензором второго ранга, а коэффициент корреляции C становится тензором третьего ранга, и те или иные его компоненты могут формально уже не быть равными нулю. С точки зрения тензорной алгебры все корректно, но будет ли зависимость (4) корректна с точки зрения преобразований Лоренца или, если сформулировать проблему еще более широко, в 4-формализме?

Подобного рода вопрос может показаться несколько странным, однако, как будет показано ниже, некоторые проблемы, изучаемые при $\mathbf{v} \ll c$ ($\mathbf{v}$ — вектор скорости изучаемой системы), т.е. в привычных для нас условиях, могут быть относительно легко разрешены именно с использованием специальной теории относительности (СТО). В частности, к этим проблемам относятся и вопросы, связанные с равенством или неравенством нулю феноменологических коэффициентов, фигурирующих в феноменологических уравнениях термодинамики необратимых процессов, в случае анизотропных сред. Разрешение данной проблемы приводит нас к попытке формулирования обобщенного принципа Кюри, что и является основной целью настоящей работы.

Необходимо отметить следующее. Проблема будет решаться, в частности, в рамках термодинамики необратимых процессов Онзагера–Пригожина, когда термодинамические процессы стационарны и не очень удалены от положения равновесия. Это означает, что феноменологические законы линейны. При таких условиях вопрос может быть решен сразу в реальном (евклидовом) пространстве, поскольку все обобщенные потоки, так или иначе связанные со временем, автоматически превращаются в нуль, и нет необходимости рассматривать 4-объекты, достаточно оперировать их трехмерными проекциями на реальное пространство. Однако, учитывая современную тенденцию в рассмотрении вопросов, связанных с релятивистской термодинамикой в пространстве Минковского, будем в основном проводить наши исследования именно посредством 4-формализма.

Использование 4-формализма для выявления взаимосвязи различных термодинамических процессов

Очевидно, полная фундаментальность любого физического уравнения или определения будет иметь место лишь в том случае, когда они справедливы во всем интервале значений скорости изучаемой среды, вплоть до световых скоростей в вакууме. Это означает, в частности, их (уравнений, определений и т.д.) корректность в пространстве Минковского.

Как было показано в [4], уравнение теплопереноса (1) для случая $\alpha = 1, 2, 3$ не является инвариантным при преобразованиях Лоренца, так как его левая и правая части будут преобразовываться по-разному при $v \to c$, в результате приходим к абсурду. Покажем это, оперируя 4-объектами.

Контрвариантная компонента теплопотока $I_q^{\alpha=1}$, направленная по скорости движения изучаемой системы (рис. 1) и имеющая размерность $\mathrm{J/m^2 \cdot s}$, остается постоянной во всем интервале изменения скорости движения изучаемой системы, если рассматривать ее изолированно от правой части (1). Действительно, данную компоненту массопереноса можно представить, в частности, как $\frac{\delta q_0}{t\delta S} u^\alpha$, где δq_0 — тепло q_0 (J), приходящееся

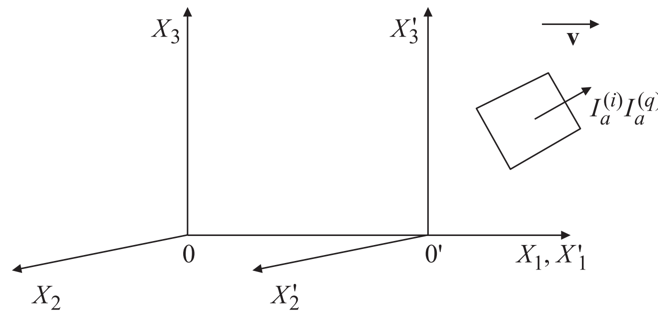

Рис. 1. X_1, X_2, X_3 и X'_1, X'_2, X'_3 — соответственно лабораторная система координат и система координат, движущаяся со скоростью $\mathbf{v}$; $I_\alpha^{(i)}$ и $I_\alpha^{(q)}$ — потоки массы и тепла через единицу площади.

на элемент поверхности $\delta S = \delta S_0$ при $v = 0$, u^α — безразмерная 4-скорость, равная $\delta q^\alpha / \delta q_0$, $\alpha = 0, 1, 2, 3$; t — время.

Идея безразмерной скорости позаимствована нами у Эккарта [5]. Очевидно, при $v \to c$ элемент поверхности δS_0 будет неизменен, так как перпендикулярен вектору скорости $\mathbf{v}$ движения системы, с другой стороны, $u^{\alpha=1} = v_x / \sqrt{1-\beta^2}$, а $t = t_0 / \sqrt{1-\beta^2}$. В результате имеем инвариантность потока тепла при $v \to c$.

Совсем по-другому должен преобразовываться теплопоток в случае, когда он связан соотношением (1), которое в пространстве Минковского может быть записано в общем случае так:

$$I_q^\alpha = \alpha_{qq} g^{\alpha\beta} \frac{\partial T}{T \partial x^\beta}, \quad \alpha = 0, 1, 2, 3. \tag{5}$$

Нетрудно показать, что правая часть этого выражения, где фигурирует теперь метрический тензор $g^{\alpha\beta}$, будет преобразовываться совсем по-другому, чем левая часть (1), но куда важней отметить следующее. Линейные размеры в левой части (5) при $\alpha = 1$ образуют по определению элемент поверхности, перпендикулярный вектора $\mathbf{v}$ скорости движения системы, между тем как линейные размеры в правой части (5) образовать аналогичного элемента не в состоянии, так как в правой части (5) линейная составляющая в $\alpha_{qq} g^{\alpha\beta}$ $(\alpha = 1)$ и приращение ∂x_1 в данном случае будут параллельны и друг другу, и вектору $\mathbf{v}$ (см. рис. 1). Иными словами, имеет место несовпадение геометрий в левой и правой частях выражения (5).

Другое, хорошо известное уравнение теплопроводности (уравнение Фурье)

$$I_\alpha^{(q)} = -\lambda \operatorname{grad} T, \tag{6}$$

где λ — коэффициент теплопроводности, также некорректно при релятивистских условиях. Корректным является уравнение следующего вида [4] (реальное пространство):

$$I_\alpha^{(q)} = -D_{\alpha\beta}^{(q)} \frac{\partial q}{\partial x_\beta}, \quad \alpha = 1, 2, 3, \tag{7}$$

которое в четырехмерном случае записывается в следующем виде:

$$I_q^{\alpha} = -D_q^{\alpha\beta} \frac{\partial q}{\partial x^{\beta}}, \quad \alpha = 0, 1, 2, 3, \tag{8}$$

$$D_q^{\alpha\beta} = 0 \quad \text{при} \quad \alpha \neq \beta,$$

где q — плотность количества тепла в данной точке x^{β} (J/cm^3), $D_q^{\alpha\beta}$ — так называемый коэффициент тепловой диффузии (cm^2/s), являющийся 4-тензором второго ранга. Он образован следующим образом.

Как известно, коэффициент диффузии вещества D определяется, в частности, как

$$D = \frac{(\Delta X)^2}{2\Delta t}, \tag{9}$$

где ΔX — пробег микрочастицы от соударения до соударения, Δt — время пробега.

Аналогично можно определить коэффициенты переноса тепла и импульса (последний в случае объемной взякости) [4]. Тогда в пространстве Минковского коэффициент D может быть представлен как тензорное произведение двух 4-векторов, разделенное на Δt. Как известно, 4-вектор в этом пространстве преобразуется по следующему закону:

$$\Delta X'^0 = \frac{-\beta \Delta X^1 + \Delta X^0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad \Delta X'^1 = \frac{\Delta X^1 - \beta \Delta X^0}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$\Delta X'^2 = \Delta X^2, \quad \Delta X'^3 = \Delta X^3, \tag{10}$$

в таком случае 4-тензор D будет в свою очередь преобразовываться так [6]:

$$D'^{11} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^3}} (D^{11} - 2\beta D^{10} + \beta^2 D^{00}),$$

$$D'^{22} = \frac{D^{22}}{\sqrt{1-\beta^2}}, \quad D'^{33} = \frac{D^{33}}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$D'^{12} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (D^{12} - \beta D^{20}), \quad D'^{23} = \frac{D^{23}}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$D'^{31} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (D^{31} - \beta D^{30}),$$

$$D'^{10} = \frac{D^{10}(1+\beta^2) - \beta(D^{11} + D^{00})}{\sqrt{(1-\beta^2)^3}},$$

$$D'^{20} = \frac{1}{1-\beta^2} (D^{20} - \beta D^{12}), \quad D'^{30} = \frac{1}{1-\beta^2} (D^{30} - \beta D^{13}),$$

$$D'^{00} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^3}} (D^{00} - 2\beta D^{10} + \beta^2 D^{11}). \tag{11}$$

Тогда в стационарном случае компоненты D^{10} и D^{00}, входящие в правую часть выражения для компоненты D'^{11}, окажутся равными нулю, и компонента 4-тензора D, дважды ориентированная по скорости движения изучаемой системы, окажется равной:

$$D^{11} = D'^{11} \sqrt{(1-\beta^2)^3} = D_0^{11} \sqrt{(1-\beta^2)^3}, \tag{12}$$

где D_0^{11} — компонента тензора переноса в состоянии покоя.

В свою очередь, компонента $\partial q / \partial x^1$ градиента будет преобразовываться следующим образом:

$$\frac{\partial q}{\partial x^1} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^3}} \frac{\partial q_0}{\partial x_0^1}, \tag{13}$$

поскольку, как было показано в [4], величина $q = q_0/1-\beta^2$, а частная производная $\partial/\partial x^1$ будет преобразовываться по закону:

$$\frac{\partial}{\partial x^1} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2)}} \frac{\partial}{\partial x_0^1}, \tag{14}$$

последнее вытекает из второй формулы в (10) в случае стационарности процесса. Таким образом, левая и правая части (8) преобразуются идентичным образом при релятивистских условиях. Здесь также необходимо отметить, что, как непосредственно вытекает из (11), вещество в пространстве Минковского будет анизотропным при релятивистских скоростях, но как раз этого и не учли авторы, изучившие процессы переноса в этом пространстве (см., например, [5]). Естественно, это делает полученные ими результаты некорректными.

Рассмотрим теперь процесс теплопереноса в 4-пространстве-времени, осложненный вязким течением. Для начала рассмотрим только объемную вязкость.

В этом случае равенство типа (4) может быть записано так:

$$I_q^{\alpha} = -D_q^{\alpha\beta} \frac{\partial q}{\partial x^{\beta}} - C_{qp}^{\alpha} D_{qp}^{k\beta} \frac{\partial \rho w_{\beta}}{\partial x^k}, \quad \alpha = \beta = k, \tag{15}$$

где ρ — плотность среды (g/cm^3), C_{qp}^{α} — коэффициент корреляции, связывающий в данном случае тепловой поток и объемную вязкость, $D_{qp}^{k\beta} = \xi^{k\beta}/\rho$, $\xi^{k\beta}$ — тензор объемной вязкости, $\xi^{k\beta} = 0$ при $k \neq \beta$; размерность коэффициента C_{qp}^{α} cm/s, т.е. $C_{qp}^{\alpha} = w^{\alpha}$; w^{α}, w_{β} — контрвариантная и ковариантная скорость движения среды.

Теперь все члены в (15) при $v \to c$ преобразуются идентично. Действительно, рассмотрим случай $\alpha, \beta = 1$. Например, компонента тензора D_{qp}^{11} при стационарных условиях будет преобразовываться по (12), а $D_{qp}^{22} = D_{qp}^{33} = D_{0qp}^{\alpha\beta}$, $\alpha = \beta$, в то время как $w^{\alpha} = \frac{v_{\alpha}}{\sqrt{1-\beta^2}}$, $w_{\beta} = v_{\beta}\sqrt{1-\beta^2}$, $\rho = \frac{\rho_0}{1-\beta^2}$. Естественно, что $w^{\alpha} w_{\alpha} = 1$.

Будет совсем иная картина, если рассмотреть (8) при $\beta \neq \alpha$. В этом случае при релятивистских условиях вместо выражения для сдвиговых напряжений в вязком потоке

$$P_{\alpha\beta} = P_{\beta\alpha} = -\eta \left(\frac{\partial w_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{\partial w_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right) \tag{16}$$

следует использовать в реальном пространстве следующую зависимость [4]:

$$P_{\alpha\beta} = P_{\beta\alpha} = -\eta_{\alpha k}\frac{\partial w_k}{\partial x_\beta} - \eta_{\beta k}\frac{\partial w_k}{\partial x_\alpha}, \quad \alpha \neq \beta. \tag{17}$$

Последняя в 4-пространстве-времени будет иметь следующий вид:

$$P^{\alpha\beta} = P^{\beta\alpha} = -\eta_k^\alpha g^{\beta\gamma}\frac{\partial w_k}{\partial x_\gamma} - \eta_k^\beta g^{\alpha\delta}\frac{\partial w_k}{\partial x_\delta},$$

$$\alpha, \beta, k, \gamma, \delta = 0, 1, 2, 3; \quad \alpha \neq \beta; \quad k \neq \gamma, \delta; \tag{18}$$

$g^{\beta\gamma}$, $g^{\alpha\delta}$ — метрический тензор, равный

$$g^{\beta\gamma}, g^{\alpha\delta} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \tag{19}$$

$\eta^{\alpha k} = \eta^{\beta k} = 0$, если $k \neq \alpha, \beta$. Здесь и далее не указывается порядок индексов в смешанных тензорах, поскольку он не играет роли при решении данной проблемы.

Следует иметь в виду следующее. В выражениях (16)–(18) в качестве тензоров второго ранга применяются не объекты, которые широко используются, например, в гидродинамике и теории упругости (рис. 2), а объекты, находящиеся в полном соответствии с тензорным исчислением (рис. 3, случай P_{13}), когда тензорная величина, в отличие от вектора, имеет сразу две ориентации в пространстве плюс некий модуль, сопряженный с этой двойной направленностью.

Как видно из (18), коэффициент сдвиговой вязкости η является тензором второго ранга. В этом случае вместо выражения (15) получим следующую зависимость:

$$\tilde{I}_q^\alpha = -D_q^{\alpha\beta}\frac{\partial q}{\partial x^\beta} - \tilde{C}_\beta^{(qp)}\left(\eta_k^\alpha g^{\beta\gamma}\frac{\partial w^k}{\partial x^\gamma} + \eta_k^\beta g^{\alpha\delta}\frac{\partial w^k}{\partial x^\delta}\right);$$

$$\gamma, \delta \neq k, \tag{20}$$

при $\mathbf{v} \to c$ величина $P^{\alpha\beta}$ будет преобразовываться таким образом, что может иметь место абсурдная ситуация. Покажем это для конкретного случая $\tilde{I}_q^1$ и P^{13}, приняв во внимание (19) и что $\tilde{C}_\beta^{(qp)} = w_\beta$, где w_β — некая ковариантная скорость:

$$\tilde{I}_q^1 = -D_q^{11}\frac{\partial q}{\partial x^1} - \tilde{w}_3\left(\eta_k^1 g^{3\gamma}\frac{\partial w^k}{\partial x^\gamma} + \eta_k^3 g^{1\delta}\frac{\partial w^k}{\partial x^\delta}\right)$$

$$= -D_q^{11}\frac{\partial q}{\partial x^1} - \tilde{w}_3\left(\eta_1^1 g^{33}\frac{\partial w^1}{\partial x^3} + \eta_3^3 g^{11}\frac{\partial w^3}{\partial x^1}\right). \tag{21}$$

Действительно, в данном случае левая часть (21) и первый член в правой ее части, как уже было видно выше, должны оставаться неизменными при релятивистских скоростях и при рассмотрении компоненты массопотока $\tilde{I}_q^1$ изолированно от правой части (21). Но

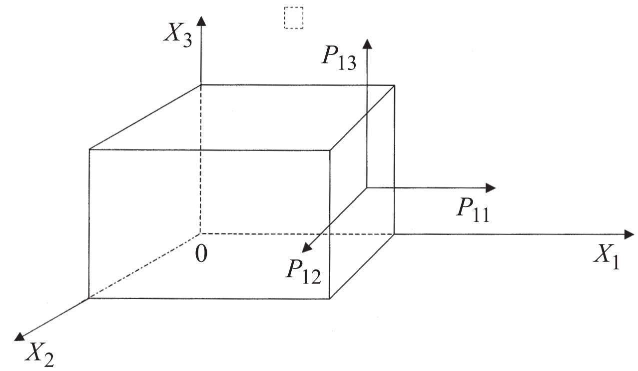

Рис. 2. Компоненты P_{11}, P_{12}, P_{13} тензора $P_{\alpha\beta}$, согласно теории упругости.

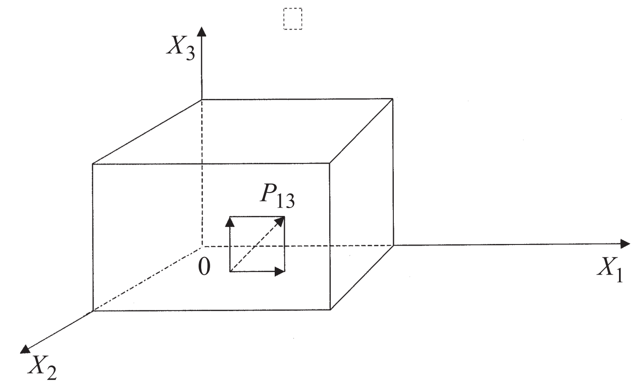

Рис. 3. Компонента P_{13} тензора $P_{\alpha\beta}$, согласно тензорному исчислению. Штриховая стрелка обозначает модуль данной тензорной компоненты.

с другой стороны, левая часть (21) определяется и правой частью вышеуказанной зависимости, а она при $\mathbf{v} \to c$ в данном конкретном случае будет зависеть и от $\sqrt{1-\beta^2}$ (см. Приложение). Налицо явное противоречие, которое устраняется одним единственным образом: $\tilde{C}_3^{(qp)} = 0$, т. е. имеет место отсутствие корреляции между данными обобщенными потоками, причем во всем интервале скоростей движения изучаемого объекта: от нуля до c. Иными словами, весь интервал значений скорости движения изучаемой системы является единым целым, в том числе и с точки зрения термодинамики вообще и термодинамики и необратимых процессов — в частности.

Как результат, можно сформулировать следующий обобщенный принцип, согласно которому разного рода термодинамические процессы могут или не могут коррелировать между собой:

„В системе, где имеют место различные термодинамические процессы, коррелировать между собою могут лишь те их обобщенные потоки, которые в состоянии покоя изучаемой системы и в случае изотропии среды имеют одинаковый тензорный ранг или могут быть сведены к нему различными способами, например, посредством объекта Кронекера, и которые непротиворечиво совместно преобразуются при $\mathbf{v} \to c$; в остальных случаях (релятивистское движение системы, анизотропия свойств) между собою могут коррелировать обобщенные потоки, имеющие различные тензорные ранги, не сводимые один к другому посредством единичного или метрического тензоров, но они должны непротиворечиво совместно преобразовываться при $\mathbf{v} \to c$“.

Таким образом, имеют место два условия (необходимое и достаточное) для корреляции термодинамических обобщенных потоков в изучаемой системе. Условие необходимое требует выполнения положений векторной алгебры; условие достаточное требует, в свою очередь, выполнения положений, связанных с релятивистскими преобразованиями, например, с преобразованиями Лоренца. Очевидно, любая зависимость и определение будут полностью корректными только в том случае, когда они справедливы во всем интервале значений скорости движения изучаемой системы, т. е. от нуля до скорости света в вакууме.

Обсуждение

Приложение специальной теории относительности (СТО) к термодинамике вообще и к термодинамике необратимых процессов, в частности, порождает и ряд дополнительных проблем, нуждающихся в обсуждении и в дальнейшем своем разрешении. Затронем их в настоящей дискуссии.

Прежде всего, обратим внимание на проблему диссипации при релятивистских условиях. Впрочем, проблема эта имеет место и при $\mathbf{v} \ll c$. Действительно, диссипативная функция Ψ ($\mathrm{J/cm^3 \cdot s}$), согласно [3], будет иметь следующий вид:

$$\Psi = \sum_{\alpha} I_\alpha X_\alpha, \tag{22}$$

где I_α — уже известные нам обобщенные потоки, X_α — обобщенные силы типа $\mathrm{grad}T/T$, фигурирующие в правой части (1), т. е. силы, полученные для характеристической системы центра масс [3].

Любое изменение обобщенной силы, например замена $\mathrm{grad}T/T$ на $\mathrm{grad}T$, автоматически потребует и замены обобщенного потока. Очевидно, произведение на $\mathrm{grad}T$ уже не дает нам выражения для диссипации энергии в изучаемой системе ($\mathrm{J/cm^3 \cdot s}$); аналогичная картина будет иметь место в случае массопереноса, если заменить его обобщенную силу, полученную в системе центра масс, на обобщенную, фигурирующую в так называемой системе Фика, т. е. $\mathrm{grad}\rho$, где ρ — плотность вещества в данной точке изучаемой системы.

Исследователи, занимающиеся изучением термодинамики необратимых процессов, например [3], обходят этот вопрос стороной, однако приложение СТО к термодинамике необратимых процессов не позволяет далее игнорировать этот вопрос. В самом деле, будет ли диссипация, определенная в изучаемой системе при релятивистских условиях каким-либо способом, аналогична по величине диссипации, рассчитанной по формуле

$$\Psi = \Psi_0/\sqrt{1-\beta^2}, \tag{23}$$

если принять во внимание преобразование параметров, образующих Ψ, при релятивистских условиях, т. е. объем, время и теплоту? Ответа на этот вопрос авторы пока что не получили.

Другая проблема связана с соотношениями взаимности. Возьмем к примеру, равенство (15). В нем фигурирует произведение вектора C^{α}_{qp} и тензора $D^{k\beta}_{qp}$. Согласно тензорной алгебре, оно может быть представлено в виде тензора третьего ранга, имено: $b^{\alpha k\beta}_{qp}$. Естественно, для вязкого течения можно получить некую аналогичную величину $b^{\alpha k\beta}_{pq}$, но уже фигурирующую в правой части феноменологического уравнения для вязкого потока, т. е. для $P^{\alpha\beta} = P^{\beta\alpha}$, $\alpha = \beta$.

Так как размерности коэффициентов корреляции C^{α}_{pq} и C^{α}_{qp} различны (см. выше), то и коэффициенты $b^{\alpha k\beta}_{qp}$ и $b^{\alpha k\beta}_{pq}$ будут иметь разные размерности и, следовательно, их равенство в том или ином виде невозможно. Между тем подобного рода перекрестные коэффициенты в случае рассмотрения корреляции между собой обобщенных потоков одного типа, например, массопотоков разных веществ в изучаемой системе, могут быть равны друг другу, поскольку коэффициенты корреляции C в этом случае являются безразмерными скалярами. Соответственно возникает вопрос: не нарушается ли соотношение взаимности при релятивистских условиях, по крайней мере, для процессов разного типа? Это представляется вполне возможным, если учесть, что параметры, определяющие ход этих процессов, преобразуются при $\mathbf{v} \to c$ по-разному.

Приложение. Преобразование правой части (21) при $\mathbf{v} \to c$

Как уже указывалось выше, левая часть зависимости (21), т. е.

$$\tilde{I}^1_q = -D^{11}_q \frac{\partial q}{\partial x^1} - \tilde{w}_3 \left(\eta^1_1 g^{33} \frac{\partial w^1}{\partial x^3} + \eta^3_3 g^{11} \frac{\partial w^3}{\partial x^1} \right), \tag{24}$$

не зависит от скорости движения изучаемой системы, если ее рассматривать независимо от правой части. То же относится и к первому члену в правой части этого феноменологического закона (см. [4]), а второй член в правой части (21) будет зависим от $\sqrt{1-\beta^2}$. Покажем это.

Известно, что преобразуются в (21) при релятивистских условиях все математические объекты, исключая компоненты η^1_1, η^3_3 тензора сдвиговой вязкости. Установим закон их трансформации при этих условиях.

Компонента η_{11} тензора сдвиговой вязкости ($\mathrm{kg/c \cdot cm}$) при релятивистских условиях и в реальном пространтве-времени пропорциональна $1/\sqrt{1-\beta^2}$ [4], компонента η_{33} при тех же условиях не зависит от скорости движения наблюдаемой системы, поскольку в отличие от η_{11} линейный параметр (cm) здесь перпендикулярен скорости движения изучаемого объекта. То же будет в случае оперирования 4-объектами. Так, компонента тензора η_1^1 может быть представлена как

$$\eta_1^1 = \frac{m_0 u^1}{t\Delta l^1} = \frac{m_0 v^1}{t_0 \Delta l_0^1 \sqrt{1-\beta^2}} = \frac{m_0 v^1 e_1}{t_0 \Delta l_0 \sqrt{1-\beta^2}}, \tag{25}$$

где e_1 — базисный ковариантный вектор, ориентированный по оси X_1, Δl_0 — модуль контрвариантного вектора Δl^α, ориентированного в направлении оси X_1.

В свою очередь, компонента η_3^3 от $\sqrt{1-\beta^2}$ не зависит, поскольку линейный параметр Δl имеет ориентацию, перпендикулярную вектору движения изучаемой системы.

Теперь установим, как зависят ковариантные производные в (24) от $\sqrt{1-\beta^2}$. Нетрудно видеть, что $\frac{\partial w^1}{\partial x^3} \sim 1/\sqrt{1-\beta^2}$, $\frac{\partial w^3}{\partial x^1} \sim 1/1-\beta^2$.

В результате в (24) выражение в скобках пропорционально $1/1-\beta^2$. Если принять во внимание, что ковариантная скорость $w_\beta = \tilde{C}_\beta^{(qp)} \sim \sqrt{1-\beta^2}$, то выясняется зависимость второго члена в правой части (20) от $\sqrt{1-\beta^2}$. Налицо противоречие, ибо в одном случае левая часть (20) не зависит от скорости движения системы, в другом случае она от нее зависима. Устраняется это противоречие единственным образом: приравниванием коррелятора $\tilde{C}_3^{(qp)}$ нулю.

Список литературы

[1] *Вейцман Э.В.* // ЖФХ. 2009. Т. 83. С. 207.
[2] *De Groot S.R., Mazur P.* Non-equilibrium Thermodynamics. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1962. Ch. 6 (Де Гроот С., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М.: Мир, 1964. Гл. 6).
[3] *Haase R.* Thermodynamik der irreversible Prozesse. Darmstadt: Dr. Dietrich Steinkopf Verlag, 1963. 544 s. (Хаазе Р. Термодинамика необратимых процессов. М.: Мир, 1967. 544 с.).
[4] *Вейцман Э.В.* // ЖЭТФ. 2007. Т. 132. № 5. С. 1203.
[5] *Eckart C.* // Phys. Rev. 1940. Vol. 58. P. 924.
[6] *Madelung E.* Die matematischen Hilfsmittel des Physikers. Berlin–Göttingen–Darmstadt: Springer Verlag, 1957. Ab. 3. (Маделунг Э. Математический аппарат физики. М.: Наука, 1968. Разд. 3).